

GUÍA DEL ESTUDIANTE

Pensamiento Matemático III

Pensamiento algebraico e introducción a geometría plana

Tercer Semestre

Marco Curricular Común de la Educación Media Superior





COLEGIO DE BACHILLERES DE TABASCO

Mtro. Fernando Yrys Hernández
Director General

Mtra. Ana Fanny Hernández Montero
Directora Académica

Lic. Celis del Carmen Ranero Lara
Subdirectora de Planeación Académica

Mtra. Guadalupe Soberanes Ramón
Jefa del Departamento de Programas de Estudio

Asignatura: **Pensamiento matemático III. Pensamiento algebraico e introducción a geometría plana**

Edición: **2026-2027A**

En la realización del presente material participaron:

Coordinador(a)

Plantel 05. Lorenzo Mendoza Gómez

Asesores

Plantel 01. Moisés Jiménez Jiménez

Plantel 02. Aversain Juárez Custodio

Plantel 05. Ramón Augusto Escobar Priego

Plantel 06. Luis Felipe Córdova Carrasco

Plantel 21. Seydi Guadalupe de la O Colomé

Plantel 30. Román Antonio Chablé Olán

Plantel 35. Manolo Martínez Fajardo

Participantes

Plantel 01. Juan Manuel Montero Hernández

EMSaD 02. Adriana Soberano Morales.

Plantel 03. Mario Arley Vidal Gerónimo.

Plantel 03. Diana Beatriz Aguilar Domínguez.

Plantel 03. Diana Emily Peregrino Jiménez.

Plantel 02. Marcos Alberto Landero de la Cruz

Plantel 02. Luis Miguel Ruiz Rodríguez.

Plantel 02. Kristian Alejandro Lizárraga Maldonado

Plantel 02. Julissa Madrigal Muñoz



Plantel 02. Felipe Basulto Hernández
Plantel 02. Guillermo Balderas Díaz
Plantel 14. Daysi margarita Pérez chan.
Plantel 14. Víctor Manuel Hernández Hernández
Plantel 19. Octavio Álvarez Olan
Plantel 20. Irving Alfredo Gómez Rodríguez
Plantel 20. Marta Elba Helston arias.
Plantel 22. Aldri Ocaña Cruz.
Plantel 24. Darwin Alexis Domínguez Ortiz.
Plantel 28. Marcela Mendoza Sánchez
Plantel 28. Irma Graciella del Prado Piña.
Plantel 29. Hernán Gómez Rodríguez.
Plantel 32. Abisai Carrillo Zentella
Plantel 42. Adriana Reyes Ramos.
Plantel 47. Erika Yuridia Flores Chan.
EMSaD 59. Javier Molina Morales.

Moderador(a)

Sonia Rivera Hernández. Departamento de Programas de Estudio

Este material fue elaborado bajo la coordinación y supervisión del Departamento de Programas de Estudio de la Dirección Académica del Colegio de Bachilleres del Estado de Tabasco y el contenido de este es gratuito, sin fines de lucro.

Queda prohibida la reproducción total o parcia de este material por cualquier medio electrónico o mecánico, sin autorización por escrito del Colegio de Bachilleres del Estado de Tabasco.

Esta guía ofrece recursos de apoyo en códigos QR, que facilitan el estudio, fortalecen competencias digitales y enriquecen la comprensión de los contenidos. Se recomienda escanearlos como parte del desarrollo del aprendizaje.



Contenido

Contenido	4
Presentación	7
Fundamentación	8
Justificación	9
Enfoque	10
Mapa de la formación	11
Meta educativa.....	12
Propósitos y contenidos formativos	13
Conoce tu guía didáctica	14
(Simbología)	14
Encuadre de la asignatura	16
Dosificación Programática	19
Situación de Aprendizaje 01	22
Planificando el estudio: decisiones con ecuaciones.....	22
Propósitos y contenidos formativos	24
Semana 1.....	25
Introducción	25
PM3-SA1-ED01 Evaluación Diagnóstica.....	26
Propósito formativo 1.....	27
PM3-SA1-LECTURA01. “Ecuación es...”	27
PM3-SA1-LECTURA 02. “La ecuación en su primer grado”	29
PM3-SA1-ACT01. Problemario: “Relación de columnas y listas de ecuaciones”	31
Semana 2.....	32
PM3-SA1-LECTURA 03. “La incógnita está perdida ¿cómo la encontraremos?”	32
PM3-SA1-LECTURA04. “Forma estándar de las ecuaciones lineales”	34
PM3-SA1-ACT02. Problemario “Solución de ecuaciones lineales y su forma estándar”	36
Semana 3.....	39
Propósito formativo 2.....	39
PM3-SA1-LECTURA 05. “Dos incógnitas, mil soluciones: el poder del álgebra”	39
PM3-SA01-LECTURA 06. ¿Cuánto costaba cada cosa? El álgebra en la tiendita	41
PM3-SA1-ACT03 Problemario: “Descubriendo el valor oculto”	43
Semana 4.....	45
PM3-SA01-LECTURA 07. Ecuaciones de la recta.	45



PM3-SA01-LECTURA 08. Herramientas de Localización Espacial	52
PM3-SA01-LECTURA 09. Representación gráfica de la ecuación de la recta	55
PM3-SA1-ACT04 Trazando nuestras ideas (Ecuaciones de 2 incógnitas y plano cartesiano).....	58
Semana 5.....	59
Propósito formativo 3.....	59
PM3-SA01-LECTURA 10. Descifrando la vida diaria con ecuaciones: ¡Resuelve todo como un pro!	59
PM3-SA1-ACT05. PROBLEMARIO (Parte 1).	66
(Tarea 5 según planeación de secuencias didácticas).	66
Semana 6.....	67
PM3-SA01-LECTURA 11: Eliminar para ganar: El Arte de la Reducción.....	67
PM3-SA01-LECTURA 12. Visualizando Soluciones: El poder del Método Gráfico.	73
PM3-SA1-ACT05. PROBLEMARIO (Parte 2).	82
(Tarea 6 según planeación de secuencias didácticas).	82
Semana 7.....	83
PM3-SA01-LECTURA 13: El Código de las Matrices: Descifrando Determinantes.	83
PM3-SA1-ACT05. PROBLEMARIO (Parte 3).	93
(Tarea 7 según planeación de secuencias didácticas).	93
PM3-SA1-ACT05 Problemario	94
Primera parte de la actividad PM3-SA1-ACT05.....	94
Segunda parte de la actividad PM3-SA1-ACT05.....	95
Tercera parte de la actividad PM3-SA1-ACT05.....	96
Entrega de Portafolio de Evidencias Primer Parcial.....	97
Semana 08	99
Abordaje de la Situación de Aprendizaje 1	99
(Tarea 8 según planeación de secuencias didácticas).	99
Socialización de resultados	100
EVALUACIÓN DE ENTRENAMIENTO PRIMER PARCIAL.....	101
PM3-SA01-MA01 Mapa de aprendizaje (Autoevaluación) PRIMER PARCIAL.....	102
Semana 09	104
Situación de Aprendizaje 02.....	104
“Influencer´s en Números: ¿Cuánto cuesta realmente crecer en redes?”	104
Propósitos y contenidos formativos	105
Evaluación Diagnóstica PM3-SA2-ED01.....	106
Propósito formativo 4.....	108



PM3-SA2-LECTURA01. “La ecuación cuadrática”	108
PM3-SA2-ACT01 Problemario de ecuaciones cuadráticas	114
Semana 10	118
PM3-SA2-LECTURA 02. “De la Ecuación a la Gráfica: ¡Domina la Parábola!”	118
PM3-SA2-ACT02. Problemario	131
Semana 11.....	136
Propósito formativo 5.....	136
PM3-SA1-LECTURA 03. “El Secreto del Dinero y mis finanzas personales”	136
Semana 12	145
PM3-SA2-LECTURA 03. “El Secreto del Dinero y mis finanzas personales”	145
Resolución de ejercicios contextualizados del cálculo de interés simple y compuesto, crecimiento poblacional o propagación de fenómenos de cualquier naturaleza.	145
PM3-SA2-ACT04. Cuadro comparativo y problemario	152
Semana 13	157
Propósito formativo 6.....	157
PM3-SA2-LECTURA 04 “Entre Ángulos y Triángulos: El Reto de Pitágoras”	157
PM3-SA2-ACT05 Relación de columnas y Problemario.....	167
Semana 14	169
PM3-SA2-LECT05 “Secretos de los Triángulos: Cuando lo Igual y lo Proporcional Importa”	169
PM3-SA2-ACT06 Problemario	178
Semana 15	181
Entrega de Portafolio de Evidencias Segundo Parcial	182
Abordaje de la Situación de Aprendizaje 2	184
(Tarea 7 según planeación de secuencias didácticas).	184
Semana 16	185
Socialización de resultados	185
EVALUACIÓN DE ENTRENAMIENTO SEGUNDO PARCIAL	186
PM3-SA02-MA02 Mapa de aprendizaje (Autoevaluación) SEGUNDO PARCIAL	188
Referencias Bibliográficas.....	189
Himno	192
Porra	192
Cobachito	193
Mensaje del Director General	194

Presentación

Apreciable estudiante

Es un gusto darte la bienvenida a **Pensamiento Matemático III. Pensamiento algebraico e introducción a geometría plana**, un espacio de aprendizaje en el que, a partir de tus conocimientos previos y de tus experiencias, podrás desarrollar nuevas formas de comprender, analizar y representar situaciones de tu vida cotidiana, escolar y social.

En este semestre, el propósito formativo es que utilices el lenguaje algebraico como una herramienta para describir relaciones, expresar ideas matemáticas y resolver problemas. A través de la intuición, la exploración y el razonamiento, avanzarás hacia formas de pensamiento más abstractas que te permitirán interpretar y explicar distintas situaciones.

A lo largo del curso, descubrirás que el álgebra no es solo un conjunto de símbolos o procedimientos, sino una forma de organizar el pensamiento y comprender la realidad. Trabajarás con expresiones algebraicas, relaciones entre variables y diferentes formas de representación que te ayudarán a modelar situaciones y encontrar soluciones.

Esta guía está diseñada para acompañarte en tu proceso de aprendizaje:

- Te ayudará a relacionar el lenguaje algebraico con situaciones reales de tu entorno.
- Te propondrá actividades que fortalezcan tu capacidad para razonar, representar y resolver problemas.
- Te permitirá reconocer el valor del álgebra como una herramienta para comprender y explicar el mundo.

Finalmente, reconocemos tu esfuerzo y compromiso. Confiamos en que, a lo largo de este semestre, podrás fortalecer tu pensamiento matemático y desarrollar nuevas formas de analizar y resolver situaciones.

COBATAB
Página Oficial



<https://cobatab.edu.mx/>

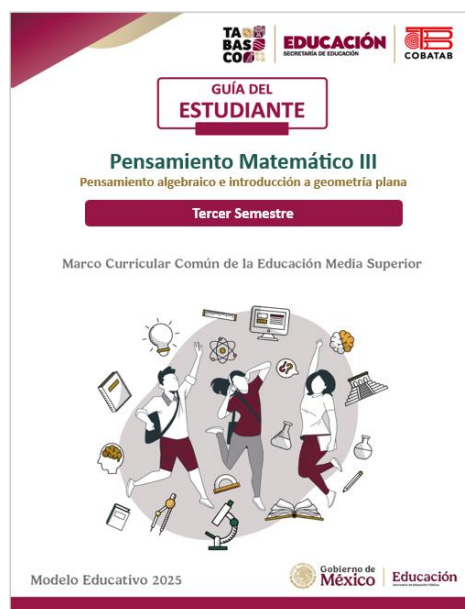
Justificación

El **Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS)** ha transitado, a lo largo de su implementación, hacia la consolidación de un enfoque educativo centrado en el aprendizaje significativo del estudiantado. A un año de su puesta en marcha, más que una actualización, se reconoce como un modelo en proceso de fortalecimiento, en el que la práctica docente y la experiencia en el aula han permitido reafirmar sus principios pedagógicos y atender diversas inquietudes planteadas por el profesorado en torno a la enseñanza y el aprendizaje.

En este contexto, el campo de **Pensamiento Matemático** se sustenta en un enfoque constructivista, en el que el aprendizaje se concibe como un proceso activo en el que las y los estudiantes construyen conocimientos a partir de sus saberes previos, la exploración y la resolución de problemas. Esto implica superar prácticas centradas en la repetición mecánica, favoreciendo el desarrollo del razonamiento, la argumentación y la comprensión profunda de las relaciones matemáticas.

La organización de los aprendizajes responde a una secuencia formativa que busca dar continuidad y coherencia al desarrollo del pensamiento matemático a lo largo de los semestres. En este sentido, **Pensamiento Matemático III. Pensamiento algebraico e introducción a geometría plana** representa un momento clave, ya que fortalece el uso del lenguaje algebraico como base para aprendizajes posteriores, permitiendo al estudiantado transitar de lo concreto a lo abstracto.

Asimismo, esta guía se orienta al logro de metas formativas concretas, en las que el estudiantado no solo adquiera conocimientos, sino que sea capaz de aplicarlos para analizar situaciones, modelar fenómenos y proponer soluciones en distintos contextos. De esta manera, se fortalece la continuidad del aprendizaje y se promueve una formación integral que permite al estudiantado dar sentido a las matemáticas en su vida cotidiana y en su trayectoria académica.





Enfoque

En el **tercer semestre**, se busca que las y los estudiantes comprendan que el lenguaje algebraico es una herramienta que permite describir, representar y explicar situaciones de la realidad, favoreciendo el desarrollo de su pensamiento matemático.

En el marco del **MCCEMS**, el aprendizaje se concibe como un proceso activo en el que el estudiantado construye conocimientos a partir de sus saberes previos, la exploración y la resolución de problemas. A partir de la experiencia en el aula, este enfoque se ha fortalecido, permitiendo responder a las necesidades reales del contexto educativo.

Pensamiento Matemático III. Pensamiento algebraico e introducción a geometría plana da continuidad a los aprendizajes previos, promoviendo una secuencia formativa en la que el estudiantado avanza progresivamente hacia un pensamiento más abstracto. En este proceso, el uso de expresiones algebraicas, la identificación de relaciones entre variables y la interpretación de distintas representaciones permiten comprender y modelar situaciones.

El propósito es transformar la manera en que se aprende el álgebra, centrando el proceso en la comprensión y el uso del conocimiento:

- **Comprender el lenguaje algebraico** como una herramienta para representar y explicar situaciones.
- **Identificar y analizar relaciones entre variables** en distintos contextos.
- **Desarrollar el pensamiento abstracto** a partir de la generalización de patrones.
- **Construir el aprendizaje** mediante la resolución de problemas, la exploración de estrategias y la argumentación.
- Participar en **procesos de aprendizaje activos, colaborativos y reflexivos**.

De esta manera, a lo largo del semestre se espera que las y los estudiantes logren:

- Utilizar el lenguaje algebraico para describir y representar situaciones de su entorno.
- Expresar relaciones matemáticas mediante diferentes formas de representación.
- Fortalecer su razonamiento y capacidad para resolver problemas.
- Reconocer el valor de las matemáticas como una herramienta útil en su vida cotidiana y escolar.

Mapa de la formación

En el **primer semestre** mediante el **Pensamiento aritmético** se fortalecen las bases de la lógica matemática y el razonamiento numérico a partir de situaciones cotidianas, lo que permite resolver problemas de una forma contextualizada.

En el **segundo semestre** mediante la **Introducción al álgebra** se enfatiza el tránsito del pensamiento concreto a lo abstracto mediante expresiones algebraicas que representan patrones y relaciones para modelar situaciones diversas.

Para el **tercer semestre** mediante el **Pensamiento algebraico** se abordan expresiones algebraicas de mayor complejidad y se integra la **Geometría plana** para introducir representaciones visuales.

El **cuarto semestre** permite desarrollar la comprensión de razones, proporciones y el estudio de fenómenos periódicos a través de la **Trigonometría y la Geometría analítica**.

El **quinto semestre** aborda el **Cálculo diferencial** y se promueve la comprensión de fenómenos cuyo elemento central es el cambio, mediante el análisis de funciones, el cálculo de la derivada y la introducción del Teorema Fundamental del Cálculo

En el **sexto semestre** se abordan contenidos formativos de **Probabilidad y estadística** para la interpretación y el análisis de datos provenientes de fenómenos cuyo comportamiento puede describirse probabilísticamente, contribuyendo así a una toma de decisiones fundamentada





Meta educativa

En este tercer semestre, la meta principal es que utilices el lenguaje algebraico como una herramienta para describir situaciones de la realidad, expresar relaciones matemáticas y resolver problemas mediante la intuición y el razonamiento. Esto implica comprender que el álgebra no es solo un conjunto de símbolos, sino una forma de representar ideas, analizar patrones y explicar fenómenos de manera más general y estructurada.

Para lograrlo, trabajarás con expresiones algebraicas y relaciones entre variables a partir de situaciones cercanas a tu vida cotidiana y a tu entorno escolar. A través de la exploración, el análisis y la resolución de problemas, fortalecerás tu capacidad para interpretar información, establecer relaciones y comunicar tus ideas matemáticas con mayor claridad.

Alcanzar esta meta es fundamental, ya que te permitirá consolidar el uso del lenguaje algebraico como base para aprendizajes posteriores. En este proceso, avanzarás en el desarrollo de tu pensamiento abstracto, al pasar de interpretar situaciones concretas a representarlas mediante expresiones matemáticas que faciliten su análisis y solución.

En este sentido, las metas educativas representan los logros que irás construyendo a lo largo del semestre. Estas se encuentran directamente vinculadas con los propósitos formativos, ya que orientan los aprendizajes que se espera desarrollen en cada etapa. Asimismo, consideran las condiciones y contextos de aprendizaje, permitiendo que cada estudiante avance a partir de sus propias experiencias, mientras fortalece sus habilidades para comprender, explicar y resolver problemas.





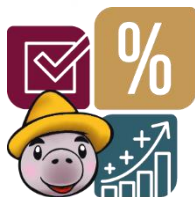
Propósitos y contenidos formativos

Propósitos formativos	Contenidos formativos
1. Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para encontrar el valor de una incógnita en ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.	• Concepto de ecuación y sus partes • Ecuaciones lineales de primer grado • Procedimiento para encontrar el valor de una incógnita • Forma estándar de las ecuaciones lineales
2. Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas que refieran a situaciones de interés.	• Ecuaciones lineales con dos incógnitas • Procedimiento para solucionar ecuaciones lineales con dos incógnitas • Ecuación de la recta • Concepto de plano cartesiano: ejes perpendiculares: horizontal (X) y vertical (Y) • Representación gráfica de la ecuación de la recta
3. Aplica la aritmética, el manejo del álgebra y el método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.	• Método de igualación • Método de sustitución • Método de reducción • Método gráfico • Método por determinantes
4. Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para resolver ecuaciones cuadráticas que refieran a situaciones de interés.	• Ecuaciones cuadráticas • Forma general de la ecuación cuadrática • Resolución por método de completar cuadrados. • Aplicación de la fórmula general para ecuaciones cuadráticas (Bhaskara) • Representación gráfica
5. Expresa y resuelve diversas situaciones de interés a través de distintos tipos de ecuaciones para comprender su relevancia en otras áreas del conocimiento, fenómenos naturales o en distintas esferas de la vida humana.	• Cálculo de intereses simples y compuestos en finanzas personales. • Descripción del crecimiento poblacional o propagación de fenómenos (ej. Epidemia). • Determinar medidas o cantidades de material en proyectos de arquitectura.
6. Revisa el teorema del triángulo de Napoleón, considerándolo como un problema-meta para aplicar resultados de la geometría euclidiana.	• Introducción a la geometría plana. • Ángulos, definición, tipos y componentes. • Teorema de Pitágoras. • Construcción de triángulos rectángulos. • Criterios de congruencia y semejanza de triángulos.

Conoce tu guía didáctica (Simbología)

Ícono	Descripción
	Lectura: Indica que el estudiante deberá realizar la lectura correspondiente a los conocimientos básicos del Programa de Estudio. Esta lectura proporciona los fundamentos teóricos esenciales para el desarrollo del submódulo.
	Material audio visual: Representa recursos audiovisuales complementarios que refuerzan los contenidos básicos del Programa de Estudio. Se sugiere visualizar el material a través de un video, generalmente indicado con un código QR proporcionado por el docente.
	Actividad: Sección destinada a una actividad teórica o escrita que permite al estudiante aplicar, reflexionar o consolidar los aprendizajes esperados del Programa de Estudio. Su producto puede ser utilizado como parte de la evaluación formativa.
	Docente explica: Espacio sugerido para que el docente profundice, ejemplifique o adapte los conocimientos del Programa de Estudio al contexto de su grupo o comunidad educativa.
	Actividad SIGA: Indica la actividad o producto que debe ser registrado en la plataforma SIGA como evidencia obligatoria del avance del estudiante. La palabra "EVIDENCIA" debe aparecer resaltada.
	Evaluación Diagnóstica: Actividad inicial del submódulo que permite identificar los conocimientos previos del estudiante. Sus resultados orientan la planeación didáctica y las estrategias de acompañamiento.
	Instrumento de evaluación: Documento que establece los criterios, niveles de desempeño y ponderaciones que se utilizarán para evaluar el producto esperado. Puede presentarse como rúbrica, lista de cotejo u otro formato adecuado.
	Dosificación: Documento que Indica la planeación sistemática que organiza la distribución de los contenidos del Programa de Estudio durante el semestre. Establece las fechas, temas y actividades que se desarrollarán, permitiendo al docente y al estudiantado visualizar la secuencia y el ritmo del aprendizaje.
	PAEC: Proyecto Aula-Escuela-Comunidad, una estrategia de innovación educativa que vincula el aprendizaje con el entorno social. Aquí se trabajan productos integradores o actividades comunitarias.

Ícono	Descripción
	Tarea (Extramuros): Actividad que se desarrolla fuera del horario escolar, en casa o en el entorno del estudiante. Refuerza lo aprendido en clase y promueve la vinculación del conocimiento con la vida cotidiana.
	Actividad lúdica: Propuesta de aprendizaje basada en el juego, diseñada para fomentar la participación, la creatividad y la comprensión de los contenidos de forma dinámica y significativa; empleando gamificación o ludificación.
	Conflicto Cognitivo: Presenta una situación problema, caso o pregunta retadora que genera duda o sorpresa, motivando al estudiante a cuestionar sus ideas previas y activar su pensamiento crítico.
	Retroalimentación: Momento para que el docente brinde comentarios constructivos sobre el desempeño del estudiante, con el fin de fortalecer su proceso de aprendizaje y orientar mejoras.
	¿Quién era?: Espacio destinado a presentar la vida y obra de personajes históricos y de aportación relevante y relacionada con el contenido de la UAC. Favorece la conciencia histórica.
	COBA-nota: Espacio dedicado a compartir noticias, curiosidades, casos reales o experiencias significativas relacionadas con el contenido, vinculando el aprendizaje con la actualidad.



Encuadre de la asignatura



PLAN DE EVALUACIÓN SEMESTRAL

Primer Parcial

Icono	Actividad	Puntuación	Porcentaje
	Evaluación diagnóstica	0	0%
	Tareas evaluables en portafolio de evidencias	4	40%
	SA1 Planificando el estudio: decisiones con ecuaciones	2	20%
	Cuestionario tipo CENEVAL	1	10%
	Examen	3	30%
Total			100%

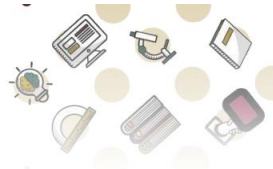
Segundo Parcial

Icono	Actividad	Puntuación	Porcentaje
	Evaluación diagnóstica	0	0%
	Tareas evaluables en portafolio de evidencias	5	50%
	SA2 "Influencer's en números: ¿Cuánto cuesta realmente crecer en redes?"	2	20%
	Cuestionario tipo CENEVAL	1	10%
	Examen	2	20%
Total			100%



Lista de actividades

PRIMER PARCIAL						
PENSAMIENTO MATEMÁTICO III. Pensamiento algebraico e introducción a geometría plana						
Nombre del alumno:						
Semestre: Tercer Semestre				Grupo:		
	NOMBRE DE LA ACTIVIDAD	TIPO DE ACTIVIDAD	%	CUMPLIÓ CON LA ACTIVIDAD		PORCENTAJE ALCANZADO
				SI	NO	
Situación de aprendizaje 01						
PRIMER PARCIAL						
ACTIVIDAD 01 (Semana 1)	PM3-SA1-ACT01	Relación de columnas y Lista de ecuaciones	6			
ACTIVIDAD 02 (Semana 2)	PM3-SA1-ACT02	Problemario	8			
ACTIVIDAD 03 (Semana 3)	PM3-SA1-ACT03	Problemario	8			
ACTIVIDAD 04 (Semana 4)	PM3-SA1-ACT04	Problemario	6			
ACTIVIDAD 05 (Semana 5 y 6)	PM3-SA1-ACT05 (Parte 1, Parte 2, Parte 3)	Problemario	12			
 SA1 (Semana 7)	SA1 Planificando el estudio: decisiones con ecuaciones	Reporte	20			
PRUEBA CENEVAL (Semana 7)	PRUEBA CENEVAL SA1	Prueba formativa	10			
EXAMEN (Semana 8)	EXAMEN PRIMER PARCIAL	Examen	30			
Evaluación sumativa			100			



SEGUNDO PARCIAL						
PENSAMIENTO MATEMÁTICO III. Pensamiento algebraico e introducción a geometría plana						
Nombre del alumno:						
Semestre: Tercer Semestre				Grupo:		
	NOMBRE DE LA ACTIVIDAD	TIPO DE ACTIVIDAD	%	CUMPLIÓ CON LA ACTIVIDAD		PORCENTAJE ALCANZADO
				SI	NO	
Situación de aprendizaje 02						
SEGUNDO PARCIAL						
ACTIVIDAD 01 (Semana 9)	PM3-SA2-ACT01	Problemario	9			
ACTIVIDAD 02 (Semana 10)	PM3-SA2-ACT02	Problemario	9			
ACTIVIDAD 03 (Semana 11)	PM3-SA2-ACT03	Cuadro comparativo	8			
ACTIVIDAD 04 (Semana 12)	PM3-SA2-ACT04	Problemario	8			
ACTIVIDAD 05 (Semana 13)	PM3-SA2-ACT05	Relación de columnas y Problemario	8			
ACTIVIDAD 06 (Semana 14)	PM3-SA2-ACT06	Problemario	8			
 SA1 (Semana 15)	SA2 Influencer's en números: ¿Cuánto cuesta realmente crecer en redes?	Reporte	20			
PRUEBA CENEVAL (Semana 15)	PRUEBA CENEVAL SA2	Prueba formativa	10			
EXAMEN (Semana 16)	EXAMÉN SEGUNDO PARCIAL	Examen	20			
Evaluación sumativa			100			



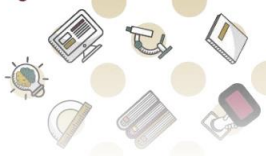
Dosificación Programática

Asignatura: Pensamiento Matemático III. Pensamiento algebraico e introducción a geometría plana

Propósito formativo: 1, 2, 3, 4, 5, y 6

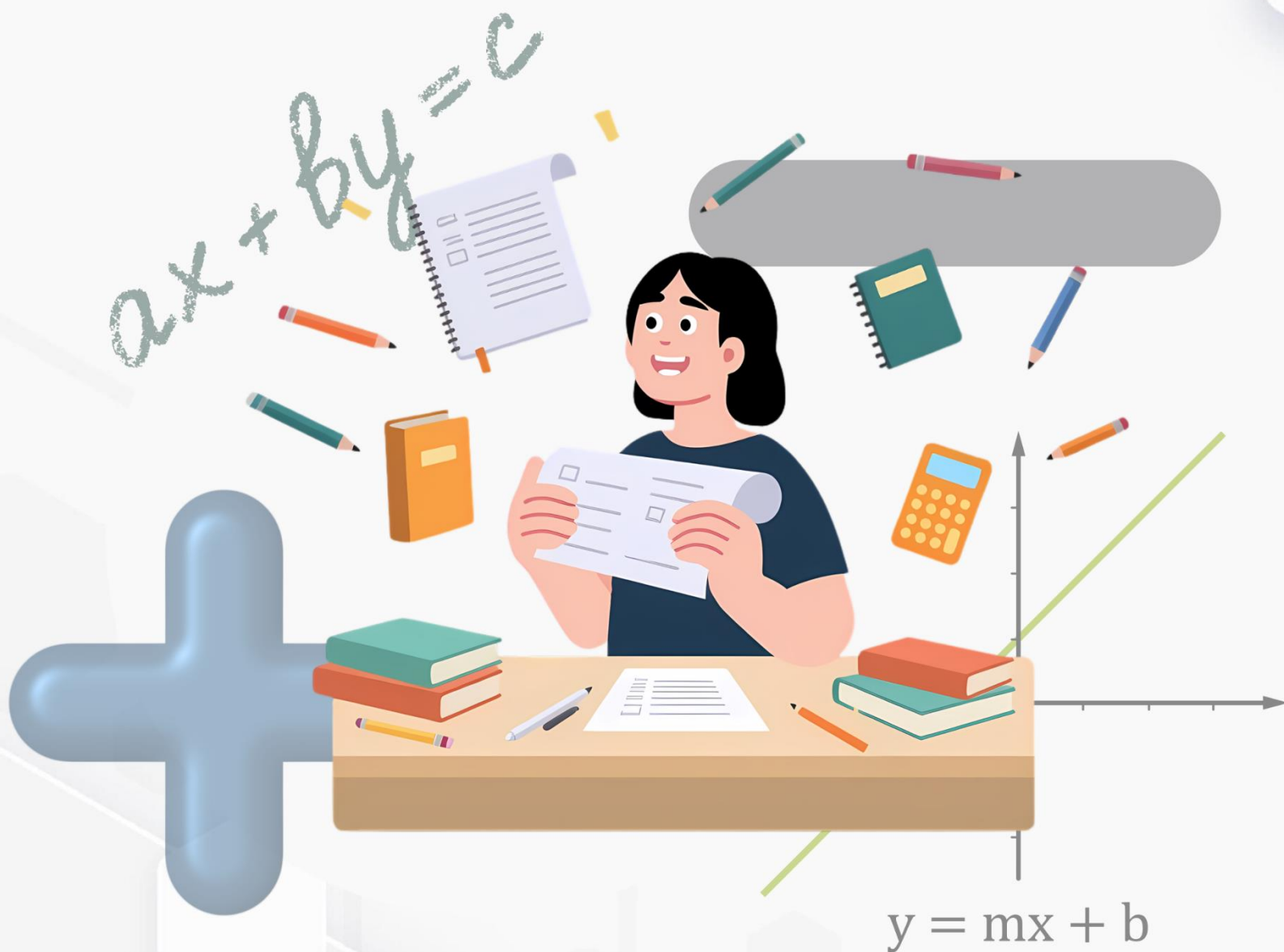
Semestre: 3er **Periodo:** 2026-2027 A

Propósito formativo	Tiempo	Contenidos formativos	Semana	Fecha	Observaciones
1	400 min	- Concepto de ecuación y sus partes - Ecuaciones lineales de primer grado	1	31 agosto al 04 septiembre 2026	Encuadre de asignatura PM3-SA1-ACT01
		- Procedimiento para encontrar el valor de una incógnita - Forma estándar de las ecuaciones lineales	2	07 al 11 septiembre 2026	PM3-SA1-ACT02
2	400 min	- Ecuaciones lineales con dos incógnitas - Procedimiento para solucionar ecuaciones lineales con dos incógnitas	3	14 al 18 septiembre 2026	PM3-SA1-ACT03
		- Ecuación de la recta - Concepto de plano cartesiano: ejes perpendiculares: horizontal (X) y vertical (Y) - Representación gráfica de la ecuación de la recta	4	21 al 25 septiembre 2026	PM3-SA1-ACT04
3	400 min	- Método de igualación - Método de sustitución	5	28 septiembre al 02 octubre 2026	PM3-SA1-ACT05 Parte 1
		- Método de reducción - Método gráfico	6	05 al 09 octubre 2026	PM3-SA1-ACT05 Parte 2
1,2,3	400 min	Método por determinantes Cierre de bloque de propósitos formativos	7	12 al 16 octubre 2026	PM3-SA1-ACT05 Parte 3
			8	19 al 23 octubre 2026	 PM3-SA01 Evidencia SIGA2 PM3_EC1 PM3-SA01-MA01



4	400 min	- Ecuaciones cuadráticas. - Forma general de la ecuación cuadrática. - Resolución por método de completar cuadrados.	9	26 al 29 octubre 2026	PM3-SA2-ACT01
		- Aplicación de la formula general para ecuaciones cuadráticas. - Representación gráfica.	10	03 al 06 noviembre 2026	PM3-SA2-ACT02
5	400 min	- Cálculo de interés simples y compuestos en finanzas personales. - Descripción del crecimiento poblacional o propagación de fenómenos (ej. Epidemia). - Determinar medidas o cantidades de material en proyectos de arquitectura.	11	09 al 13 noviembre 2026	PM3-SA2-ACT03
		- Cálculo de interés simples y compuestos en finanzas personales. - Descripción del crecimiento poblacional o propagación de fenómenos (ej. Epidemia). - Determinar medidas o cantidades de material en proyectos de arquitectura.	12	17 al 20 noviembre 2026	PM3-SA2-ACT04
6	400 min	- Introducción a la geometría plana. - Ángulos, definición, tipos y componentes. - Teorema de Pitágoras.	13	23 al 27 noviembre 2026	PM3-SA2-ACT05
		- Construcción de triángulos rectángulos. - Criterios de congruencia y semejanza de triángulos.	14	30 noviembre al 04 diciembre 2026	PM3-SA2-ACT06
4,5,6	400 min	- Teorema de Pitágoras. - Criterios de congruencia y semejanza de triángulos. Cierre de bloque de propósitos formativos	15	08 al 11 diciembre 2026	 PM3-SA02 Evidencia SIGA2
			16	14 al 18 diciembre 2026	

Sistema Nacional de Bachillerato
de la Nueva Escuela Mexicana



Situación Aprendizaje 1:

"Planificando el estudio: decisiones con ecuaciones"



Situación de Aprendizaje 01

Planificando el estudio: decisiones con ecuaciones

Estrategia Didáctica: Reporte

Propósito de la situación

En equipos de hasta 5 estudiantes, elaborar un reporte de resultados de una investigación en el que analice y modele matemáticamente la organización del tiempo de estudio, aplicando conceptos de ecuaciones lineales con una incógnita, ecuaciones con dos incógnitas y sistemas de ecuaciones lineales, y presentarlo ante el grupo para propiciar su socialización.

Problema del contexto

En la actualidad, muchos estudiantes de Colegio de Bachilleres de Tabasco enfrentan **dificultades para organizar su tiempo entre tareas, estudio, actividades personales y descanso**. Esta falta de organización puede provocar acumulación de actividades, estrés académico, bajo rendimiento escolar e incluso riesgo de abandono escolar.

Es común que algunos estudiantes **pospongan tareas, estudien de forma improvisada o no distribuyan adecuadamente su tiempo entre diferentes materias**, lo que genera dificultades para cumplir con las responsabilidades académicas.

Entre las consecuencias más frecuentes se encuentran:

- Disminución del rendimiento académico.
- Acumulación de tareas y trabajos escolares.
- Estrés y presión académica.
- Falta de comprensión de los contenidos escolares.
- Riesgo de rezago o deserción escolar.

En el grupo, varios estudiantes han comentado sentirse **presionados por la carga de tareas, proyectos y evaluaciones**. Sin embargo, no siempre relacionan esta situación con la forma en que organizan su tiempo de estudio.

A partir de esta problemática cercana, se propone desarrollar una **investigación aplicada**, donde el alumnado analice **cómo distribuye su tiempo entre distintas materias y actividades**, utilizando **ecuaciones y sistemas de ecuaciones para modelar situaciones relacionadas con la organización del estudio**.

Cada equipo recopilará información con los alumnos de tercer semestre, mediante encuesta sobre **horas dedicadas al estudio, tiempo invertido en distintas asignaturas y tiempo disponible semanalmente**, con el propósito de analizar cómo una mejor organización puede contribuir a mejorar el rendimiento académico.



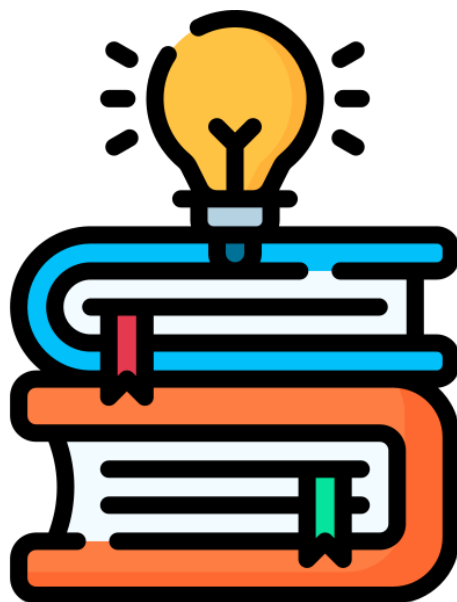
Este trabajo permitirá **relacionar los contenidos matemáticos con situaciones de la vida cotidiana**, al mismo tiempo que promueve habilidades analíticas, de planificación y reflexión sobre los hábitos de estudio.

Conflicto cognitivo

- Un estudiante tiene 8 tareas en la semana y cada una requiere aproximadamente 1.5 horas:
 - ¿cómo podría calcular matemáticamente cuántas horas necesita estudiar en total?
- Si tienen 14 horas semanales para estudiar y deben repartirse entre Pensamiento Matemático III y Lengua y Comunicación III, dedicando más tiempo a la asignatura que le resulta más difícil. El estudiante ha decidido que debe dedicar 2 horas más al estudio de Pensamiento matemático III que al estudio de Lengua y Comunicación III para sentirse preparado:
 - ¿cómo podría determinar cuántas horas asignar a cada materia?
 - ¿Cuántas horas debe dedicar a cada asignatura para cumplir con sus metas?
 - ¿Cuántas horas deberá dedicar a Pensamiento Matemático III si dedica el triple del tiempo dedicado a Lengua y Comunicación III?
- Un estudiante dispone de 20 horas semanales para estudiar tres asignaturas: Pensamiento Matemático III, Lengua y Comunicación III e Inglés III, de acuerdo con lo siguiente: El tiempo dedicado a Pensamiento Matemático debe ser el doble del tiempo dedicado a Inglés; El tiempo dedicado a Lengua y Comunicación debe ser 2 horas más que el tiempo dedicado a Inglés.
 - ¿Cuántas horas debe dedicar a cada asignatura si en total el estudiante debe cumplir con las 20 horas de estudio?
- Para aprobar la asignatura de Pensamiento Matemático III con una calificación final de 8.0, considerando que el examen vale el 30% y las tareas, proyectos, participación el 70%:
 - ¿qué calificación mínima necesita un alumno en el examen si su promedio de tareas, proyectos y participación es de 7.5?
- De acuerdo con todo lo realizado en los puntos anteriores:
 - ¿Cómo puede el uso de ecuaciones ayudar a organizar mejor el tiempo de estudio y evitar el bajo rendimiento académico?

Propósitos y contenidos formativos

Propósitos formativos	Contenidos formativos
1. Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para encontrar el valor de una incógnita en ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.	• Concepto de ecuación y sus partes • Ecuaciones lineales de primer grado • Procedimiento para encontrar el valor de una incógnita • Forma estándar de las ecuaciones lineales
2. Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas que refieran a situaciones de interés.	• Ecuaciones lineales con dos incógnitas • Procedimiento para solucionar ecuaciones lineales con dos incógnitas • Ecuación de la recta • Concepto de plano cartesiano: ejes perpendiculares: horizontal (X) y vertical (Y) • Representación gráfica de la ecuación de la recta
3. Aplica la aritmética, el manejo del álgebra y el método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.	• Método de igualación • Método de sustitución • Método de reducción • Método gráfico • Método por determinantes





Semana 1

Introducción

La presente **Situación de Aprendizaje 1 (SA1): “Planificando el estudio: decisiones con ecuaciones”** tiene como finalidad que el estudiantado desarrolle conocimientos, habilidades y estrategias matemáticas relacionadas con el uso del **lenguaje algebraico** para modelar y resolver situaciones de interés vinculadas con la organización del tiempo de estudio y la toma de decisiones académicas.

A través de esta guía del estudiante se abordarán de manera progresiva los contenidos correspondientes a los **propósitos formativos 1, 2 y 3**, iniciando con el análisis de las **ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita**, continuando con las **ecuaciones lineales con dos incógnitas** y culminando con la resolución de **sistemas de ecuaciones lineales** mediante diversos métodos algebraicos y gráficos.

La guía tiene un enfoque **conceptual y formativo**, por lo que prioriza la comprensión de los contenidos, la construcción gradual del aprendizaje y la aplicación práctica de los temas en situaciones contextualizadas. En este sentido, las actividades propuestas permitirán al estudiante identificar conceptos clave, analizar procedimientos, resolver ejercicios, interpretar representaciones gráficas y aplicar los conocimientos adquiridos para dar respuesta a problemáticas de su entorno escolar.

Asimismo, esta situación de aprendizaje busca favorecer el **logro de los aprendizajes esperados**, promoviendo el desarrollo del razonamiento lógico-matemático, la modelación algebraica, la interpretación de resultados y la reflexión sobre la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana. Cada lectura, ejercicio y problemario ha sido diseñado para fortalecer la práctica constante y significativa de los contenidos, permitiendo que el estudiante avance de manera gradual desde la comprensión conceptual hasta la resolución de situaciones aplicadas.

En este proceso, se espera que el alumnado reconozca a las ecuaciones y sistemas de ecuaciones como herramientas matemáticas fundamentales para representar relaciones, analizar datos y resolver problemas reales, fortaleciendo así su formación académica y su capacidad para tomar decisiones informadas en contextos personales y escolares.



PM3-SA1-ED01 Evaluación Diagnóstica

Nombre: _____ Grupo: _____ Turno: _____

Instrucciones: Contesta las siguientes preguntas de manera honesta, utilizando únicamente los conocimientos que tienes hasta este momento. Recuerda que esta actividad es una evaluación diagnóstica, por lo que su propósito es identificar lo que ya sabes antes de comenzar.

1.- ¿Qué es una constante?

- a) Un valor aleatorio.
- b) Un valor cambiante.
- c) Un valor desconocido.
- d) Un valor numérico que nunca cambia.

2.- ¿Qué es una incógnita?

- a) Un valor aleatorio.
- b) Un valor cambiante.
- c) Un valor desconocido.
- d) Un valor numérico que nunca cambia.

3.- ¿Qué nombre recibe la igualdad entre dos expresiones algebraicas?

- a) Ecuación.
- b) Función.
- c) Inecuación.
- d) Relación.

4.- ¿Cómo se llama la ecuación $ax + b = 0$?

- a) Ecuación cuadrática.
- b) Ecuación lineal.
- c) Ecuación paramétrica.
- d) Ecuación simétrica.

5.- ¿Quién es considerado el inventor del sistema de coordenadas cartesianas?

- a) Isaac Newton
- b) René Descartes
- c) Albert Einstein
- d) Galileo Galilei

6.- ¿Cómo se llama el punto donde se cruzan el eje horizontal y el eje vertical en un plano cartesiano?

- a) El Centro
- b) El Punto Cero
- c) El Origen
- d) La Intersección

7.- ¿Cómo se llama comúnmente al eje vertical en un plano cartesiano?

- a) Eje de las Abscisas
- b) Eje de las Coordenadas
- c) Eje de las Ordenadas
- d) Eje de las Magnitudes

8.- ¿Cómo se enumeran los cuatro cuadrantes formados por la intersección de los ejes?

- a) Con letras mayúsculas (A, B, C, D) en sentido horario.
- b) Con números romanos (I, II, III, IV) en sentido horario.
- c) Con números romanos (I, II, III, IV) en sentido antihorario.
- d) Con números ordinales (1º, 2º, 3º, 4º) en sentido antihorario.

9.- ¿Cuál de los siguientes métodos permite encontrar la solución de un sistema de ecuaciones lineales al representar ambas ecuaciones en el plano cartesiano y localizar el punto donde se intersecan?

- a) Método de sustitución
- b) Método de reducción
- c) Método gráfico
- d) Método de determinantes

10.- En una papelería, 2 libretas y 3 bolígrafos cuestan 51 pesos, mientras que 1 libreta y 2 bolígrafos cuestan 31 pesos. ¿Cuál es el sistema de ecuaciones que representa esta situación?

- a) $2x + 3y = 51$ y $x + 2y = 31$
- b) $2x - 3y = 51$ y $x - 2y = 31$
- c) $3x + 2y = 51$ y $2x + y = 31$
- d) $2x + 3y = 31$ y $x + 2y = 51$

Propósito formativo 1

Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para encontrar el valor de una incógnita en ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.



PM3-SA1-LECTURA-01. "Ecuación es..."

Seguramente no es la primera vez que has escuchado la palabra **ECUACIÓN**, pero antes de conceptualizarlo en esta lectura, tenemos que:

1. De acuerdo con la RAE

f. Mat. **Igualdad que contiene una o más incógnitas**. U. t. en sent. fig. No cuestiono la ecuación "buena familia" igual a "honradez".

2. Etimológicamente

Proviene del latín *aequatio*, *-ōnis*, (o *aequātiōn-em*), que significa "**igualación**", "**nivelación**" o "**repartición igual**". Deriva del verbo *aequare* (igualar o poner al mismo nivel), lo que subraya su concepto matemático fundamental: **una igualdad equilibrada entre dos expresiones**.

Pero matemáticamente, no solo entenderemos que es un enunciado que representa una igualdad, sino que una ecuación **es la igualdad entre dos expresiones algebraicas, las cuales están separadas (relacionadas) por el símbolo de la igualdad "="**.

Partes de una ecuación

	Símbolo de igualdad	
$y - 6x$	$=$	$3x^2 - 9$
Primer miembro		Segundo miembro

Recuerda que cada uno de estos miembros está conformado por una expresión algebraica cuyos elementos son:

- **Términos:** partes del miembro que están separadas por los signos "+" o "-".

Por ejemplo: $3x^2$, $-6x$, y , -9

- **Incógnita:** letra que representa un valor desconocido. También se le conoce como variable o literal.

Por ejemplo: x , y

- **Coeficiente:** número que multiplica a la incógnita.

Por ejemplo: -6 y 3

- **Constante o término independiente:** números que no están acompañados de letras.

Por ejemplo: -9

- **Exponente:** número que se coloca en la parte superior derecha de la incógnita. Además, este número está asociado con el grado de la ecuación.

Por ejemplo: 1 y 2

Ejemplos de ecuaciones

$$x^2 - 10 = 4$$

$$5x^2 + 1 = 3x - 9$$

$$x + 34 = 5x + 10$$

Más adelante estudiarás que existen diversos tipos de ecuaciones, las cuales, según sea el caso, tienen una única solución o varias, dentro de un conjunto llamado conjunto solución, que contiene los valores de las variables que satisfacen la equitatividad entre los dos miembros de la igualdad.

Las ecuaciones tienen muchas aplicaciones, desde lo cotidiano que es calcular el gasto al comprar artículos de limpieza, hasta lo complejo de crear modelos matemáticos que estudian el comportamiento de enfermedades o que describen la trayectoria de un cohete.



Seguramente no es la primera vez que has escuchado la palabra **ECUACIÓN**, pero antes de conceptualizarlo en esta lectura, tenemos que:

De acuerdo con la RAE
t. Mat. Igualdad que contiene una o más incógnitas. U. t. en sent. fig. No cuestiono la ecuación "buena familia" igual a "honradez".

Etimológicamente
Proviene del latín *aequatio*, -ónis, (o *aequitiōn-em*), que significa "igualación", "nivelación" o "repartición igual". Deriva del verbo *aequare* (igualar o poner al mismo nivel), lo que subraya su concepto matemático fundamental: una igualdad equilibrada entre dos expresiones.

Pero matemáticamente, no solo entenderemos que es un enunciado que representa una igualdad, sino que una **ecuación** es la igualdad entre dos expresiones algebraicas, las cuales están separadas (relacionadas) por el símbolo de la igualdad $=$.

Recuerda que cada uno de estos miembros está conformado por una expresión algebraica cuyos elementos son:

- Términos:** partes del miembro que están separadas por los signos $+$ o $-$.
Por ejemplo: $3x^2$, $-6x$, y , -9
- Incógnita:** letra que representa un valor desconocido. También se le conoce como variable o literal.
Por ejemplo: x , y
- Coeficiente:** número que multiplica a la incógnita.
Por ejemplo: -6 y 3
- Constante o término independiente:** números que no están acompañados de letras.
Por ejemplo: -9
- Exponente:** número que se coloca en la parte superior derecha de la incógnita. Además, este número está asociado con el grado de la ecuación.
Por ejemplo: 1 y 2

Partes de una ecuación

Símbolo de igualdad

Primer miembro: $y - 6x$

Segundo miembro: $3x^2 - 9$

Ejemplos de ecuaciones

- $x^2 - 10 = 4$
Primer miembro: $x^2 - 10$, Segundo miembro: 4
- $5x^2 + 1 = 3x - 9$
Primer miembro: $5x^2 + 1$, Segundo miembro: $3x - 9$
- $x + 34 = 5x + 10$
Primer miembro: $x + 34$, Segundo miembro: $5x + 10$

Más adelante estudiarás que existen diversos tipos de ecuaciones, las cuales, según sea el caso, tienen una única solución o varias, dentro de un conjunto llamado conjunto solución, que contiene los valores de las variables que satisfacen la equitatividad entre los dos miembros de la igualdad.

En resumen: Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas unidas por el símbolo $=$. Comprender sus partes y elementos es el primer paso para resolver problemas de la vida real.

Las ecuaciones tienen muchas aplicaciones

En lo cotidiano
Calcular el gasto al comprar artículos de limpieza, ropa, alimentos, entre otros.



En lo complejo
Crear modelos matemáticos que estudian el comportamiento de enfermedades o que describen la trayectoria de un cohete.





PM3-SA1-LECTURA 02. “La ecuación en su primer grado”

Recordemos que una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, pero en esta lectura nos centraremos en las **ecuaciones de primer grado**, también llamadas **ecuaciones lineales**, como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{c} \text{COEFICIENTE} \\ \downarrow \\ \text{MIEMBRO} \quad \underbrace{a + 4} = \underbrace{3a - 6} \quad \leftarrow \text{CONSTANTE} \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ \text{INCÓGNITA} \qquad \qquad \text{MIEMBRO} \end{array}$$

Destaquemos que las características principales de este tipo de ecuaciones son:

1. El grado de la ecuación es uno, de ahí que reciban el nombre de ecuaciones de primer grado.
2. El exponente de las incógnitas de cada término es uno (aunque no se escribe).
3. No presentan productos ni cocientes entre incógnitas.
4. La forma estándar de la ecuación lineal con una incógnita es:

$$Ax + B = 0$$

donde A y B son números reales, con $A \neq 0$.

5. La forma estándar de la ecuación lineal con dos incógnitas es:

$$Ax + By + C = 0$$

donde A , B y C son números reales, con $A, B \neq 0$.

6. Geométricamente, la gráfica de la ecuación de primer grado es una línea recta en el plano cartesiano, de ahí que también se le conozca como ecuación lineal. Sus características principales son la pendiente m y el valor de la ordenada al origen b .

De igual manera, es importante mencionar que las ecuaciones de primer grado permiten el modelaje de situaciones reales en distintas áreas y/o contextos relacionados con la economía, la física, la química, entre otras disciplinas. Además, se considera como la base para el estudio de funciones lineales, sistemas de ecuaciones y análisis matemático.

Situaciones como las siguientes, son claro ejemplo de una aplicación inmediata de las ecuaciones de primer grado en la vida diaria:

1. Pánfilo compra un paquete de 24 piezas de panquecitos, y diariamente se come 4 panquecitos. ¿Para cuántos días le durará el paquete de panquecitos a Pánfilo?

Sea x la variable para el **número de días**, se puede definir que $4x$ es el primer término de la igualdad y el segundo, es el total de panquecitos, es decir, **el valor de 24**. Por lo que, podemos expresarlo de la siguiente manera:

$$4x = 24$$

2. La diferencia entre dos números es de 30. Y uno es el triple del otro.

En este caso se tienen dos números, los cuales podrían ser a y b . La primera oración nos indica que la operación es una resta y la segunda, que podemos definir a en función de b ; es decir, $a = 3b$. Por lo tanto, podemos escribir que si:

$$a - b = 30$$

Y como $a = 3b$, entonces se puede reescribir la diferencia como:

$$\begin{aligned} a - b &= 30 \\ 3b - b &= 30 \end{aligned}$$

Al llegar a este punto en ambas situaciones, ya podemos determinar el valor de las incógnitas al terminar de resolver las ecuaciones. Sin embargo, lo dejaremos para la siguiente lectura.

Lectura 2 La ecuación en su primer grado

Recordemos que una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, pero en esta lectura nos centraremos en las **ecuaciones de primer grado**, también llamadas **ecuaciones lineales**, como se muestra a continuación:

Las ecuaciones de primer grado permiten modelar situaciones reales en distintas áreas y/o contextos relacionados con la economía, la física, la química, entre otras disciplinas.

Características principales

- ✓ El grado de la ecuación es **uno**, de ahí que reciban el nombre de ecuaciones **de primer grado**.
- ✓ El exponente de las incógnitas de cada término es **uno** (aunque no se escribe).
- ✓ **No presentan** productos ni cocientes entre incógnitas.
- ✓ La **forma estándar** de la ecuación lineal con una incógnita es:
 $Ax + B = 0$
donde A y B son números reales, con $A \neq 0$.
- ✓ La **forma estándar** de la ecuación lineal con dos incógnitas es:
 $Ax + By + C = 0$
donde A , B y C son números reales, con $A, B \neq 0$.
- ✓ Geométricamente, la gráfica de la ecuación de primer grado es una línea recta en el plano cartesiano, de ahí que también se le conozca como ecuación lineal. Sus características principales son la **pendiente m** y el valor de la **ordenada al origen b** .

Ejemplos de ecuaciones lineales

Con una incógnita	Con dos incógnitas
$3x + 5 = 0$	$2x + 3y - 7 = 0$
$-2x + 7 = 0$	$4x - y + 9 = 0$
$5x - 12 = 0$	$-3x + 5y + 1 = 0$

Geométricamente, la gráfica de la ecuación de primer grado es una línea recta en el plano cartesiano, de ahí que también se le conozca como ecuación lineal. Sus características principales son la **pendiente m** y el valor de la **ordenada al origen b** .

1 Situaciones de la vida diaria

Pánfilo compra un paquete de 24 piezas de panquecitos, y diariamente se come 4 panquecitos. ¿Para cuántos días le durará el paquete de panquecitos a Pánfilo?

Sea x la variable para el número de días. El total de panquecitos que come Pánfilo en x días es $4x$. Por lo que la igualdad se expresa como:

$$4x = 24$$

2 Situaciones de la vida diaria

La diferencia entre dos números es de 30. Y uno es el triple del otro.

Sean a y b : los números.

La primera oración indica una resta y la segunda, que $a = 3b$.

La diferencia entre los números se expresa como:

$$a - b = 30$$

Como $a = 3b$, sustituimos en la ecuación:

$$\begin{aligned} a - b &= 30 \\ 3b - b &= 30 \end{aligned}$$

Al resolver la ecuación, obtendremos el valor de las incógnitas.

Las ecuaciones de primer grado permiten el modelaje de **situaciones reales** y son la base para el estudio de funciones lineales, sistemas de ecuaciones y análisis matemático, entre otros temas más avanzados.

OpenAI. (2026, abril 20). Imagen de La Ecuación en su primer grado [Imagen generada por IA]. ChatGPT.



PM3-SA1-ACT01. Problemario: “Relación de columnas y listas de ecuaciones”

Propósito:

Fortalecer la comprensión del concepto de ecuación mediante la identificación de expresiones algebraicas que cumplen con la definición y las características de una ecuación, distinguiendo además aquellas que corresponden a ecuaciones lineales o de primer grado.

Instrucciones:

Analiza cuidadosamente cada una de las expresiones algebraicas que se presentan a continuación.

PARTE I

Instrucciones: De la siguiente lista de ecuaciones, identifica cuáles son aquellas que SI cumplen la definición y las características de una ecuación.

EXPRESIÓN ALGEBRAICA	SI	NO
$x + 8$		
$-2a = 10a + 24$		
$x + 1 < 2x + 9$		
$7x - 12 = 6x$		
$17 \leq 17$		
$9b + 18 = 45$		
$y^2 - 4 = 5$		
$8x > 6x - 1$		
$5x - 2 = 13$		
$m^3 - 4m = 5$		

PARTE II

Instrucciones: Del cuadro anterior, enlista aquellas ecuaciones que sean ecuaciones lineales o de primer grado.

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____

Producto esperado

Problemario

Tiempo estimado

50 minutos

Semana 2



Recuperando lo que ya sabes

Antes de avanzar, participa en una lluvia de ideas para recordar lo aprendido en la sesión anterior sobre las partes de una ecuación.

- ¿Qué es una ecuación?
- ¿Qué representa el símbolo de igualdad en una ecuación?
- ¿Cómo se llama la expresión que está antes del signo “=” y cómo se llama la que está después?
- ¿Qué es una incógnita o variable dentro de una ecuación?
- ¿Qué es un coeficiente?
- ¿Qué es una constante o término independiente?
- ¿Qué indica el exponente de una incógnita?
- ¿Qué son los términos de una ecuación?



Estas preguntas te ayudarán a recuperar los conceptos clave sobre las partes de una ecuación y a prepararte para seguir trabajando con expresiones algebraicas y ecuaciones de primer grado.



PM3-SA1-LECTURA 03. “La incógnita está perdida ¿cómo la encontraremos?”

Para resolver las ecuaciones lineales, hay que considerar lo siguiente:

1. **Agrupar los términos semejantes.**
2. **Respetar la jerarquía de operaciones y propiedades matemáticas para el despeje adecuado** (principalmente considerar operaciones inversas y ley de signos).
3. **Verificar el resultado obtenido** (opcional).

Retomando los casos 1 y 2 que se presentan en la Lectura 2, veamos cómo se resuelven:

1. Pánfilo compra un paquete de 24 piezas de panquecitos, y diariamente se come 4 panquecitos. ¿Para cuántos días le durará el paquete de panquecitos a Pánfilo?

La expresión para resolver es:

$$4x = 24$$

$$x = \frac{24}{4}$$

$$x = 6$$

Consideraciones:

El número que multiplica pasa a dividir (propiedad multiplicativa).

En esta resolución se puede observar en el primer término como el 4 que está multiplicando a la incógnita, pasa después del signo de igual a dividir el segundo término, de donde obtenemos el resultado exacto de 6. Lo que significa que Pánfilo, se terminará sus panquecitos en 6 días.

2. La diferencia entre dos números es de 30. Y uno es el triple del otro.

Inicialmente se tenía que:

$$a - b = 30$$

$$\text{Y como } a = 3b$$

Se reescribe la diferencia como:

$$a - b = 30$$

$$3b - b = 30$$

Y continuando la resolución se obtiene que:

$$2b = 30$$

$$b = \frac{30}{2}$$

$$b = 15$$

Consideraciones:

El número que multiplica pasa a dividir (propiedad multiplicativa).

Así que, el segundo número es 15 y como el primer número es el triple del segundo, podemos calcularlo:

$$a = 3b$$

$$a = 3(15)$$

$$a = 45$$

Por lo tanto, se tiene que los números que se buscan son el 45 y el 15.



PM3-SA1-LECTURA-04. “Forma estándar de las ecuaciones lineales”

La forma estándar de la ecuación lineal con dos incógnitas se expresa como:

$$ax + by = c$$

donde:

a , b y c son números reales.

a y b deben ser números diferentes de cero (no son simultáneamente cero).

x y y son las incógnitas de la ecuación.

Uno de los beneficios clave de la forma estándar sobre la forma pendiente-intersección o punto-pendiente es que se puede utilizar para encontrar rápidamente la intersección de una recta con el eje x .

También se puede usar para encontrar la intersección de una recta con el eje y , pero esto es algo que también es relativamente fácil, al usar cualquiera de las otras formas. Una vez que se conocen la intersección con el eje x y la intersección con el eje y , también se puede usar la forma estándar para graficar la recta, aunque es un poco más tedioso que usar cualquiera de las otras dos formas mencionadas.

La forma estándar es una de las formas más utilizadas para representar una ecuación lineal, especialmente al trabajar con sistemas de ecuaciones lineales. En esta guía se empleará principalmente esta forma, ya que facilita el análisis y la resolución de ecuaciones y sistemas. Existen otras formas de expresar una ecuación lineal, como la forma pendiente-intersección y la forma punto-pendiente, las cuales se estudiarán más adelante.

Las ecuaciones lineales también se expresan en otras formas, pero las anteriores son algunas de las más comunes.

Ejemplo1. Reescribir las siguientes ecuaciones en forma estándar.

a) $y = 5x - 7$

Solución:

Necesitamos reescribir las ecuaciones para que todas las incógnitas estén a un lado de la ecuación y el coeficiente de x no sea negativo.

- Sustraer y en ambos lados: $y - y = 5x - 7 - y$

$$0 = 5x - 7 - y$$

- Sumar 7 en ambos lados: $0 + 7 = 5x - 7 - y + 7$



$$7 = 5x - y$$

- La ecuación en su forma estándar es: $5x - y = 7$

b) $y - 2 = -3(x + 3)$

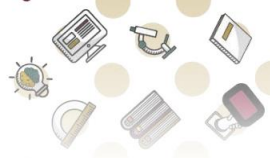
Solución:

- Distribuir el -3 en el lado derecho: $y - 2 = -3(x) - 3(3)$
$$y - 2 = -3x - 9$$
- Sumar $3x$ en ambos lados : $y - 2 + 3x = -3x - 9 + 3x$
$$y - 2 + 3x = -9$$
- Sumar 2 en ambos lados: $y - 2 + 3x + 2 = -9 + 2$
$$y + 3x = -7$$
- La ecuación en su forma estándar es: $3x + y = -7$

c) $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$

Solución:

- Encontrar el mínimo común denominador para todos los denominadores en la ecuación. En este caso, el mínimo común denominador es igual a 6 .
- Multiplicar todos los términos por 6 : $6(y) = 6\left(\frac{2}{3}x\right) + 6\left(\frac{1}{2}\right)$
$$6y = 4x + 3$$
- Sustraer $6y$ de ambos lados: $6y - 6y = 4x + 3 - 6y$
$$0 = 4x + 3 - 6y$$
- Sustraer 3 en ambos lados: $0 - 3 = 4x + 3 - 6y - 3$
$$-3 = 4x - 6y$$
- La ecuación en su forma estándar es: $4x - 6y = -3$



PM3-SA1-ACT02. Problemario “Solución de ecuaciones lineales y su forma estándar”

Propósito:

Fortalecer la comprensión de las ecuaciones de primer grado mediante la traducción de situaciones cotidianas al lenguaje algebraico y la resolución de problemas sencillos, identificando incógnitas, relaciones entre cantidades y soluciones correspondientes.

Instrucciones:

Lee cuidadosamente cada situación y traduce cada caso al lenguaje algebraico.

En cada ejercicio:

- Identifica la incógnita o las incógnitas.
- Representa la situación mediante una ecuación o sistema de ecuaciones, según corresponda.
- Resuelve paso a paso.
- Verifica tu resultado.
- Escribe la respuesta final en lenguaje común.

Parte I

Instrucciones: Traduce los siguientes casos al lenguaje algebraico y determina la solución correspondiente.

a) La suma consecutiva de tres números es de 36.

--	--	--



b) La suma de dos números es de siete y la diferencia entre ellos es de una unidad.

--	--	--

c) Las edades de Patroclo y Aquiles se llevan 2 años de diferencia y, la suma de las edades es de 54 años.

--	--	--



Parte II

Instrucciones: Lee cuidadosamente cada problema y con apoyo de la Lectura 4, resuelve los ejercicios de la conversión de la forma punto-pendiente ordenada al origen a la forma estándar de las ecuaciones lineales.

1. $y = 3x - 8$

Escriba aquí la ecuación.

2. $2y = 6x + 9$

3. $y - 7 = -5(x - 12)$

4. $3y + 5 = 4(x - 9)$

5. $y = \frac{9}{4}x + \frac{1}{4}$

Producto esperado

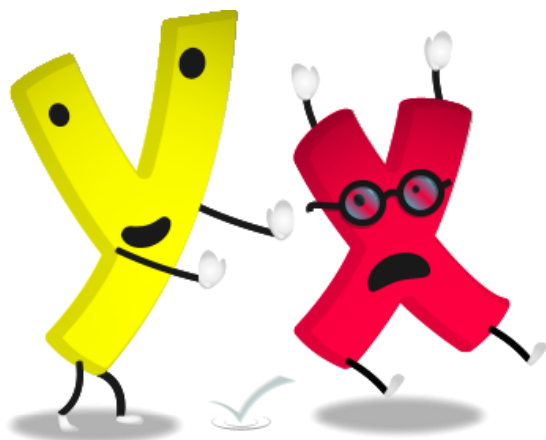
Problemario

Tiempo estimado

50 minutos

Propósito formativo 2

Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas que refieran a situaciones de interés.



Recuperando lo que ya sabes

Antes de avanzar, piensa en lo que ya conoces:

- ¿Cómo resolvías una ecuación lineal con una sola incógnita?
- ¿Qué significa que una ecuación sea de primer grado?
- ¿Qué ocurre cuando representas una ecuación en el plano cartesiano?

Estas preguntas te ayudan a conectar tus conocimientos previos con lo que estás por descubrir, ahora no se trata de una sola incógnita, sino de dos, y eso abre la puerta a representar y resolver situaciones más complejas y cercanas a la vida real.



PM3-SA1-LECTURA 05. “Dos incógnitas, mil soluciones: el poder del álgebra”

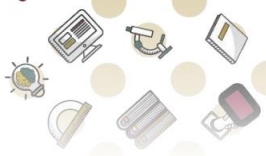
El problema de tener dos preguntas al mismo tiempo

Imagina que tienes \$100 pesos y quieres comprar tacos y refrescos. Los tacos cuestan \$12 cada uno y los refrescos \$20 cada uno. Quieres gastar exactamente todo el dinero. **¿Cuántos tacos y cuántos refrescos compras?**

En ese momento te das cuenta de algo: hay dos cosas que no sabes. No sabes cuántos tacos ni cuántos refrescos. Tienes **dos incógnitas**. Y aunque puedas escribir una ecuación con esas dos incógnitas, esa sola ecuación no basta para encontrar una respuesta única.

Esta es exactamente la razón por la que este tema existe, **hay situaciones reales** donde tenemos que encontrar **dos valores desconocidos al mismo tiempo**, y para eso **necesitamos dos ecuaciones, una por cada condición del problema**.

¿Qué es una ecuación lineal con dos incógnitas?



Una ecuación lineal con dos incógnitas **es una igualdad matemática que involucra dos variables (normalmente llamadas x y y)**, donde ninguna de ellas está elevada a una potencia mayor que 1, ni multiplicada entre sí. Su forma estándar es:

$$ax + by = c$$

donde:

- a , b y c son números reales,
- x y y son las incógnitas.

¿Por qué se llama "lineal"?

Porque cuando graficamos todas las soluciones posibles de esta ecuación en el plano cartesiano, forman una línea recta. Cada punto sobre esa recta es una solución válida. Por eso la palabra "lineal" viene de "línea".

Esta ecuación representa una **recta en el plano cartesiano**. Cada valor de x tiene un valor correspondiente de y , y juntos forman puntos que, al unirse, dibujan una línea recta.

Cuando trabajas con **dos ecuaciones lineales con dos incógnitas**, lo que buscas es el punto donde esas dos rectas se cruzan. Ese punto es la solución: el par ordenado (x, y) que satisface ambas ecuaciones al mismo tiempo.

Antes de resolver un sistema, es importante aprender a reconocer, construir y verificar ecuaciones lineales con dos incógnitas. Hay tres preguntas claves que debes poder responder:

- **¿Es lineal?** Revisa que x y y no estén elevadas al cuadrado ni multiplicadas entre sí. Si ves x^2 , y^2 , o xy , no es lineal.
- **¿Tiene dos incógnitas?** Debe haber exactamente dos letras distintas que representan valores desconocidos.
- **¿Un par (x, y) es solución?** Sustituye los valores y verifica que la igualdad se cumpla.

Cómo verificar si un par es solución

Dada la ecuación $3x + 2y = 12$, ¿es $(2, 3)$ una solución?

- Sustituimos: $3(2) + 2(3) = 6 + 6 = 12 \checkmark$
- La igualdad se cumple, así que sí: el par $(2, 3)$ es solución de esta ecuación.
- ¿Es la única solución? No. También funcionan $(4, 0)$, $(0, 6)$, $(-2, 9)$... La ecuación puede tener varias soluciones.



PM3-SA01-LECTURA 06. ¿Cuánto costaba cada cosa? El álgebra en la tiendita.

Una compra con billete de \$200

Lupita fue a la tienda y compró 3 bolsas de papas a un precio que no recuerda bien, más una botella de agua que sí sabe que cuesta \$15. Pagó con un billete de \$200 y le dieron \$50 de cambio. **¿Cuánto costaba cada bolsa de papas?**

- 3 bolsas de papas (precio desconocido) $\rightarrow 3x$
- 1 botella de agua $\rightarrow \$15.00$
- Cambio recibido $\rightarrow \$50.00$
- Billete entregado $\rightarrow \$200.00$

¿Cuánto gastó en total?

Si pagó \$200 y le devolvieron \$50, entonces gastó: $200 - 50 = \$150$. Eso es lo que costaron las papas más el agua juntas.

Del lenguaje común al lenguaje algebraico

Antes de resolver, traducimos la situación a una ecuación. Esto es el puente entre la realidad y las matemáticas.

1. Identificar la incógnita

Lo que no sabemos es el precio de cada bolsa de papas. Le damos un nombre: x .

$$x = \text{precio de una bolsa de papas (en pesos)}$$

2. Escribir la ecuación

El total gastado es lo que cuestan las 3 bolsas más el agua. Y sabemos que ese total es \$150.

$$3x + 15 = 150$$

Esta es nuestra **ecuación lineal**. Tiene una sola incógnita (x) y dos lados iguales.

3. Despejar: eliminar el término independiente

Queremos dejar la x sola. Primero quitamos el +15 restando 15 a ambos lados de la igualdad. Hacemos lo mismo en los dos lados para no romper el equilibrio.

$$\begin{aligned} 3x + 15 - 15 &= 150 - 15 \\ 3x &= 135 \end{aligned}$$

4. Despejar: eliminar el coeficiente

Ahora x está multiplicada por 3. Para dejarla sola, dividimos ambos lados entre 3.

$$3x \div 3 = 135 \div 3$$

$$x = 45$$

5. Verificar la respuesta

Sustituimos $x = 45$ en la ecuación original para confirmar que funciona:

$$3(45) + 15 = 135 + 15 = 150 \checkmark$$

La igualdad se cumple. La respuesta es correcta.

Cada bolsa de papas costaba **\$45**. Lupita compró 3 bolsas (\$135) más una botella de agua (\$15), gastando \$150 en total de su billete de \$200, y recibió \$50 de cambio.

¿CUÁNTO COSTABA CADA COSA?

EL ÁLGEBRA EN LA TIENDITA

Compró 3 bolsas de papas (precio que no recuerda bien) y 1 botella de agua que cuesta \$15. Pagó con un billete de \$200 y le dieron \$50 de cambio.

TIENDITA

¡Siempre buenos precios!

UNA COMPRA CON BILLETE DE \$200

	3 bolsas de papas (precio desconocido) → $3x$
	1 botella de agua → \$15.00
	Cambio recibido → \$50.00
	Billete entregado → \$200.00

¿CUÁNTO GASTÓ EN TOTAL?

Si pagó \$200 y le devolvieron \$50, entonces gastó:

$200 - 50 = \$150$ → Eso es lo que costaron las papas más el agua juntas.

DEL LENGUAJE COMÚN AL LENGUAJE ALGEBRAICO

Antes de resolver, traducimos la situación a una ecuación. Esto es el puente entre la realidad y las matemáticas.

1 IDENTIFICAR LA INCÓGNITA

Lo que no sabemos es el precio de cada bolsa de papas. Le damos un nombre:

x

x = precio de una bolsa de papas (en pesos)

2 ESCRIBIR LA ECUACIÓN

El total gastado es lo que cuestan las 3 bolsas más el agua. Y sabemos que ese total es \$150.

$3x + 15 = 150$

Esta es nuestra ecuación lineal. Tiene una sola incógnita (x) y dos lados iguales.

3 DESPEJAR: ELIMINAR EL TÉRMINO INDEPENDIENTE

Queremos dejar la x sola. Primero quitamos el $+15$ restando 15 a ambos lados de la igualdad. Hacemos lo mismo en los dos lados para no romper el equilibrio.

$3x + 15 - 15 = 150 - 15$

$3x = 135$

4 DESPEJAR: ELIMINAR EL COEFICIENTE

Ahora x está multiplicada por 3. Para dejarla sola, dividimos ambos lados entre 3.

$3x \div 3 = 135 \div 3$

$x = 45$

5 VERIFICAR LA RESPUESTA

Sustituimos $x = 45$ en la ecuación original para confirmar que funciona:

$3(45) + 15 = 135 + 15$

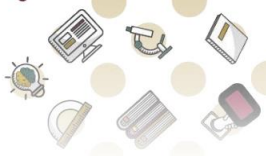
$= 150 \checkmark$

La igualdad se cumple. La respuesta es correcta.

Cada bolsa de papas costaba \$45. Lupita compró 3 bolsas (\$135) más una botella de agua (\$15), gastando \$150 en total de su billete de \$200, y recibió \$50 de cambio.

+ = \$150 → \$50 DE CAMBIO

OpenAI. (2026, abril 20). Imagen de Algebra en la Tiendita [Imagen generada por IA]. ChatGPT



PM3-SA1-ACT03 Problemario: “Descubriendo el valor oculto”

Propósito

Que los estudiantes identifiquen la incógnita en situaciones cotidianas, traduzcan problemas del lenguaje común al lenguaje algebraico y resuelvan ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita, aplicando los pasos de traducir, despejar y verificar, fortaleciendo su razonamiento lógico y la interpretación de resultados.

Instrucciones:

Lean cada problema en equipo.

Antes de escribir la ecuación, definan: **¿cuál es la incógnita?** Luego resuelvan juntos siguiendo los pasos: **traducir → despejar → verificar.**

Anoten todo el procedimiento, no solo la respuesta.

1. Rodrigo vende tortas en la escuela. Al final del día vendió 5 tortas y también cobró \$20 por un refresco que le debían del día anterior. En total reunió \$120. ¿Cuánto cuesta cada torta?

2. En una farmacia, 4 botellas de shampoo tienen una promoción, si presentas tu tarjeta de cliente te descuentan \$18 del total. Una clienta presentó su tarjeta y pagó \$102. ¿Cuánto cuesta cada botella sin el descuento?



3. Tres amigas compraron juntas telas para sus disfraces de fin de año. Cada una pagó la misma parte. Además, entre todas añadieron \$240 para el material de costura. En total gastaron \$1380. ¿Cuánto pagó cada una por las telas?

4. Un grupo de estudiantes juntó \$3500. para pagar el camión de una excursión. El camión cobra una cuota fija de \$500 más \$250 por cada pasajero. ¿Cuántos estudiantes pueden ir en el camión con ese presupuesto exacto?

5. Doña Carmen vende plantas. Hoy vendió algunas macetas grandes a \$65 cada una. Su vecina le compró el doble de macetas que ella vendió en la mañana, pero le pagó \$45 por cada una porque son amigas. Al final del día ambas ventas sumaron \$310. ¿Cuántas macetas vendió Doña Carmen en la mañana?

Producto esperado

Problemario

Tiempo estimado

50 minutos.

Semana 4

Recuperando lo que ya sabes



Antes de avanzar, participa en una lluvia de ideas sobre lo que ya conoces:



- ¿Qué recuerdas de las ecuaciones lineales de primer grado con dos incógnitas?
- ¿Cómo reconoces su forma estándar?
- ¿Qué procedimiento recuerdas para resolverlas?
- ¿En qué se diferencia una ecuación con dos incógnitas de una con una sola incógnita?
- ¿Cómo se representa una situación cotidiana mediante una ecuación?
- ¿Qué pasos sigues para despejar una incógnita y verificar el resultado?

Estas preguntas te ayudarán a recuperar lo aprendido en las lecturas **PM3-SA1-LECTURA05** y **PM3-SA1-LECTURA06**, para reconocer la relación entre las ecuaciones con una y dos incógnitas, y aplicar el lenguaje algebraico en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

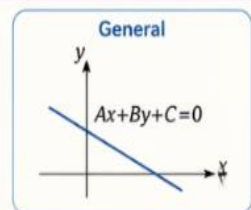
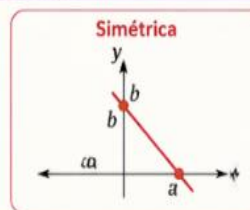
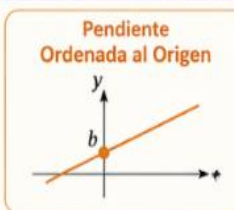
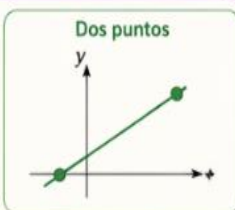
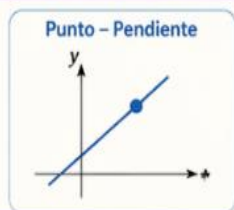


PM3-SA01-LECTURA 07. Ecuaciones de la recta.

Todos hemos visto rectas en la vida diaria: una carretera, el borde de una mesa, la trayectoria de una pelota. **En matemáticas, una recta queda perfectamente definida si sabemos cómo se inclina y por dónde pasa.** Hay varias formas de escribir esa misma recta, y cada forma nos sirve para algo distinto. Así como una persona puede presentarse por su nombre, su apodo o su profesión, una recta puede escribirse de distintas formas. Todas describen lo mismo, pero unas son más útiles según el problema.

Definición: La línea recta es el lugar geométrico de los puntos del plano, de los cuales al tomar dos cualesquiera, el valor de la pendiente m siempre es constante.

El propósito de este contenido formativo es estudiar las distintas formas en que se expresa la ecuación de la recta. Estas se expresan de la siguiente forma:



OpenAI. (2026, abril 20). Imagen de las formas de expresar la ecuación de la recta [Imagen generada por IA]. ChatGPT.

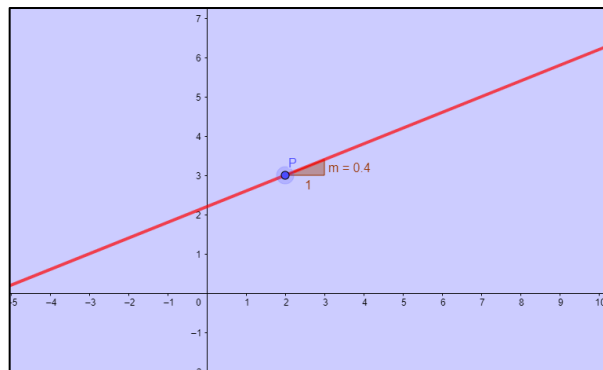


Ecuación Punto – Pendiente.

Dado el punto $P_1(x_1, y_1)$ de la recta de pendiente m , entonces la ecuación punto- pendiente esta dado de la forma:

$$y - y_1 = m(x - x_1).$$

Cuando la recta coincide con el eje y o es paralela a él, su pendiente no está definida.



Landeró de la Cruz, M. A. (s. f.). Gráfica de una ecuación lineal con pendiente $m = 0.4$ elaborada en GeoGebra [Captura de pantalla]. GeoGebra.

Veamos los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(4, 1)$ cuya pendiente es $m = \frac{2}{5}$

Solución.

Datos:

$$P(4, 1) \quad m = \frac{2}{5}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Sustitución.

$$y - 1 = \frac{2}{5}(x - 4)$$

$$5(y - 1) = 2(x - 4)$$

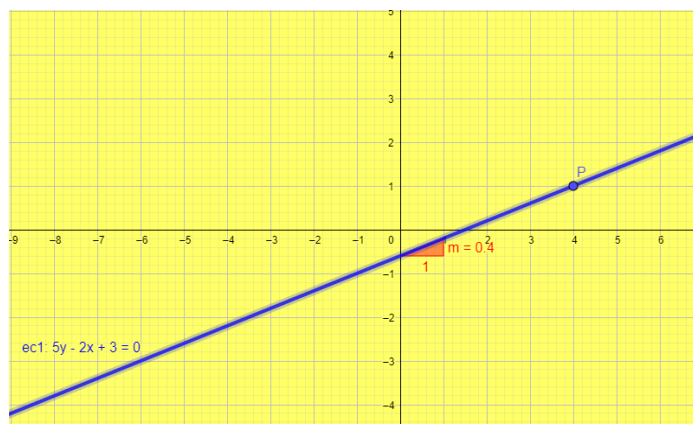
$$5y - 5 = 2x - 8$$

$$5y - 2x - 5 + 8 = 0$$

Entonces la ecuación de la recta es:

$$5y - 2x + 3 = 0$$

Gráfica



Landeró de la Cruz, M. A. (s. f.). Gráfica de una ecuación lineal con pendiente $m = 0.4$ y ecuación $5y - 2x + 3 = 0$ [Captura de pantalla]. GeoGebra.



Ejemplo 2: Calcula la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-1, 3)$ que tiene como pendiente $m = -\frac{2}{3}$

Solución.

Datos:

$$A(-1, 3) \quad m = -\frac{2}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Sustitución.

$$y - 3 = -\frac{2}{3}(x - (-1))$$

$$3(y - 3) = -2(x + 1)$$

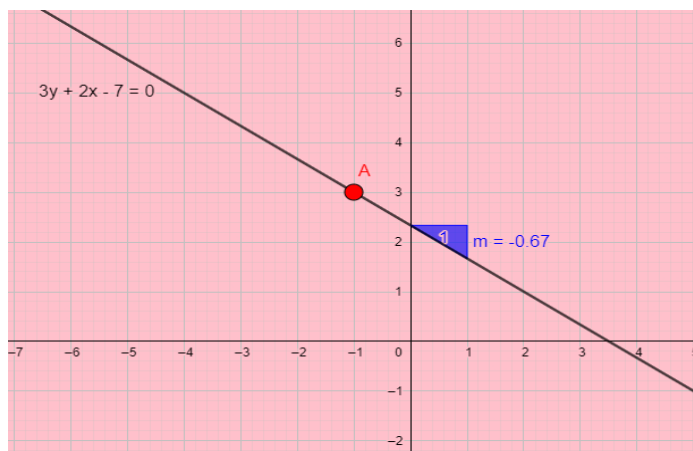
$$3y - 9 = -2x - 2$$

$$3y + 2x - 9 + 2 = 0$$

Entonces la ecuación de la recta es:

$$3y + 2x - 7 = 0$$

Gráfica.



Lander de la Cruz, M. A. (s. f.). Gráfica de una ecuación lineal con pendiente negativa [Captura de pantalla]. GeoGebra.

Nota: En estos dos ejemplos nos dieron como pendiente una positiva y otra negativa, observando las gráficas notamos que; cuando la pendiente es positiva, la recta está inclinada a la derecha, mientras que cuando la pendiente es negativa, la recta se inclina a la izquierda.

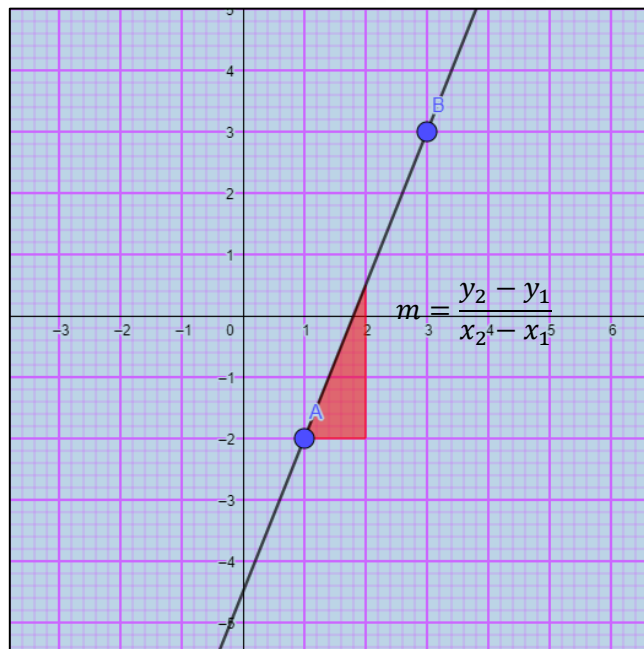
Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

Dados los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ de la recta, la definición de la pendiente está dado por:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

En este caso, se conoce dos puntos por donde pasa la recta y la pendiente se puede calcular mediante la formula anterior. Una vez conocida la pendiente y eligiendo cualquiera de los dos puntos donde pasa la recta, podemos utilizar la ecuación *punto – pendiente*: $y - y_1 = m(x - x_1)$. Sustituyendo la pendiente en esta ecuación tenemos que:

$$y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1)$$



Landero de la Cruz, M. A. (s. f.). Representación gráfica de la pendiente de una recta entre dos puntos [Captura de pantalla]. GeoGebra

Ejemplo 1: Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(-4,2)$ y $B(8,7)$

Solución.

Datos: $A(-4,2)$ $B(8,7)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Sustitución.

$$m = \frac{7 - 2}{8 - (-4)} = \frac{7 - 2}{8 + 4} = \frac{5}{12}$$

$$y - 2 = \frac{5}{12}(x - (-4))$$

$$12(y - 2) = 5(x + 4)$$

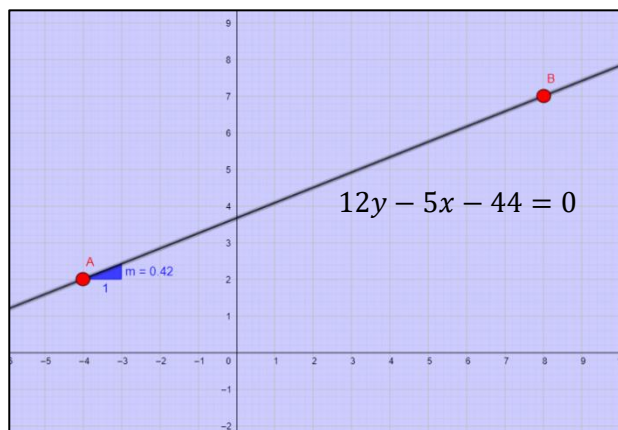
$$12y - 24 = 5x + 20$$

$$12y - 5x - 24 - 20 = 0$$

Entonces la ecuación de la recta es:

$$12y - 5x - 44 = 0$$

Gráfica.



Landero de la Cruz, M. A. (s. f.). Representación gráfica de la pendiente de una recta entre dos puntos [Captura de pantalla]. GeoGebra.



Ecuación pendiente–ordenada al origen (o ecuación ordinaria)

Otra forma de representar la ecuación de una recta es; si se conoce la pendiente ***m*** de una recta y su ordenada al origen (intersección con el eje ***Y***), entonces se conoce el punto de coordenada ***(0, b)*** que esta sobre la recta, sustituyendo en la ecuación punto – pendiente:

$$y - b = m(x - 0) \Rightarrow y - b = mx$$

Por lo tanto:

$$y = mx + b$$

esta forma se conoce como la ecuación pendiente – ordenada al origen donde:

m es la pendiente y b es la ordenada al origen.

Ejemplo 1: Encuentra la ecuación de la recta, cuya intersección con el eje ***y*** es **4** y su pendiente ***m*** = -3.

Solución.

Datos:

$$b = 4 \quad m = -3$$

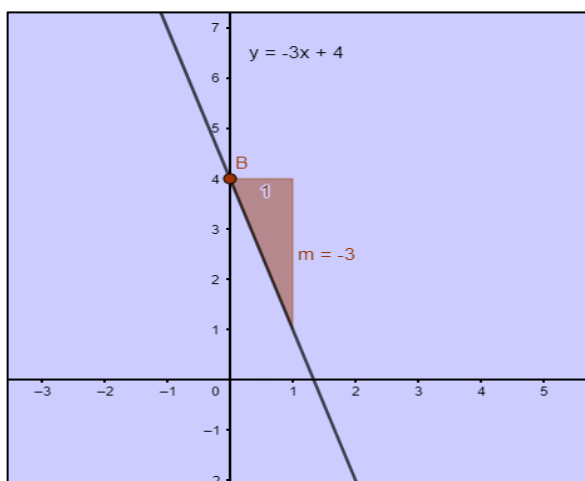
$$y = mx + b$$

Sustitución.

$$y = -3x + 4$$

$$y + 3x - 4 = 0$$

Gráfica.



Landero de la Cruz, M. A. (s. f.). Gráfica de una ecuación lineal con pendiente $m = 0.4$ y ecuación $5y - 2x + 3 = 0$ [Captura de pantalla]. GeoGebra.

Ecuación de la recta en su forma simétrica.

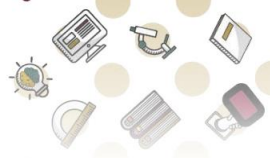
Para determinar la ecuación simétrica de la recta, es necesario saber la intersección con los ejes ***x*** y ***y*** que pasa por los puntos ***(a, 0)*** y ***(0, b)*** con ***a*** ≠ 0 y ***b*** ≠ 0; entonces la ecuación simétrica se represa por:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Donde:

a: abscisa al origen (representa la intersección con el eje ***X***).

b: ordenada al origen (representa la intersección con el eje ***Y***).



Ejemplo 1: Encuentra la ecuación de la recta, cuyas intersecciones con los ejes son los puntos **A(2, 0)** y **B(0, -3)**.

Solución

Datos: $a = 2$ $b = -3$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

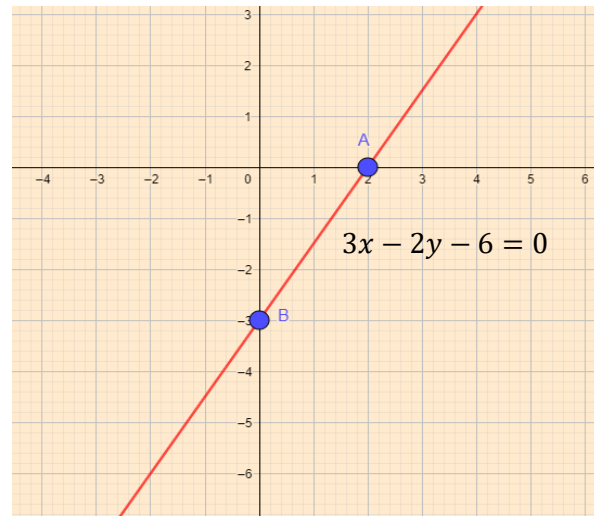
Sustitución:

$\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1 \Rightarrow$ multiplicando toda la ecuación por el resultado del producto de los denominadores: $(2)(3) = 6$

$$6\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1\right) \Rightarrow 3x - 2y = 6$$

$$3x - 2y - 6 = 0$$

Gráfica

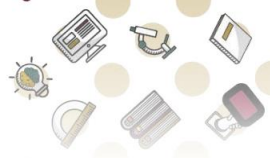


Landero de la Cruz, M. A. (s. f.). Gráfica de una ecuación lineal en forma estándar [Captura de pantalla]. GeoGebra.

Ecuación General de Recta

La ecuación general de la recta está dada de la forma **$Ax + By + C = 0$** , donde **A, B, C** son constante. Esta ecuación se puede transformar en las ecuaciones vista anteriormente, en la siguiente tabla se muestra dichas transformaciones.

La ecuación general es de la forma $Ax + By + C = 0$	
Ecuación pendiente – ordenada al origen. $y = mx + b$	Transformación. $Ax + By + C = 0$ despejando y de la ecuación general tenemos que: $By = -Ax - C \Rightarrow y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ donde $m = -\frac{A}{B} \quad b = -\frac{C}{B}$
Ecuación Simétrica $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	Transformación. $Ax + By + C = 0 \Rightarrow Ax + By = -C$ $-\frac{1}{C}(Ax + By = -C) \Rightarrow \frac{Ax}{-C} + \frac{By}{-C} = \frac{-C}{-C}$ $\frac{x}{-\frac{C}{A}} + \frac{y}{-\frac{C}{B}} = 1$ Donde: $a = -\frac{C}{A} \quad b = -\frac{C}{B}$



La siguiente tabla podemos observar un cuadro comparativo de las ecuaciones vista en este contenido formativo:

Forma	Ecuación	¿Cuándo usarla?	Datos que necesitas
Punto pendiente	$y - y_1 = m(x - x_1)$	Cuando conoces su pendiente y un punto por donde pasa la recta. Cuando conoces dos puntos por donde pasa la recta.	m y un punto $P(x, y)$ $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
Pendiente ordenada al origen	$y = mx + b$	Cuando se conoce la pendiente y donde corta al eje Y.	m y b
Simétrica	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	Cuando la recta interseca a los ejes X y Y en los puntos $(a, 0)$ $(0, b)$	a y b
General	$Ax + By + C = 0$	Para un trabajo formal, comparar rectas.	Cualquier ecuación anteriormente mencionada

Para aprender un poco más sobre la ecuación de una recta dados dos puntos, se recomienda ver el siguiente video, da click en el enlace o escanea el código QR:

https://www.youtube.com/watch?v=pavmh_Dh8TI

VIDEO
YouTube



Ecuación de una recta que pasa por dos puntos (Ordinaria, general, punto pendiente)

https://www.youtube.com/watch?v=pavmh_Dh8I



PM3-SA01-LECTURA 08. Herramientas de Localización Espacial

El Plano Cartesiano: Fundamentos y Estructura

¿Dónde estamos?

Imagine que debe describir la ubicación exacta de un interruptor de luz en una pared vacía. Podría decir "está un poco a la derecha y hacia arriba", pero esa descripción es imprecisa. **En matemáticas, necesitamos un sistema que nos permita fijar una posición de manera única y exacta.**

Este desafío fue resuelto en el siglo XVII por el filósofo y matemático francés René Descartes. Cuenta la leyenda que, observando el vuelo de una mosca en su habitación, se dio cuenta de que podía describir la posición de la mosca en cualquier momento simplemente midiendo su distancia a dos paredes perpendiculares. Este sistema de localización, en su honor, **se conoce hoy como el Plano Cartesiano.**

El **plano cartesiano** es un sistema de referencia bidimensional formado por dos rectas numéricas perpendiculares (ejes) que se cruzan en un punto llamado origen **(0, 0)**.

Ejes Perpendiculares

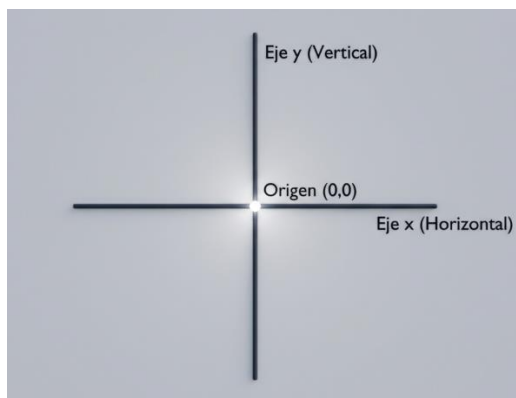
La **base de todo el plano cartesiano** es la interacción de *dos rectas numéricas infinitas que se cruzan en un ángulo perfecto de 90 grados*. Esta relación se llama perpendicularidad.

Estas dos rectas reciben el nombre de ejes coordenados:

El **Eje Horizontal (Eje x)**: Es una recta numérica tradicional que se extiende de izquierda (números negativos) a derecha (números positivos). También se le conoce comúnmente como el eje de las abscisas.

El **Eje Vertical (Eje y)**: Es una recta numérica que se extiende de abajo (números negativos) hacia arriba (números positivos). Se le conoce también como el eje de las ordenadas.

La siguiente figura ilustra esta estructura fundamental.



(Google, 2026) o ". Plano cartesiano. Generado con Gemini (Google, 2026)."

1.- Estructura Básica.

Esta representación muestra la intersección fundamental. Observa cómo el eje horizontal (x) y el eje vertical (y) se cruzan de forma perpendicular. El punto de encuentro es el Origen $(0,0)$, la base de todo el sistema.

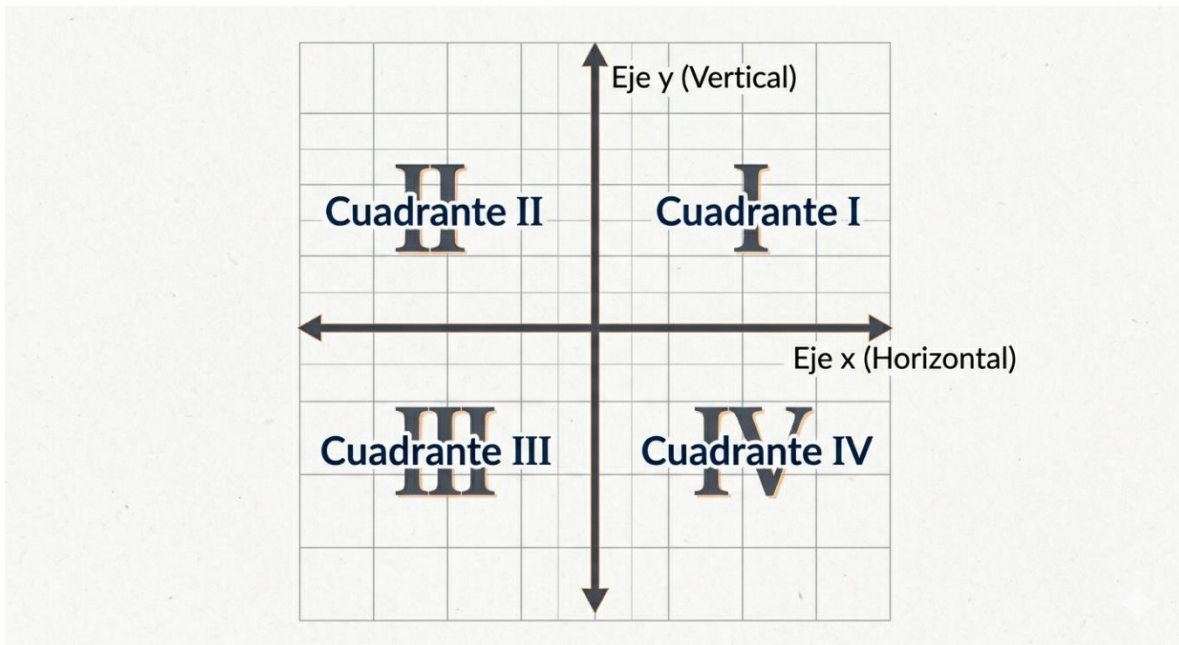
2. La División del Espacio: El Origen y los Cuadrantes

La intersección de estos dos ejes crea un punto central único y divide el plano infinito en cuatro zonas distintas.

El **Origen**: Es el punto exacto donde el Eje x y el Eje y se cruzan. En este punto, el valor en ambos ejes es exactamente cero. Sus coordenadas se escriben siempre como $(0, 0)$. El Origen es el punto de partida para cualquier localización.

Los **Cuadrantes**: Al cruzarse, los ejes dividen el plano en cuatro regiones infinitas, llamadas cuadrantes. Por convención, estos cuadrantes se numeran utilizando números romanos (I, II, III, IV) en sentido antihorario, empezando por el superior derecho, donde ambos ejes tienen valores positivos.

Esta organización se visualiza mejor al añadir una cuadrícula completa al sistema, como se muestra a continuación.



Google. (2026). Cuadrícula y cuadrantes del plano cartesiano [Imagen generada por IA]. Gemini.

Cuadrícula y Cuadrantes. Esta ilustración de estilo de libro de texto añade una cuadrícula completa al sistema de ejes de la Figura 1. Observa cómo el cruce de los ejes (x) (horizontal) e (y) (vertical) divide el plano en cuatro zonas infinitas, numeradas con números romanos I, II, III y IV.

Aplicaciones prácticas: Localización exacta

El plano cartesiano es la base de la geometría analítica, pero tiene aplicaciones cotidianas esenciales.

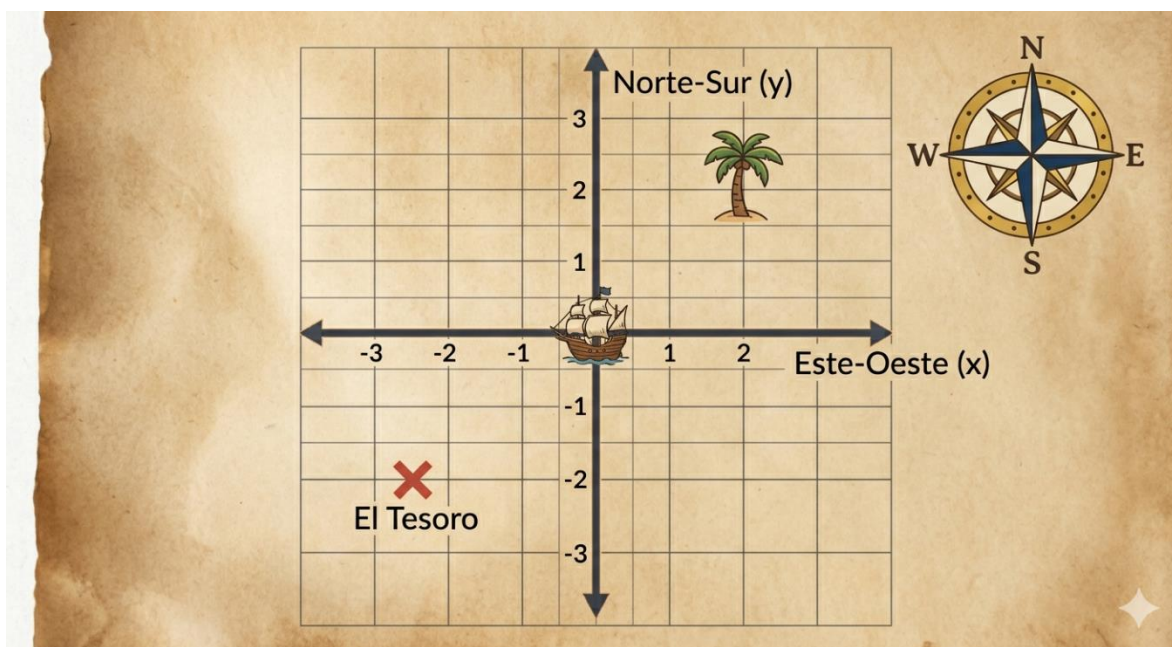
Se utiliza para:

Mapas y navegación: El sistema de latitud y longitud es un ejemplo de un plano cartesiano curvo aplicado sobre la esfera terrestre.

Gráficos de datos: Casi todos los gráficos estadísticos que ves en noticias, finanzas o ciencia utilizan un plano de coordenadas x , y para representar la relación entre dos variables.

Diseño gráfico y arquitectura: Los programas de diseño utilizan un sistema de coordenadas para ubicar cada punto, línea y forma con precisión matemática.

Un ejemplo tangible de esta aplicación es el siguiente mapa de coordenadas simplificado.



Google. (2026). Mapa de coordenadas en el plano cartesiano [Imagen generada por IA]. Gemini.

Mapa de coordenadas simplificado: Esta ilustración muestra un ejemplo práctico del plano cartesiano de las dos imágenes anteriores a esta. Observa cómo los ejes Norte-Sur (y) y Este-Oeste (x) se cruzan de forma perpendicular en el origen (0,0), el lugar de salida del barco. El sistema de cuadrícula permite localizar puntos exactos, como el 'Tesoro' $(-3, -2)$, y navegar por el plano.



PM3-SA01-LECTURA 09. Representación gráfica de la ecuación de la recta

En el estudio de la geometría analítica, una de las herramientas fundamentales es la **ecuación de la recta**. Esta nos permite traducir relaciones numéricas en representaciones visuales dentro del plano cartesiano. La forma más común de representar una recta es la forma pendiente-ordenada al origen, expresada mediante la ecuación:

$$y = mx + b$$

Donde:

m = Pendiente: Indica la inclinación de la recta.

Si **m** es positiva, la recta asciende; si es negativa, desciende.

b = Ordenada al origen: Es el punto exacto donde la recta cruza el eje vertical (**y**).

El Proceso de graficación

Para representar gráficamente cualquier recta, no necesitamos trazar cientos de puntos; basta con identificar dos elementos clave:

Marcar la **ordenada al origen (b)**: Nos situamos en el eje **y** en el valor de **b** . Este es nuestro punto de partida: **$(0, b)$** .

Utilizar la **pendiente (m)**: Recordemos que la pendiente es la razón "cambio en **y** sobre cambio en **x** " ($\Delta y / \Delta x$). Si tenemos un valor entero, lo podemos expresar como fracción (ejemplo: **$3 = 3/1$**). Esto **significa** "subir **3** unidades y avanzar **1** a la derecha".

Trazar la línea: Al unir el punto inicial con el nuevo punto obtenido mediante la pendiente, obtendremos la representación gráfica de la recta.

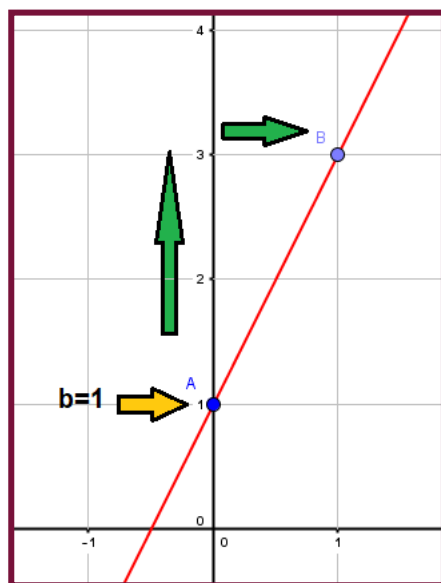
Ejemplo práctico

Imagina que tenemos la ecuación **$y = 2x + 1$** . Para representarla, seguimos estos pasos:

Ubicar el punto de partida: Identificamos **b** . En este caso, **$b = 1$** . Ponemos un punto en **$A(0, 1)$** del eje **y** .

Aplicar la pendiente: Como **$m = 2 = \frac{2}{1}$** , desde nuestro primer punto subimos **2** unidades y avanzamos **1** unidad a la derecha. Ahí marcamos el segundo punto **$B(1, 3)$** .

Trazar la línea: Unimos ambos puntos con una regla, extendiéndola en ambas direcciones.



Juárez Custodio, A (s. f.). Gráfica de una ecuación lineal con ordenada al origen $b = 1$ [Imagen elaborada en GeoGebra]..

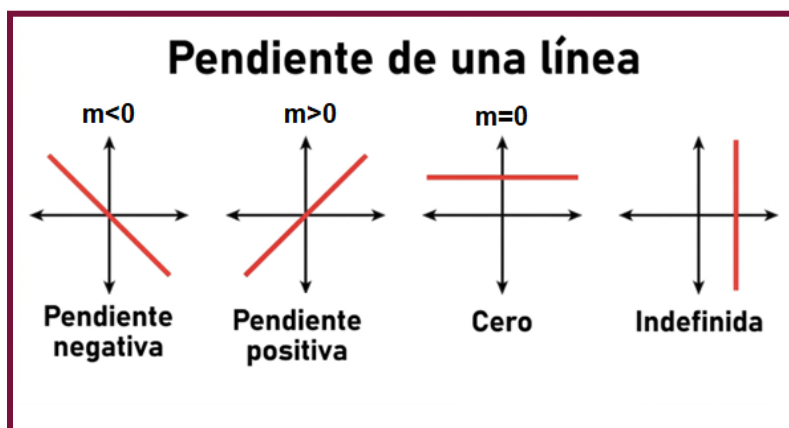
Ejemplos Visuales

A continuación, se presentan representaciones gráficas de cómo se comportan las rectas según sus valores:

Pendiente Negativa ($m < 0$): La recta baja de izquierda a derecha.

Pendiente Positiva ($m > 0$): La recta sube de izquierda a derecha.

Pendiente Cero ($m = 0$): Es una línea completamente horizontal.



Google. (2026). Pendiente de una línea [Imagen generada por IA]. Gemini.

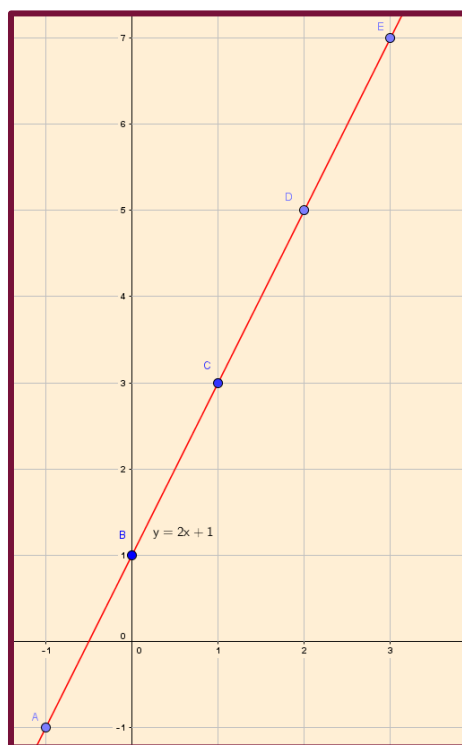
Gráfica de la ecuación de la recta mediante una tabla de valores.

Graficar una recta mediante una tabla de valores *implica asignar valores a x para calcular los correspondientes valores de y* , formando pares ordenados (x,y) que se ubican en el plano cartesiano.

Ejemplo. Grafica $y = 2x + 1$

x	Sustituyendo en la ecuación $y = 2x + 1$	<i>Punto</i> (x, y)
-1	$y = 2(-1) + 1 = -1$	$A(-1, -1)$
0	$y = 2(0) + 1 = 1$	$B(0, 1)$
1	$y = 2(1) + 1 = 3$	$C(1, 3)$
2	$y = 2(2) + 1 = 5$	$D(2, 5)$
3	$y = 2(3) + 1 = 7$	$E(3, 7)$

Graficando en el plano cartesiano



Juárez Custodio, A. (s. f.). Gráfica de una ecuación lineal en forma pendiente-ordenada al origen [Imagen elaborada en GeoGebra].



PM3-SA1-ACT04 Trazando nuestras ideas (Ecuaciones de 2 incógnitas y plano cartesiano).

Propósito:

Que los estudiantes representen gráficamente ecuaciones lineales de primer grado con dos incógnitas en el plano cartesiano, identificando la relación entre su expresión algebraica y su representación geométrica, mediante el trazado de rectas a partir de diferentes formas de la ecuación.

Instrucciones:

Reunidos en binas, grafiquen las siguientes ecuaciones de dos incógnitas en el plano cartesiano en su libreta.

Para cada una, analicen su expresión algebraica, identifiquen los elementos necesarios para trazar la recta (pendiente, intersección con el eje y, o puntos de referencia) y representen correctamente su gráfica.

Como apoyo, pueden utilizar GeoGebra para verificar sus resultados para reforzar el procedimiento de graficación.

Ecuaciones por graficar:

- ✓ $y = 3x + 4y$
- ✓ $4x - 2y - 10 = 0$
- ✓ $y = \frac{3}{2}x + 1$

Indicaciones para el desarrollo:

- Lean cuidadosamente cada ecuación antes de iniciar el trazo.
- Si es necesario, transformen la ecuación a una forma que facilite su representación gráfica.
- Elaboren una tabla de valores o identifiquen al menos **dos puntos** por donde pasa cada recta.
- Ubiquen los puntos en el plano cartesiano con orden y precisión.
- Tracen la recta correspondiente para cada ecuación.
- Observen y comenten en pareja:
 - ¿Qué sucede con la inclinación de cada recta?
 - ¿En qué punto corta al eje y?
 - ¿Cuál de las rectas es más inclinada?

Producto esperado

Problemario, representación gráfica

Tiempo estimado

50 minutos.



Propósito formativo 3

Aplica la aritmética, el manejo del álgebra y el método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.



Recuperando lo que ya sabes

- Antes de avanzar, recuerda y comenta lo aprendido en la clase anterior sobre las ecuaciones lineales y su representación en el plano cartesiano.

- ¿Qué recuerdas sobre las ecuaciones lineales de primer grado con una y dos incógnitas?
- ¿Cómo se representa una ecuación lineal en el plano cartesiano?
- ¿Qué relación existe entre una ecuación y la recta que la representa?
- ¿Qué significa la pendiente de una recta y qué nos indica su valor?
- ¿Qué representa el punto donde la recta corta al eje y ?
- ¿Qué formas de la ecuación de la recta recuerdas haber trabajado?

Esta retroalimentación te permitirá recuperar los contenidos formativos de la clase anterior y prepararte para aplicar el álgebra, la aritmética y el método gráfico en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en situaciones de interés.



PM3-SA01-LECTURA 10. Descifrando la vida diaria con ecuaciones: ¡Resuelve todo como un pro!

En la vida diaria, constantemente tomamos decisiones que implican relacionar cantidades como cuánto gastar, cuánto ahorrar, o cómo repartir nuestro tiempo. **Las ecuaciones lineales son herramientas matemáticas que nos ayudan a representar estas situaciones y encontrar soluciones de forma lógica.**

Dentro de los métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales, dos de los más útiles, son el **método de igualación y el método de sustitución**. A continuación, veremos de manera conceptual cada uno de ellos.



MÉTODO DE IGUALACIÓN

Por ejemplo, supongamos que una persona compra dos camisetas de su equipo local (x) y una de la selección (y) por \$720. Su amigo compró una camiseta local y tres de su selección por \$810. *¿Como podemos conocer el precio cada camiseta?*

- Persona: $2x + y = 720$

$$2x = 720 - y$$

$$x = \frac{720 - y}{2}$$

- Amigo: $x + 3y = 810$

$$y = \frac{810 - x}{3}$$

En este método se despeja la misma variable en ambas ecuaciones y se igualan las expresiones para luego resolver. En otras palabras, decimos que **enfrentamos** las dos ecuaciones para poder transformar una ecuación lineal de dos variables a una ecuación lineal con una variable y resolverla de manera más sencilla. **Este método es útil cuando puedes expresar una misma variable de maneras distintas.**

Método de Igualación



1. Despejamos la misma variable en ambas ecuaciones.

2. Igualamos las expresiones y resolvemos.

OpenAI. (2026). Método de igualación para resolver sistemas de ecuaciones lineales [Imagen generada por IA]. ChatGPT.



MATERIAL AUDIOVISUAL

Método de igualación

Escaneame 



<https://youtu.be/209uimxpb60?si=Z2Y6LCyFLIONHv9t>



MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Este método consiste en despejar una variable en una de las ecuaciones y sustituirla en otra, por ejemplo:

- Imagina que vas con un amigo a comprar snacks y entre los dos compran 5 productos.

$$x + y = 5$$

- Tú compras el doble de lo que compra tu amigo

$$x = 2y$$

En este caso la segunda ecuación ya se encuentra despejada y se puede **introducir** en la primera ecuación.

El método es muy útil cuando una variable se puede despejar fácilmente.

Una vez que se encuentra el valor de la primera variable, el proceso siguiente es el mismo para todos los métodos, el cual es sustituirlo en una de las dos ecuaciones originales para determinar la segunda variable.

Las matemáticas no son sólo números en un cuaderno. Son herramientas que te ayudan a tomar decisiones informadas, organizar tu economía y entender mejor el mundo que te rodea. Aprender métodos por igualación y sustitución te permite resolver problemas reales de manera estratégica.

A continuación, analiza la infografía siguiente que nos muestra la comparación de las soluciones de estos dos métodos y la importancia en nuestra vida diaria:

Método de Sustitución

1. Despejamos una variable en una ecuación.

2. Sustituimos en la otra ecuación y resolvemos.

OpenAI. (2026). *Método de sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales* [Imagen generada por IA]. ChatGPT.



MATERIAL AUDIOVISUAL

Método de sustitución
Khan Academy

Escaneame



<https://es.khanacademy.org/math/eb-1-semestre-bachillerato-nme/x223b7fb977f8199d:ecuaciones-lineales/x223b7fb977f8199d:sistemas-de-ecuaciones-lineales/a/substitution-method-review-systems-of-equations>

¡DOS MÉTODOS, UN MISMO OBJETIVO: ENCONTRAR LA SOLUCIÓN!

Los sistemas de ecuaciones lineales nos ayudan a resolver situaciones reales. Conoce dos métodos prácticos:
Igualación y Sustitución.

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Consiste en **despejar la misma variable** en ambas ecuaciones e **igualar** las expresiones.

EJEMPLO COTIDIANO

En una tienda de deportes, un fanático compró 2 camisetas de su equipo local (x) y 1 camiseta de la selección (y) por \$720. Su amigo compró 1 camiseta local y 3 de la selección por \$810.
¿Cuánto cuesta cada camiseta?



- 1) $2x + y = 720$
- 2) $x + 3y = 810$

PLANTEAMIENTO

$$\begin{array}{l} x = \text{precio de la camiseta local} \\ y = \text{precio de la camiseta de la selección} \end{array} \quad \begin{cases} 2x + y = 720 & (1) \\ x + 3y = 810 & (2) \end{cases}$$

PASOS

- 1 Despeja la misma variable en ambas ecuaciones.
- 2 Igualar las dos expresiones obtenidas.
- 3 Resuelve para encontrar el valor de una variable.
- 4 Sustituye ese valor en cualquiera de las ecuaciones para encontrar la otra variable.

$$\begin{array}{l} \text{De la 1ª ecuación: } 2x + y = 720 \\ 2x = 720 - y \\ x = \frac{720 - y}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{De la 2ª ecuación: } x + 3y = 810 \\ x = 810 - 3y \end{array}$$

Igualemos las expresiones:

$$\frac{720 - y}{2} = 810 - 3y$$

Multiplicamos por 2 en ambos lados:

$$720 - y = 1620 - 6y$$

Sumamos 6y a ambos lados:

$$720 + 5y = 1620$$

Restamos 720 en ambos lados:

$$5y = 900$$

Dividimos entre 5:

$$y = 180$$

Sustituimos $y = 180$ en $x = 810 - 3y$:

$$x = 810 - 3(180)$$

$$x = 810 - 540$$

$$x = 270$$

SOLUCIÓN: $x = 270$, $y = 180$

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Consiste en **despejar una variable** en una ecuación y **sustituirla** en la otra ecuación.

EJEMPLO COTIDIANO

Un club de fútbol compró balones nuevos. Pagaron \$1800 por 1 balón oficial (x) y 2 balones de entrenamiento (y). Al día siguiente, otro club pagó \$2250 por 2 balones oficiales y 1 de entrenamiento.
¿Cuánto cuesta cada balón?



- 1) $x + 2y = 1800$
- 2) $2x + y = 2250$

PLANTEAMIENTO

$$\begin{array}{l} x = \text{precio del balón oficial} \\ y = \text{precio del balón de entrenamiento} \end{array} \quad \begin{cases} x + 2y = 1800 & (1) \\ 2x + y = 2250 & (2) \end{cases}$$

PASOS

- 1 Despeja una variable en una de las ecuaciones.
- 2 Sustituye esa expresión en la otra ecuación.
- 3 Resuelve para encontrar el valor de una variable.
- 4 Sustituye ese valor para encontrar la otra variable.

De la 1ª ecuación (despejando x):

$$\begin{array}{l} x + 2y = 1800 \\ x = 1800 - 2y \end{array}$$

Sustituimos en la 2ª ecuación:

$$\begin{array}{l} 2(1800 - 2y) + y = 2250 \\ 3600 - 4y + y = 2250 \\ 3600 - 3y = 2250 \\ -3y = 2250 - 3600 \\ -3y = -1350 \\ y = 450 \end{array}$$

Sustituimos $y = 450$ en $x = 1800 - 2y$:

$$\begin{array}{l} x = 1800 - 2(450) \\ x = 1800 - 900 \\ x = 900 \end{array}$$

SOLUCIÓN: $x = 900$, $y = 450$

¿PARA QUÉ SIRVEN ESTOS MÉTODOS EN LA VIDA DIARIA?



Administrar tu dinero.



Organizar tu tiempo de estudio y trabajo.



Comparar precios y hacer compras inteligentes.



Tomar decisiones informadas.

RECUERDA

No se trata solo de números, sino de entender situaciones, pensar, analizar y buscar la mejor solución.

¡LAS MATEMÁTICAS ESTÁN EN TODAS PARTES! ♥



Piensa • Analiza • Resuelve • Aplica
¡Tú puedes ser un **pro** en matemáticas!





Ejemplos

El misterio del outfit deportivo

Imagina que estás aprovechando las rebajas de temporada en tu tienda favorita para renovar tu equipo. Al llegar a la caja, te encuentras con dos paquetes distintos, pero los precios individuales de las prendas no están marcados en la etiqueta.

Para poder administrar bien tu presupuesto y decidir si te alcanza para llevarte algo más, necesitas determinar el valor unitario de cada artículo antes de pagar.

El Desafío

A partir de tus compras, hemos extraído los siguientes datos:

- **Compra A:** Llevas **dos playeras y una gorra**, pagando un total de **\$300**.
- **Compra B:** En una transacción diferente, el costo de **una playera y una gorra** fue de **\$200**.

Tu misión: Determina el costo exacto de una playera y el costo de una gorra del sistema de ecuaciones generados utilizando los **métodos de igualación y sustitución**.

Antes de aplicar algún método hay que establecer el sistema de ecuaciones lineales haciendo uso del lenguaje algebraico.

- Sea x el precio de una playera.
- Sea y el precio de una gorra.

Por lo tanto, se genera el siguiente sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + y = 300 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

Método de igualación (El método del espejo)

En términos breves, este método consiste en despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones para luego, igualarlas y resolver. Al aplicar esto, se hace una transformación de ecuaciones con dos incógnitas a una ecuación lineal con una incógnita y poder hallar su valor, para que al final éste se sustituya y nos permite encontrar el valor de la otra variable.

Paso 1: “Aislamiento” (Despejar la variable)

- Elige una de las dos variables (x o y). Debes **despejar esa misma variable** en ambas ecuaciones. **Siempre es más fácil elegir la letra que no tenga números a su lado (con coeficiente 1) o que sea positiva en ambas partes**



En este caso despejaremos la letra y , al ver que cumple que cumple con la recomendación.

$$\begin{cases} y = 300 - 2x \\ y = 200 - x \end{cases}$$

Paso 2: “El espejo” (Igualar)

- Escribe ambas expresiones frente a frente con un signo de igual en medio.

$$\begin{array}{r} y = y \\ 300 - 2x = 200 - x \end{array}$$

Paso 3: “La reducción” (Resolver)

- Ahora que tenemos una sola ecuación con una sola letra (variable). El objetivo es mover todas las letras a un lado y todos los números (término independiente) al otro lado para poder agrupar y obtener el valor de la incógnita. **Siempre es más fácil mover hacia donde se encuentra la letra con el número mayor y que sea positivo**

$$\begin{array}{r} 300 - 200 = -x + 2x \\ 100 = x \end{array}$$

Estos pasos son exclusivos del método de igualación. A partir del siguiente se aplica lo mismo para todos los métodos para resolver sistema de ecuaciones lineales.

Paso 4: “El retorno” (Sustituir)

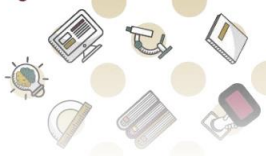
- Una vez que ya se conoce el valor de la primera letra, se toma cualquiera de las dos ecuaciones antes despejadas en el **Paso 1** y cambia la letra por su valor numérico. Esto te dará el valor de la segunda variable.

$$\begin{array}{r} y = 200 - x \\ y = 200 - 100 \\ y = 100 \end{array}$$

Paso 5: “La prueba de fuego” (Comprobar)

- Para estar totalmente seguros, coloca ambos valores en las ecuaciones originales. Si la igualdad se mantiene en ambas, ¡El problema está resuelto correctamente!

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 2x + y = 300 \\ x + y = 200 \end{cases} \\ \begin{cases} 2(100) + 100 = 300 \\ 100 + 100 = 200 \end{cases} \end{array}$$



Método de sustitución (El método del relevo)

El objetivo de esta técnica algebraica es despejar una incógnita en una ecuación y sustituyéndola en la otra. Esto reduce el sistema a una ecuación con una sola variable, facilitando encontrar los valores de ambas incógnitas paso a paso.

Retomando la misma situación de las playas y las gorras, a continuación, se muestra una serie de pasos para facilitar la solución por este método.

$$\begin{cases} 2x + y = 300 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

Paso 1: “La selección” (Despejar una variable)

- Elige la ecuación que se vea más sencilla y **despeja una sola variable** (x o y). *Busca la letra que esté “sola” (con coeficiente 1) *

$$x = 200 - y$$

Paso 2: “El infiltrado” (Sustituir)

- Toma la expresión que encontraste en el paso anterior y **ponla dentro de la otra ecuación** (la que no has usado), ocupando el lugar de la variable correspondiente. ¡Reemplazando!

$$2(200 - y) + y = 300$$

Paso 3: “La simplificación” (Resolver)

- Quedo una ecuación con una sola incógnita. Elimina los paréntesis, agrupa las letras de un lado y los números (coeficientes independientes) al otro lado y resuelve.

$$400 - 2y + y = 300$$

$$-2y + y = 300 - 400$$

$$-y = -100$$

$$(-y = -100) \cdot (-1)$$

$$y = 100$$

Paso 4: “El reencuentro” (Hallar la segunda variable)

- Al tener el primer valor, regresamos al despeje del **Paso 1** e inserta el valor para obtener la segunda variable.

$$\begin{aligned} x &= 200 - y \\ x &= 200 - 100 \\ x &= 100 \end{aligned}$$

Paso 5: “La verificación”

- Al igual que en cualquier método, sustituye ambos valores en las ecuaciones originales para confirmar que el “outfit” deportivo cuesta exactamente eso.

The infographic is divided into two main sections: **MÉTODO DE IGUALACIÓN** (Elimination Method) and **MÉTODO DE SUSTITUCIÓN** (Substitution Method).

MÉTODO DE IGUALACIÓN: Shows two equations, $3x + y = 10$ (Ecuación 1) and $2x - y = 5$ (Ecuación 2). The process involves solving each equation for y to get $y = 10 - 3x$ and $y = 2x - 5$, then setting them equal to each other: $10 - 3x = 2x - 5$. The steps are labeled "Despejar Y ENFRENTAR".

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN: Shows the same two equations. The process involves solving Equation 1 for y to get $y = 10 - 3x$, then substituting this expression into Equation 2: $2x - (10 - 3x) = 5$. The steps are labeled "Despejar Y METER".

At the bottom, a **RETO RÁPIDO** (Quick Challenge) asks: "¿Cuál de los dos métodos les pareció **más corto** para resolver el problema de las playeras y la gorra?" (Which of the two methods did you find **shorter** to solve the problem of the t-shirts and the cap?).

(2026) Gemini. Imagen generada por Gemini.



Manos a la obra

PM3-SA1-ACT05. PROBLEMARIO (Parte 1).

(Tarea 5 según planeación de secuencias didácticas).

Reúnanse en binas y resuelvan la primera parte de la actividad PM3-SA1-ACT05, aplicando los métodos de igualación y sustitución para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Consulten la **página 94** de su guía didáctica, donde encontrarán la actividad descrita con sus apartados e indicaciones.

Al finalizar, socialicen sus resultados frente al grupo y comparen los procedimientos utilizados para llegar a la solución.

Semana 6



Recuperando lo que ya sabes

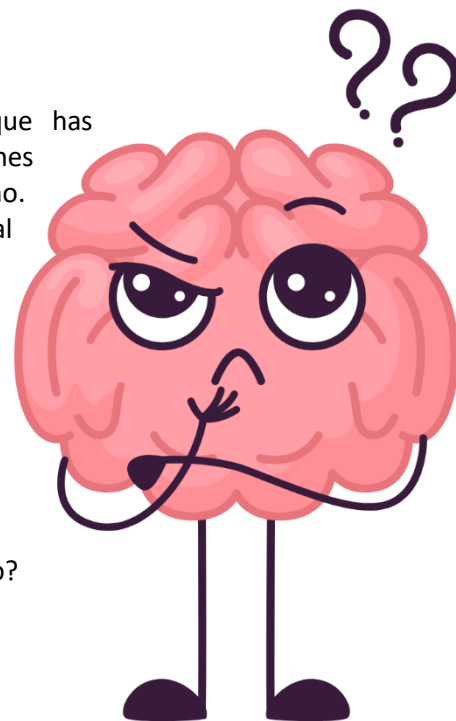
Antes de avanzar, recuerda los métodos que has trabajado para resolver sistemas de ecuaciones lineales y analiza cuándo conviene usar cada uno. Después, resuelve el siguiente acertijo mental relacionado con situaciones de tu entorno.

¿Qué recuerdas de los métodos de igualación y sustitución?

¿Qué pasos sigues en cada uno para encontrar la solución?

¿En qué se parecen y en qué se diferencian estos métodos?

¿En qué tipo de situaciones resulta más práctico usar uno u otro?



Acertijo mental

- En una papelería, 2 cuadernos y 1 pluma cuestan \$58. Si 1 cuaderno y 1 pluma cuestan \$34, ¿cuánto cuesta un cuaderno?
- Si por dos empanadas y un jugo un alumno paga \$50 y por dos empanadas y 3 jugos otro alumno paga \$90, entonces, ¿Cuánto cuesta cada empanada y cada jugo?

Estas preguntas y este reto te ayudarán a recuperar lo aprendido sobre los métodos anteriores y a prepararte para seguir resolviendo sistemas de ecuaciones lineales en situaciones cercanas a tu vida diaria.



PM3-SA01-LECTURA 11: Eliminar para ganar: El Arte de la Reducción.

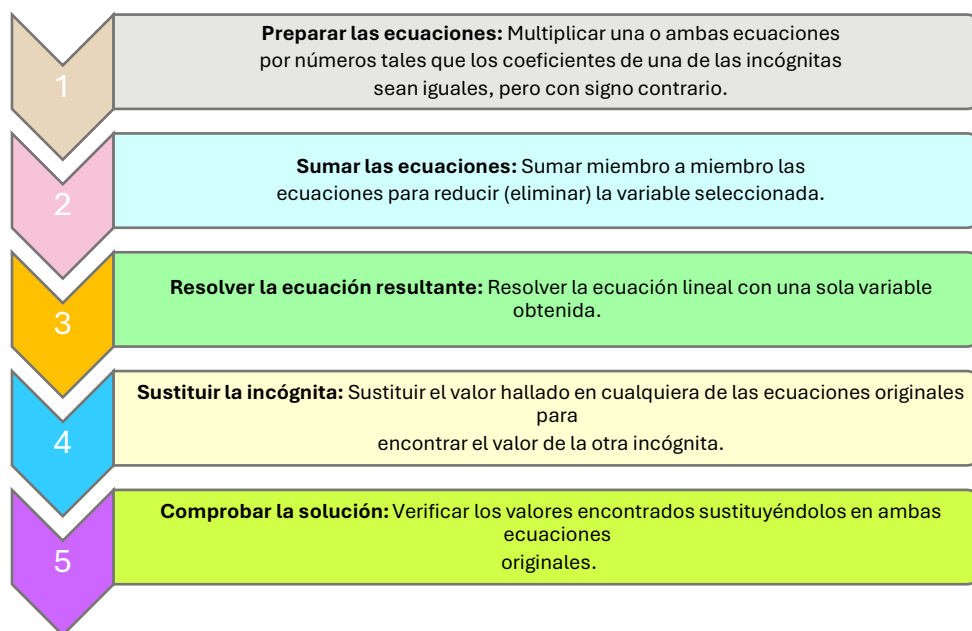
Como hemos visto anteriormente, los sistemas de ecuaciones sirven para encontrar valores desconocidos que dan solución a problemas de la vida diaria como el del acertijo anterior.

Método de reducción (suma y resta)

El método de reducción también conocido como “suma y resta” para resolver sistemas de ecuaciones lineales es muy útil en sistemas de 2×2 (dos ecuaciones con dos incógnitas). Al igual que en el método de sustitución el objetivo es reducir el sistema hasta lograr obtener una ecuación con una incógnita que se resuelva fácilmente.



Pasos resolver un sistema de ecuaciones por el método de reducción:



Para ilustrarlo de mejor manera, veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones mediante el método de reducción.

$$\begin{cases} 12x - 6y = 24 \\ -12x - 2y = -8 \end{cases}$$

Primero nombramos a la ecuación 1 y la ecuación 2.

$$\begin{cases} 12x - 6y = 24 & \text{--- (1)} \\ -12x - 2y = -8 & \text{--- (2)} \end{cases}$$

El método consiste en reducir el sistema eliminando una de las dos variables, ¿Qué pasaría con “X” si súmanos la ecuación (1) a la ecuación (2)?

$$\begin{array}{r} 12x - 6y = 24 \\ -12x - 2y = -8 \\ \hline -8y = 16 \end{array}$$

Nota que al sumar la ecuación (1) a la ecuación (2) se elimina la variable “X” porque $12x - 12x = 0$. El sistema se redujo a una ecuación con una incógnita y sólo resta despejar “Y” para encontrar su valor:

$$-8y = 16$$

$$y = \frac{16}{-8} = -2$$

$$y = -2$$



Ahora al igual que en el método de sustitución, tenemos que sustituir el valor de “Y” en cualquiera de las dos ecuaciones originales, hagámoslo en la ecuación (1).

$$12x - 6y = 24$$

$$12x - 6(-2) = 24$$

$$12x + 12 = 24$$

Reducimos la ecuación y despejamos a “X” para encontrar su valor:

$$12x = 24 - 12$$

$$12x = 12$$

$$x = \frac{12}{12} = 1$$

Por lo tanto, la solución del sistema de ecuaciones es $x = 1, y = -2$

Comprobando

Sustituyendo el valor de x y y en ambas ecuaciones

$$12x - 6y = 24 \text{ --- Ecuación 1}$$

$$12(1) - 6(-2) = 24$$

$$12 + 12 = 24$$

$$24 = 24 \checkmark$$

$$-12x - 2y = -8 \text{ --- Ecuación 1}$$

$$-12(1) - 2(-2) = -8$$

$$-12 + 4 = -8$$

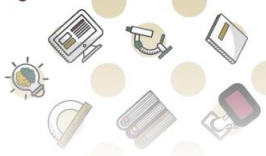
$$-8 = -8 \checkmark$$

Ejemplo 2. Determina la solución del siguiente sistema de ecuaciones mediante el método de reducción:

$$\begin{cases} 5x - y = 7 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

Nombramos a la ecuación 1 y la ecuación 2.

$$\begin{cases} 5x - y = 7 \text{ --- (1)} \\ 3x + 2y = 12 \text{ --- (2)} \end{cases}$$



Antes de continuar analiza y piensa por un momento ¿**Qué tendríamos que hacer para eliminar una de las variables?** ¿**cuál de las dos variables es más fácil de eliminar?**

Escojamos eliminar “X”, tenemos que multiplicar la ecuación (1) por 3 y la ecuación (2) por -5 para que al sumarlas se logre eliminar a la variable “X” como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{l}(5x - y = 7)(3) \\ (3x + 2y = 12)(-5)\end{array}$$

$$\begin{array}{r}15x - 3y = 21 \\ -15x - 10y = -60 \\ \hline -13y = -39\end{array}$$

Nota que al sumar la ecuación (1) a la ecuación (2) se elimina la variable “X” porque $15x - 15x = 0$. El sistema se redujo a una ecuación con una incógnita y sólo resta despejar “Y” para encontrar su valor:

$$\begin{array}{l}-13y = -39 \\ y = \frac{-39}{-13} \\ y = 3\end{array}$$

Ahora al igual que en el método de sustitución, tenemos que sustituir el valor de “Y” en cualquiera de las dos ecuaciones originales, hagámoslo en la ecuación (1).

$$\begin{array}{l}5x - y = 7 \\ 5x - 3 = 7\end{array}$$

Reducimos la ecuación y despejamos a “X” para encontrar su valor:

$$\begin{array}{l}5x = 7 + 3 \\ 5x = 10 \\ x = \frac{10}{5} = 2\end{array}$$

Por lo tanto, la solución del sistema de ecuaciones es $x = 2, y = 3$

Comprobando

Sustituyendo el valor de x y y en ambas ecuaciones

$$5x - y = 7 \text{ — — — — — Ecuación 1}$$

$$5(2) - 1(3) = 7$$

$$10 - 3 = 7$$

$$7 = 7 \checkmark$$

$$3x + 2y = 12 \text{ --- Ecuación 2}$$

$$3(2) + 2(3) = 12$$

$$6 + 6 = 12$$

$$12 = 12 \checkmark$$

Una vez que sabemos resolver sistemas de ecuaciones utilizando el método de reducción, podemos resolver el acertijo planteado al inicio de esta lectura.

Acertijo: si por dos empanadas y un jugo un alumno paga \$50 y por dos empanadas y 3 jugos otro alumno paga \$90, entonces, ¿Cuánto cuesta cada empanada y cada jugo?

Como hemos aprendido a lo largo de nuestra trayectoria académica, podemos plantear un modelo matemático que represente el problema para darle solución, como queremos conocer el precio de cada uno de los productos, entonces comenzamos por nombrar a las variables de la siguiente manera:

Sea x : el precio de las empanadas.

Sea y : el precio de los jugos.

Para formar el modelo matemático planteamos el acertijo de la siguiente manera:

Si por dos empanadas y un jugo se pagan \$50 entonces la ecuación que representa este enunciado es:

$$2x + y = 50$$

De la misma manera si por dos empanadas y tres jugos se pagan \$90, la ecuación que representa este enunciado es:

$$2x + 3y = 90$$

Por lo que el sistema de ecuaciones que representa el problema es el siguiente:

$$\begin{cases} 2x + y = 50 \\ 2x + 3y = 90 \end{cases}$$

El cual se resuelve utilizando el método de reducción:

Nombramos a la ecuación 1 y la ecuación 2.

$$\begin{cases} 2x + y = 50 \text{ --- (1)} \\ 2x + 3y = 90 \text{ --- (2)} \end{cases}$$

Multiplicamos la ecuación (2) por -1 y la sumamos a la ecuación (1)

$$\begin{aligned} 2x + y &= 50 \\ (2x + 3y = 90)(-1) \end{aligned}$$



$$\begin{array}{r} 2x + y = 50 \\ -2x - 3y = -90 \\ \hline -2y = -40 \end{array}$$

El sistema se redujo a una ecuación con una incógnita y sólo se despeja la “Y” para encontrar su valor:

$$-2y = -40$$

$$y = \frac{-40}{-2}$$

$$y = 20$$

Sustituimos el valor de “Y” en la ecuación (1) y despejamos para encontrar el valor de “X”.

$$2x + y = 50$$

$$2x + 20 = 50$$

$$2x = 50 - 20$$

$$2x = 30$$

$$x = \frac{30}{2} = 15$$

Por lo tanto, la solución del sistema de ecuaciones es $x = 15, y = 20$

Conclusión: **el precio de cada empanada es \$15 y el precio de cada jugo es \$20**

Para complementar tu aprendizaje puedes observar el siguiente video.

VIDEO
YouTube



**Sistemas de ecuaciones lineales 2x2 por
eliminación | Ej. 1 #julioprofe**

<https://www.youtube.com/watch?v=v6iKv3QXqNs>



PM3-SA01-LECTURA 12. Visualizando Soluciones: El poder del Método Gráfico.

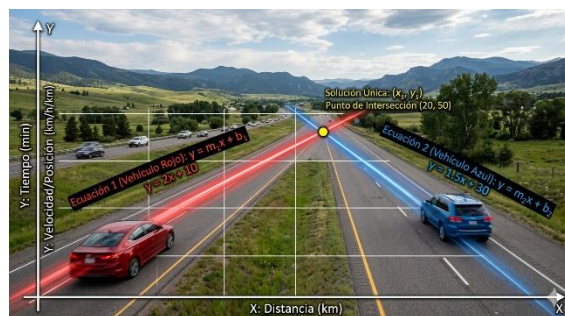
Concepto clave

Hasta ahora ya conoces al menos tres métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 , si bien hay otros métodos analíticos, ahora aplicaremos un método, que como su nombre lo indica, requiere de la representación gráfica, incluso son varias las alternativas para desarrollarlo, dependiendo de las herramientas y tecnologías disponibles que se encuentren a nuestro alcance.

Método Gráfico

El método gráfico consiste en realizar el trazo de las ecuaciones lineales de nuestro sistema en el plano cartesiano y la interpretación visual de su comportamiento, pudiéndose corroborar claramente los tres tipos de solución conocidos: una solución, soluciones infinitas y sin solución.

Recordemos que la representación gráfica de las ecuaciones lineales es “la recta”, graficando ambas ecuaciones en el plano cartesiano podemos apreciar los resultados posibles. En la imagen de arriba observamos la trayectoria de dos vehículos, donde posiblemente un señalamiento, la preferencia o hasta un semáforo, impedirían una posible coalición entre los dos, si bien no sería deseable este suceso, es evidente que sí existe un punto de intersección entre sus trayectorias.



OpenAI. (2026). Representación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales con punto de intersección [Imagen generada por IA]. ChatGPT.

Analizaremos otros tipos de problemas por el método gráfico por medio de la tabulación de puntos o a través de la ecuación punto-pendiente de la recta, incluso existen aplicaciones para realizar el proceso como la calculadora de uso libre GeoGebra.

Tabulación

Para este primer ejemplo necesitaremos como herramienta una regla o escuadra para trazar las rectas en el plano cartesiano mismo que debe ser trazado con la simetría y escala adecuados, es decir con ejes perpendiculares y saltos entre unidades con la misma separación, para mayor facilidad se recomienda utilizar una hoja cuadriculada u hoja milimétrica. Realizaremos la tabulación de dos puntos para cada ecuación.

EJEMPLO 1: Dar solución siguiente problema de sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 a través del método gráfico.

- Fernanda va al mercado, compran seis mangos y tres duraznos por 30 pesos, al día siguiente regresa al mismo lugar, pero esta vez compra 20 mangos y 4 duraznos por lo que realiza un pago de 76 pesos, ¿Cuál es el precio de cada fruta?

Asignamos $x = \text{mangos}$, $y = \text{duraznos}$, entonces:

Ecuación 1 $6x + 3y = 30$

Ecuación 2 $20x + 4y = 76$

Paso 1: Realizar el despeje de las dos ecuaciones lineales, para la variable “y”.

Ecuación 1 $6x + 3y = 30$

$$3y = 30 - 6x$$

$$y = \frac{30}{3} - \frac{6}{3}x = 10 - 2x$$

$$y = -2x + 10$$

Ecuación 2 $20x + 4y = 76$

$$4y = 76 - 20x$$

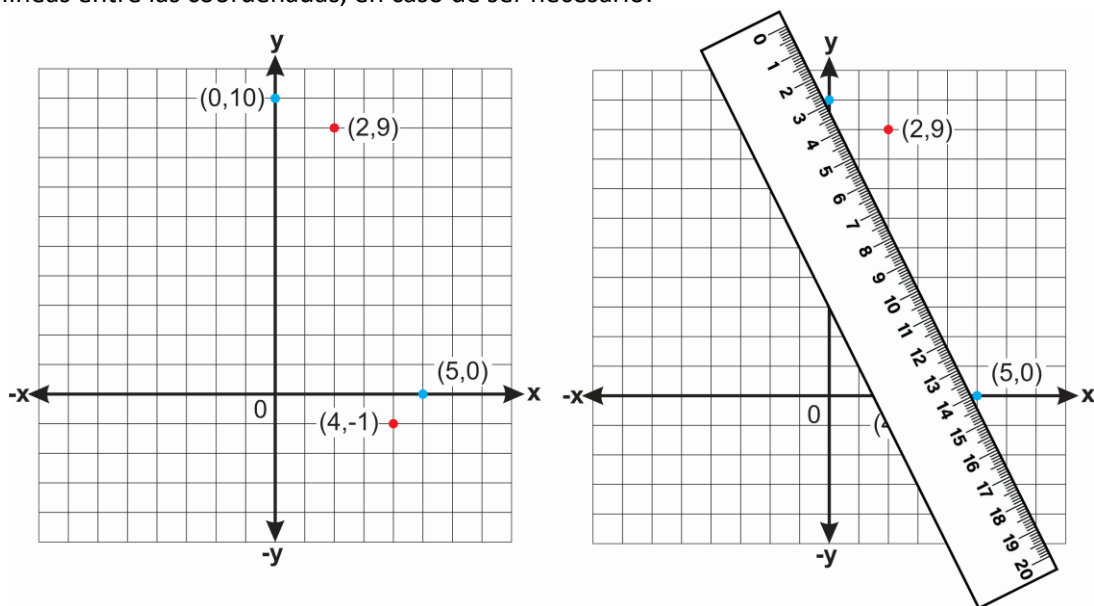
$$y = \frac{76}{4} - \frac{20}{4}x = 19 - 5x$$

$$y = 19 - 5x$$

Paso 2: Tabularemos las dos ecuaciones, sabemos que el comportamiento es el de la recta, por lo tanto, únicamente dos puntos serán suficientes, elegimos $x = 0$, $x = 5$ para la ecuación 1, y $x = 2$, $x = 4$ para la ecuación 2, tabulando:

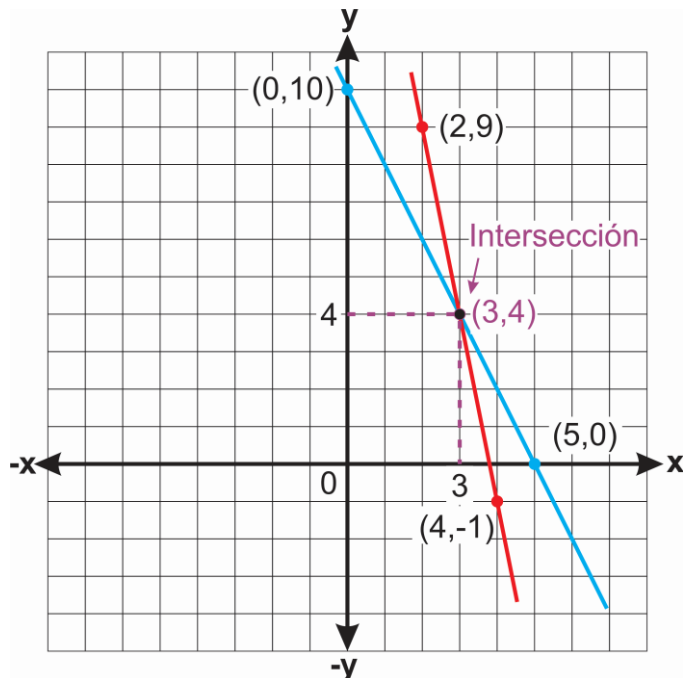
Tabulación			
Ecuación 1		Ecuación 2	
x	y	x	y
0	$y = -2x + 10$ $y = -2(0) + 10 = 10$ $y = 10$	2	$y = -5x + 19$ $y = -5(2) + 19 = 9$ $y = 9$
5	$y = -2x + 10$ $y = -2(5) + 10 = 0$ $y = 0$	4	$y = -5x + 19$ $y = -5(4) + 19 = -1$ $y = -1$
Coordenadas (0,10) y (5,0)		Coordenadas (2,9) y (4,-1)	

Paso 3: Ubicamos las coordenadas obtenidas en el plano cartesiano y procedemos a unir los puntos que le corresponden a cada ecuación con una regla o escuadra, de igual forma podemos extender las líneas entre las coordenadas, en caso de ser necesario:



Ruiz Rodríguez, L. M. (s. f.). Representación gráfica de puntos en el plano cartesiano y trazado de una recta [Imagen].

Paso 4: Analizamos el resultado obtenido, en este caso existe una solución, ya que las rectas se intersecan en un solo punto, trazaremos dos líneas perpendiculares a cada uno de los ejes como se muestra:

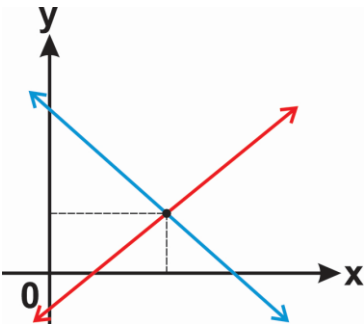
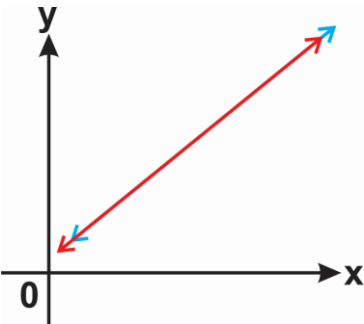
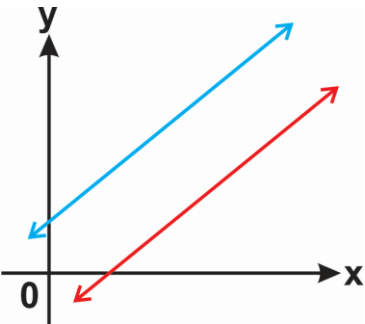


Ruiz Rodríguez, L. M. (s. f.). Representación gráfica de puntos en el plano cartesiano y trazado de una recta [Imagen].

Encontramos una solución a nuestro sistema, siendo la coordenada (3,4) el punto de intersección, definimos entonces a $x = 3$, $y = 4$, el precio de los mangos es de 3 pesos cada uno y el de los duraznos es de 4 pesos.



Antes de continuar veamos la interpretación gráfica de los tres tipos de solución conocido, tal como se muestra en la siguiente tabla.

TIPOS DE SOLUCIONES GRÁFICAS		
UNA SOLUCIÓN	SOLUCIONES INFINITAS	SIN SOLUCIÓN
Ocurre cuando las rectas tienen un ángulo de inclinación diferente (pendiente distinta), esto ocasionará que se intersequen una solo vez a lo largo de su trayectoria. El punto de intersección es la solución al sistema.	Una de las ecuaciones es un múltiplo de la otra, es decir las dos representan a la misma recta, una se sobrepone a la otra. En pocas palabras todos los puntos de las grafica son soluciones validas e infinitas.	Las rectas son paralelas, las ecuaciones poseen las mismas pendientes, pero intersecan al eje “y” en diferentes puntos. Esta característica implica que las rectas jamás se van a cruzar, por lo cual no existe ninguna solución válida.
EJEMPLO	EJEMPLO	EJEMPLO
		

Ecuación punto-pendiente de la recta

Desarrollaremos otro ejemplo por medio de este modelo de la ecuación de la recta, en la que necesitaremos adicionalmente un transportador y nuestra calculadora científica.

Recordemos la formula punto-pendiente de la recta, en la que podemos observar claramente la pendiente de la recta (con la que determinaremos el ángulo de inclinación) y la intersección con el eje de las ordenadas:

$$y = mx + b$$

Donde:

m = pendiente de la recta

b = intersección con los ejes ordenados

El ángulo de inclinación de la recta está dado por: $\theta = \tan^{-1}(m)$

En otras palabras, solo tabularemos un punto de la recta (intersección con el eje y) y trazaremos apoyándonos con el ángulo de inclinación de la recta, vayamos al ejemplo.

EJEMPLO 2: Encuentre dos números cuya diferencia sea 8 y que el cuádruple de uno de ellos sea igual al cuádruple del otro más 32, nuestro sistema se representaría como:

Ecuación 1 $x - y = 8$

Ecuación 2 $4x = 4y + 32$

Paso 1: Realizar el despeje de las dos ecuaciones lineales, para la variable “ y ”.

Ecuación 1 $x - y = 8$

$$\begin{aligned} -y &= 8 - x \\ (-1) - y &= (8 - x)(-1) \\ y &= x - 8 \end{aligned}$$

Ecuación 2 $4x = 4y + 32$

$$\begin{aligned} 4y &= 4x - 32 \\ y &= \frac{4}{4}x - \frac{32}{4} = x - 8 \\ y &= x - 8 \end{aligned}$$

Es evidente que las dos ecuaciones representan a la misma recta, una era simplemente el múltiplo (cuádruple) de la otra, por lo tanto, vamos a trazar una sola recta siendo evidente que la otra simplemente estaría sobrepuesta a la anterior.

Paso 2: A través de la ecuación punto-pendiente y la fórmula del ángulo de inclinación obtenemos:

$$\begin{aligned} y &= mx + b \\ y &= x - 8 \end{aligned}$$

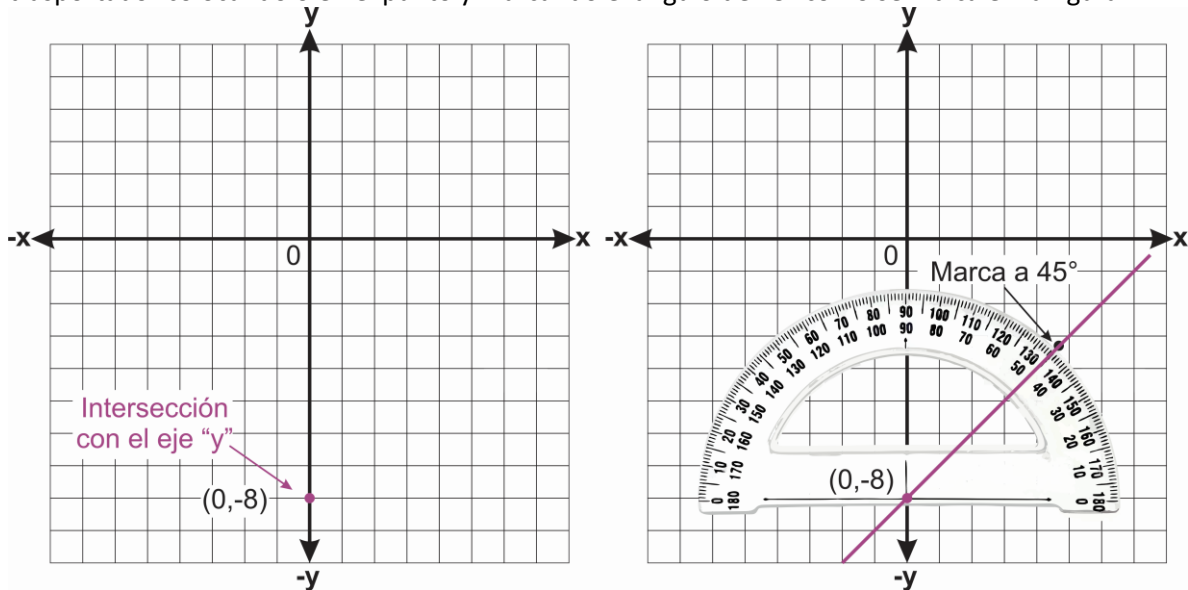
$$b = -8 \quad m = 1$$

Este valor representa el punto de intersección con el eje “ y ”, por lo tanto, identificaremos en el plano a la coordenada $(0, -8)$, y para el ángulo de inclinación sabemos que:

$$m = 1$$

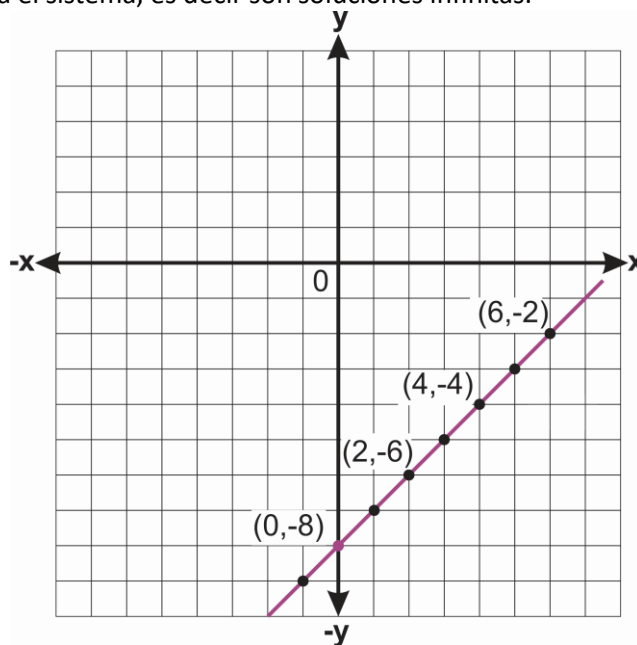
$$\theta = \tan^{-1}(m) = \tan^{-1}(1) = 45^\circ$$

Paso 3: Con los valores obtenidos procedemos a encontrar la coordenada e identificar con nuestro transportador colocándolo en el punto y marcando el ángulo de 45° como se indica en la figura:



Ruiz Rodríguez, L. M. (s. f.). Representación gráfica de puntos en el plano cartesiano y trazado de una recta [Imagen].

Paso 4: Analizamos el resultado obtenido, todos los puntos que forman las rectas sobrepuestas, son resultados válidos para el sistema, es decir son soluciones infinitas.



Ruiz Rodríguez, L. M. (s. f.). Representación gráfica de puntos en el plano cartesiano y trazado de una recta [Imagen].

Todos los puntos que forman la recta son soluciones validas en el sistema, como podemos ver en la imagen.

GeoGebra

Una alternativa a este método es el uso del software GeoGebra, si bien es cierto que es un programa que nos puede dar una solución con menos pasos, debemos conocer los conceptos necesarios de la solución de sistemas de 2×2 y la representación gráfica.

En el software basta con introducir las ecuaciones del sistema sin importar si estas se encuentran despejadas o no, descargamos la aplicación “Calculadora gráfica GeoGebra” y apliquemos el siguiente ejemplo:

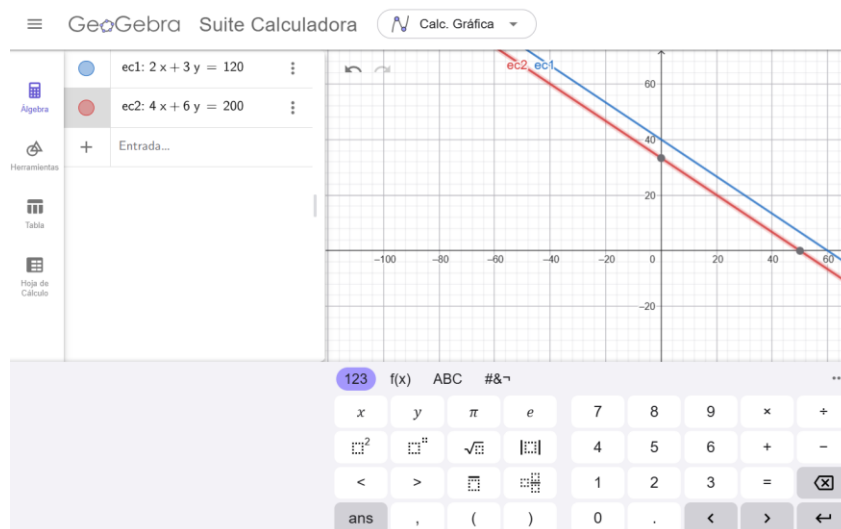
Ejemplo 3: Dos estudiantes del Colegio de Bachilleres de Tabasco fueron a la cafetería de su plantel y compraron lo siguiente en el mismo receso: Fabián adquirió 2 aguas de sabor y 3 tortas, pagando 120 pesos, en contraparte, Karla compro 4 aguas de sabor y 6 tortas, pagando un total de 200 pesos, ¿Cuál es el precio individual de cada producto?

Escribimos las ecuaciones x = aguas de sabor, y = tortas:

Ecuación 1 $2x + 3y = 120$

Ecuación 2 $4x + 6y = 200$

Paso 1: Procedemos a abrir la calculadora GeoGebra, en la página o en la aplicación móvil, y escribiremos las dos ecuaciones en la pestaña “+ Entrada...” colocaremos las 2 ecuaciones textualmente apoyándonos con el panel de teclado, donde aparecen las operaciones y la simbología necesaria.



Ruiz Rodríguez, L. M. (s. f.). Representación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales sin solución en GeoGebra [Captura de pantalla]. GeoGebra.

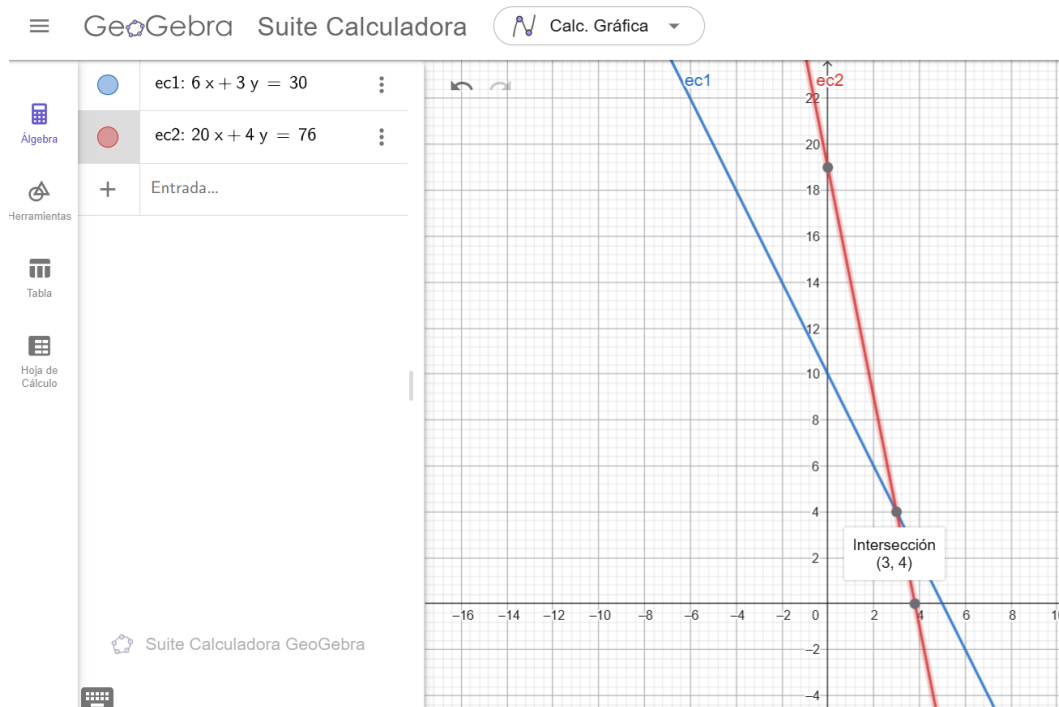
Una vez ingresadas las ecuaciones estas se generan de forma automática con un color distinto.

Paso 2: Analizamos el resultado obtenido, observamos que las rectas son paralelas, es decir nunca se intersecan, no hay solución al sistema, no existen dos valores para “x” y “y” que cumplan el resultado propuesto a los precios, esto quiere decir que hubo un error del cajero al momento de hacer los cobros o quizás un descuento a alguno de los estudiantes.

Para rectificar uno de los resultados anteriores, tomemos el Problema 1, cuyas ecuaciones son:

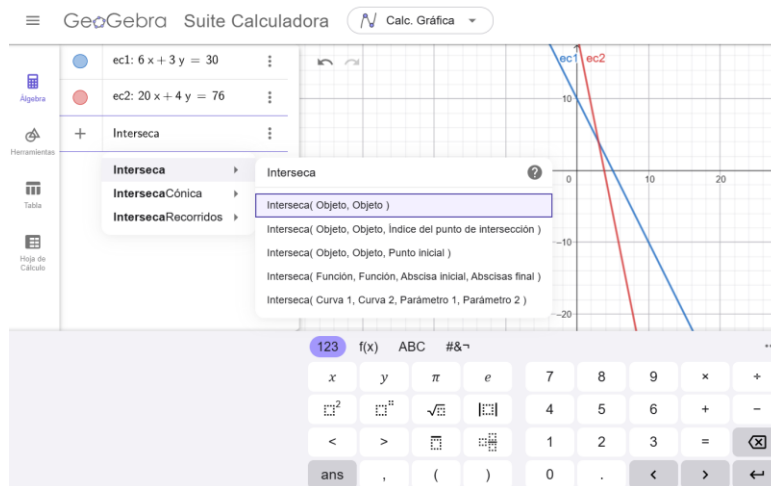
$$6x + 3y = 30$$

$$20x + 4y = 76$$



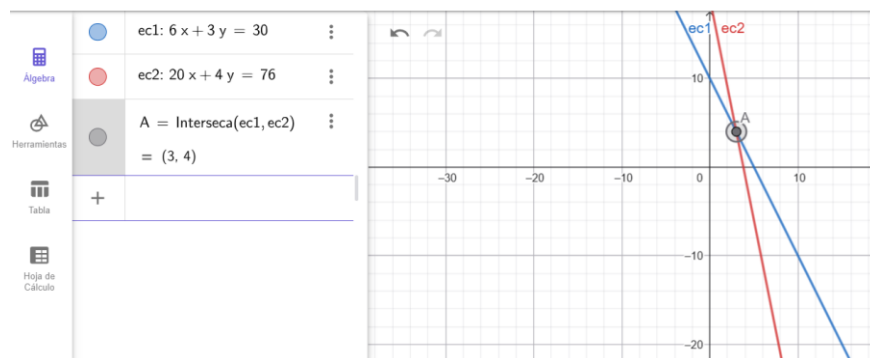
Ruiz Rodríguez, L. M. (s. f.). Representación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales con solución única en GeoGebra [Captura de pantalla]. GeoGebra.

Una vez trazadas, podemos situarnos sobre la intersección con el cursor, para ver la coordenada exacta, en este caso es (3,4). De igual forma podríamos recurrir en “+ Entrada...”, con el comando Interseca (Objeto, Objeto), seleccionamos y escribimos Interseca (ec1, ec2), nos aparecerá en el panel de la siguiente forma:



Ruiz Rodríguez, L. M. (s. f.). Uso de la herramienta Interseca en GeoGebra para determinar la solución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales [Captura de pantalla]. GeoGebra.

El panel de entrada nos muestra el resultado (3,4):

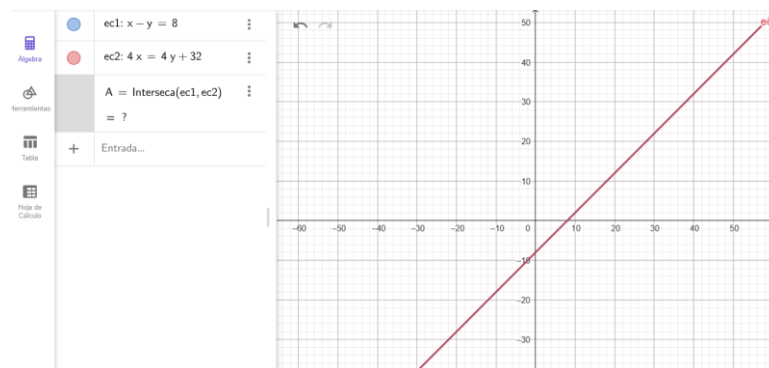


Ruiz Rodríguez, L. M. (s. f.). Identificación del punto de intersección de dos rectas en GeoGebra [Captura de pantalla]. GeoGebra.

Probemos con el ejemplo 2:

$$x - y = 8$$

$$4x = 4y + 32$$



Grafica realizada en GeoGebra por el Mtro. Luis Miguel Ruiz Rodríguez del Plantel No.2

Este resultado corresponde a soluciones infinitas, solo apreciaremos una gráfica, ya que ambas están sobrepuestas, si ingresamos el comando Interseca (Objeto, Objeto), ¿aparece un signo de interrogación ?, puesto que la respuesta es indeterminada, es decir infinita.

Ventajas y desventajas

Estos son algunas de la ventajas y desventajas usar el método gráfico:

	Tabulación	Punto-Pendiente	GeoGebra
VENTAJAS	Solo se requieren dos puntos para el trazo de la gráfica.	No es necesario tabular puntos, solo la intersección con el eje “y”.	La interfaz es sencilla y rápida de ejecutar. El resultado es preciso en todos los casos.
DESVENTAJAS	Requiere el uso de una regla o escuadra. El resultado puede ser impreciso en resultados (coordenadas) que no sean números enteros.	Requiere el uso de la calculadora científica y el transportador. El resultado puede ser impreciso en resultados (coordenadas) que no sean números enteros.	Requiere el uso de PC o la aplicación del celular.

Manos a la obra



PM3-SA1-ACT05. PROBLEMARIO (Parte 2).

(Tarea 6 según planeación de secuencias didácticas).

Reúnanse en binas y resuelvan la segunda parte de la actividad PM3-SA1-ACT05, para reforzar la comprensión del método de reducción y del método gráfico.

Consulten la página 95 de su guía didáctica, donde encontrarán la actividad descrita con sus apartados e indicaciones.

Al finalizar, socialicen sus resultados frente al grupo y comparen los procedimientos utilizados para llegar a la solución.

Semana 7



Recuperando lo que ya sabes

Antes de avanzar, recuerda los métodos que has utilizado hasta ahora para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y reflexiona sobre cómo se aplican en distintas situaciones.

- ¿Qué métodos de solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas has trabajado hasta ahora?
- ¿Cómo se aplica el método de sustitución?
- ¿Cómo se aplica el método de igualación?
- ¿Qué diferencias encuentras entre ambos métodos?
- ¿En qué casos te resulta más sencillo utilizar uno u otro?
- ¿Cómo puedes comprobar si la solución obtenida es correcta?



Esta recuperación de saberes te permitirá reforzar los procedimientos aprendidos y prepararte para resolver nuevos sistemas de ecuaciones en contextos cercanos a tu vida diaria.



PM3-SA01-LECTURA 13: El Código de las Matrices: Descifrando Determinantes.

Método de Determinantes

Cuando los métodos de sustitución o reducción se convierten en un caos de números, el Método de determinantes (Regla de Cramer) será tu mejor aliado. Es un procedimiento mucho más organizado y algorítmico para resolver sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 y 3×3 .

Un determinante es un número real que se obtiene a partir de una matriz cuadrada. Dicha matriz es un arreglo numérico con el mismo número de filas (p) y columnas (q) resultando en una estructura $n \times p$. Por ejemplo:

$$\text{Matriz } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{Matriz } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Para un sistema de ecuaciones, el determinante nos ayuda a encontrar el valor de las incógnitas mediante una relación de proporciones.

Método de Determinantes para un sistema de ecuaciones lineales 2×2 .

De la matriz cuadrada 2×2 que se muestra a continuación:

$$\begin{vmatrix} a & c \\ d & b \end{vmatrix}$$

Al producto de dos números a y b menos el producto de otros dos números c y d , se le representa así:

$$ab - cd$$

A esta expresión se le conoce como determinante de los números a , c , d y b en el orden indicado. La diagonal que une a con b se le conoce como diagonal principal:

$$\begin{vmatrix} a & c \\ d & b \end{vmatrix}$$

y la diagonal que une c con d se le conoce como diagonal secundaria:

$$\begin{vmatrix} a & c \\ d & b \end{vmatrix}$$

Un determinante es obtenido multiplicando los términos de la diagonal principal y restándole a este producto el de los términos de la diagonal secundaria de una matriz de 2 columnas y 2 filas, se le conoce como determinante de segundo orden. Ahora, dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales de 2×2 :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Generamos la matriz cuadrada de 2×2 :

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{El determinante del sistema es } \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - b_1a_2$$

Para dar resolución al sistema es necesario obtener dos determinantes adicionales; para el *determinante de x* (Δ_x), sustituimos los valores a_1 y a_2 de la primera columna de la matriz por los valores de los términos independientes c_1 y c_2 correspondientes:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - b_1c_2$$

Ahora para el *determinante de y* (Δ_y), sustituimos los valores b_1 y b_2 de la segunda columna por los valores de los términos independientes:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - c_1a_2$$

Para obtener los valores de las incógnitas x , y se dividen los valores de cada uno de los determinantes adicionales entre el valor del determinante del sistema, como se muestra a continuación:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 c_2 - c_1 a_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2}$$

Para ilustrarlo de mejor manera, veamos el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1.

Determina la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 12x - 6y = 24 \\ -12x - 2y = -8 \end{cases}$$

Primero obtenemos la determinante del sistema, los valores de $a_1 = 12$ y $b_1 = -6$. Mientras que los valores de $a_2 = -12$ y $b_2 = -2$.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - b_1 a_2$$

Sustituyendo

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & -6 \\ -12 & -2 \end{vmatrix} = (12)(-2) - (-6)(-12) = -24 - 72 = -96$$

Ahora obtenemos el *determinante de x*, los valores de a_1 y a_2 de la primera columna son sustituidos por los valores de los términos independientes $c_1 = 24$ y $c_2 = -8$.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1 b_2 - b_1 c_2$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 24 & -6 \\ -8 & -2 \end{vmatrix} = (24)(-2) - (-6)(-8) = -48 - 48 = -96$$

Procedemos a calcular el *determinante de y*, ahora los valores de los términos independientes c_1 y c_2 sustituyen a los valores de b_1 y b_2 respectivamente.

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1 c_2 - c_1 a_2$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 12 & 24 \\ -12 & -8 \end{vmatrix} = (12)(-8) - (24)(-12) = -96 + 288 = 192$$

Finalmente, para obtener los valores de las incógnitas x , y se dividen los valores de cada uno de los determinantes adicionales entre el valor del determinante del sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-96}{-96} = 1$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{192}{-96} = -2$$

Por lo tanto, la solución del sistema de ecuaciones es $x = 1, y = -2$

Ejemplo 2.

Determina la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 5x - y = 7 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

Primero obtenemos la determinante del sistema, los valores de $a_1 = 5$ y $b_1 = -1$. Mientras que los valores de $a_2 = 3$ y $b_2 = 2$.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - b_1 a_2$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (5)(2) - (-1)(3) = 10 + 3 = 13$$

Ahora obtenemos el *determinante de x*, los valores de a_1 y a_2 de la primera columna son sustituidos por los valores de los términos independientes $c_1 = 7$ y $c_2 = 12$.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1 b_2 - b_1 c_2$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -1 \\ 12 & 2 \end{vmatrix} = (7)(2) - (-1)(12) = 14 + 12 = 26$$

Procedemos a calcular el *determinante de y*, ahora los valores de los términos independientes c_1 y c_2 sustituyen a los valores de b_1 y b_2 respectivamente.

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1 c_2 - c_1 a_2$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 12 \end{vmatrix} = (5)(12) - (7)(3) = 60 - 21 = 39$$

Finalmente, para obtener los valores de las incógnitas x , y se dividen los valores de cada uno de los determinantes adicionales entre el valor del determinante del sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{26}{13} = 2$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{39}{13} = 3$$

Por lo tanto, la solución del sistema de ecuaciones es $x = 2, y = 3$.

Método de Determinantes para un sistema de ecuaciones lineales 3 x 3.

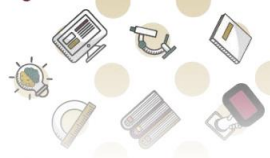
Para un sistema de ecuaciones lineales 3 x 3:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Generamos la matriz cuadrada de 3 x 3:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

El procedimiento para calcular un *determinante de tercer orden* consiste en agregar al final de la matriz dos filas repitiendo los valores de las primeras dos filas de esta, con el fin de completar el trazo de las diagonales.



$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Luego, se suman todos los productos de las diagonales principales posteriormente se le resta la suma de los productos de las diagonales secundarias. De esta forma obtenemos el *determinante del sistema* (Δ).

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2) - (c_1 b_2 a_3 + c_2 b_3 a_1 + c_3 b_1 a_2)$$

Para dar resolución al sistema 3×3 es necesario obtener tres determinantes adicionales; para el *determinante de x* (Δ_x), sustituimos los valores a_1, a_2 y a_3 de la primera columna de la matriz por los valores de los términos independientes d_1, d_2 y d_3 correspondientes:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (d_1 b_2 c_3 + d_2 b_3 c_1 + d_3 b_1 c_2) - (c_1 b_2 d_3 + c_2 b_3 d_1 + c_3 b_1 d_2)$$

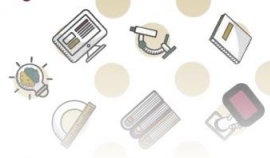
Ahora para el *determinante de y* (Δ_y), sustituimos los valores b_1, b_2 y b_3 de la segunda columna por los valores de los términos independientes:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} = (a_1 d_2 c_3 + a_2 d_3 c_1 + a_3 d_1 c_2) - (c_1 d_2 a_3 + c_2 d_3 a_1 + c_3 d_1 a_2)$$

Ahora para el *determinante de z* (Δ_z), sustituimos los valores c_1, c_2 y c_3 de la tercera columna por los valores de los términos independientes:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} = (a_1 b_2 d_3 + a_2 b_3 d_1 + a_3 b_1 d_2) - (d_1 b_2 a_3 + d_2 b_3 a_1 + d_3 b_1 a_2)$$

Para obtener los valores de las incógnitas x, y, z se dividen los valores de cada uno de los determinantes adicionales entre el valor del determinante del sistema, como se muestra a continuación:



$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \\ \color{red}{d_1} & \color{red}{b_1} & \color{red}{c_1} \\ \color{red}{d_2} & \color{red}{b_2} & \color{red}{c_2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ \color{red}{a_1} & \color{red}{b_1} & \color{red}{c_1} \\ \color{red}{a_2} & \color{red}{b_2} & \color{red}{c_2} \end{vmatrix}} = \frac{(d_1 b_2 c_3 + d_2 b_3 c_1 + d_3 b_1 c_2) - (c_1 b_2 d_3 + c_2 b_3 d_1 + c_3 b_1 d_2)}{(a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2) - (c_1 b_2 a_3 + c_2 b_3 a_1 + c_3 b_1 a_2)}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \\ \color{red}{a_1} & \color{red}{d_1} & \color{red}{c_1} \\ \color{red}{a_2} & \color{red}{d_2} & \color{red}{c_2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ \color{red}{a_1} & \color{red}{b_1} & \color{red}{c_1} \\ \color{red}{a_2} & \color{red}{b_2} & \color{red}{c_2} \end{vmatrix}} = \frac{(a_1 d_2 c_3 + a_2 d_3 c_1 + a_3 d_1 c_2) - (c_1 d_2 a_3 + c_2 d_3 a_1 + c_3 d_1 a_2)}{(a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2) - (c_1 b_2 a_3 + c_2 b_3 a_1 + c_3 b_1 a_2)}$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \\ \color{red}{a_1} & \color{red}{b_1} & \color{red}{d_1} \\ \color{red}{a_2} & \color{red}{b_2} & \color{red}{d_2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ \color{red}{a_1} & \color{red}{b_1} & \color{red}{c_1} \\ \color{red}{a_2} & \color{red}{b_2} & \color{red}{c_2} \end{vmatrix}} = \frac{(a_1 b_2 d_3 + a_2 b_3 d_1 + a_3 b_1 d_2) - (d_1 b_2 a_3 + d_2 b_3 a_1 + d_3 b_1 a_2)}{(a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2) - (c_1 b_2 a_3 + c_2 b_3 a_1 + c_3 b_1 a_2)}$$

Ejemplo 1.

Determina la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 2x - y + z = 8 \\ x - 4y + z = 3 \end{cases}$$

Primero obtenemos la determinante del sistema, los valores de a_1, b_1 y c_1 son 1, 1, -1; los valores de a_2, b_2 y c_2 son 2, -1, 1 y los valores de a_3, b_3 y c_3 son 1, -4, 1 respectivamente.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \\ \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{-1} \\ \color{red}{2} & \color{red}{-1} & \color{red}{1} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = [(1)(-1)(1) + (2)(-4)(-1) + (1)(1)(1)] - [(-1)(-1)(1) + (1)(-4)(1) + (1)(1)(2)]$$

$$\Delta = (-1 + 8 + 1) - (1 - 4 + 2) = 8 + 1 = 9$$

Ahora para el *determinante de x* (Δ_x), sustituimos los valores a_1, a_2 y a_3 de la primera columna de la matriz por los valores de los términos independientes d_1, d_2 y d_3 los cuales son -2, 8 y 3 respectivamente:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 8 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 1 \\ \color{red}{-2} & \color{red}{1} & \color{red}{-1} \\ \color{red}{8} & \color{red}{-1} & \color{red}{1} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_x = [(-2)(-1)(1) + (8)(-4)(-1) + (3)(1)(1)] - [(-1)(-1)(3) + (1)(-4)(-2) + (1)(1)(8)]$$

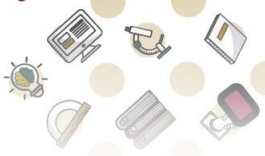
$$\Delta_x = (2 + 32 + 3) - (3 + 8 + 8) = 37 - 19 = 18$$

Procedemos a calcular el *determinante de y* (Δ_y), ahora los valores de los términos independientes d_1, d_2 y d_3 sustituyen a los valores de b_1, b_2 y b_3 los cuales son 1, -1, -4 respectivamente.

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 8 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ \color{red}{1} & \color{red}{-2} & \color{red}{-1} \\ \color{red}{2} & \color{red}{8} & \color{red}{1} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_y = [(1)(8)(1) + (2)(3)(-1) + (1)(-2)(1)] - [(-1)(8)(1) + (1)(3)(1) + (1)(-2)(2)]$$

$$\Delta_y = (8 - 6 - 2) - (-8 + 3 - 4) = 0 + 9 = 9$$



De igual manera calculamos el *determinante de z*, ahora los valores de los términos independientes d_1, d_2 y d_3 sustituyen a los valores de c_1, c_2 y c_3 los cuales son -1, 1, 1 respectivamente.

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \\ 1 & -4 & 3 \\ \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{-2} \\ \color{red}{2} & \color{red}{-1} & \color{red}{8} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_z = [(1)(-1)(3) + (2)(-4)(-2) + (1)(1)(8)] - [(-2)(-1)(1) + (8)(-4)(1) + (3)(1)(2)]$$

$$\Delta_z = (-3 + 16 + 8) - (2 - 32 + 6) = 21 + 24 = 45$$

Finalmente, para obtener los valores de las incógnitas x, y, z se dividen los valores de cada uno de los determinantes adicionales entre el valor del determinante del sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{18}{9} = 2$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{9}{9} = 1$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{45}{9} = 5$$

Por lo tanto, la solución del sistema de ecuaciones es $x = 2, y = 1, z = 5$

Ejemplo 2

Una papelería escolar vende tres paquetes de útiles:

- Paquete A: 1 libreta, 1 lápiz, 1 borrador = \$20
- Paquete B: 2 libretas, 3 lápices, 1 borrador = \$43
- Paquete C: 3 libretas, 1 lápiz, 2 borradores = \$49

¿Cuál es el precio unitario de cada artículo?

Primero debemos establecer nuestro sistema de ecuaciones lineales por lo cual decimos que la incógnita x es el precio unitario de la libreta, y es el precio unitario del lápiz y z es el precio unitario del borrador. El sistema de ecuaciones lineales queda de la siguiente manera:

$$\begin{cases} x + y + z = 20 \\ 2x + 3y + z = 43 \\ 3x + y + 2z = 49 \end{cases}$$

Procedemos a obtener la determinante del sistema, los valores de a_1, b_1 y c_1 son 1, 1, 1; los valores de a_2, b_2 y c_2 son 2, 3, 1 y los valores de a_3, b_3 y c_3 son 3, 1, 2 respectivamente.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{1} \\ \color{red}{2} & \color{red}{3} & \color{red}{1} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = [(1)(3)(2) + (2)(1)(1) + (3)(1)(1)] - [(1)(3)(3) + (1)(1)(1) + (2)(1)(2)]$$

$$\Delta = (6 + 2 + 3) - (9 + 1 + 4) = 11 - 14 = -3$$

Ahora para el *determinante de x* (Δ_x), sustituimos los valores a_1, a_2 y a_3 de la primera columna de la matriz por los valores de los términos independientes d_1, d_2 y d_3 los cuales son 20, 43 y 49 respectivamente:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 20 & 1 & 1 \\ 43 & 3 & 1 \\ 49 & 1 & 2 \\ \color{red}{20} & \color{red}{1} & \color{red}{1} \\ \color{red}{43} & \color{red}{3} & \color{red}{1} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_x = [(20)(3)(2) + (43)(1)(1) + (49)(1)(1)] - [(1)(3)(49) + (1)(1)(20) + (2)(1)(43)]$$

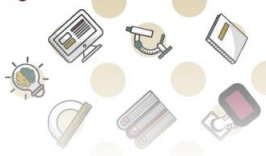
$$\Delta_x = (120 + 43 + 49) - (147 + 20 + 86) = 212 - 253 = -41$$

Procedemos a calcular el *determinante de y* (Δ_y), ahora los valores de los términos independientes d_1, d_2 y d_3 sustituyen a los valores de b_1, b_2 y b_3 .

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 20 & 1 \\ 2 & 43 & 1 \\ 3 & 49 & 2 \\ \color{red}{1} & \color{red}{20} & \color{red}{1} \\ \color{red}{2} & \color{red}{43} & \color{red}{1} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_y = [(1)(43)(2) + (2)(49)(1) + (3)(20)(1)] - [(1)(43)(3) + (1)(49)(1) + (2)(20)(2)]$$

$$\Delta_y = (86 + 98 + 60) - (129 + 49 + 80) = 244 - 258 = -14$$



De igual manera calculamos el *determinante de z*, ahora los valores de los términos independientes d_1, d_2 y d_3 sustituyen a los valores de c_1, c_2 y c_3 los cuales son 1, 1, 2 respectivamente.

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 20 \\ 2 & 3 & 43 \\ 3 & 1 & 49 \\ \color{red}{1} & \color{red}{1} & \color{red}{20} \\ \color{red}{2} & \color{red}{3} & \color{red}{43} \end{vmatrix}$$

$$\Delta_z = [(1)(3)(49) + (2)(1)(20) + (3)(1)(43)] - [(20)(3)(3) + (43)(1)(1) + (49)(1)(2)]$$

$$\Delta_z = (147 + 40 + 129) - (180 + 43 + 98) = 316 + 321 = -5$$

Finalmente, para obtener los valores de las incógnitas x, y, z se dividen los valores de cada uno de los determinantes adicionales entre el valor del determinante del sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-41}{-3} \approx 13.67$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-14}{-3} \approx 4.67$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-5}{-3} \approx 1.67$$

Por lo tanto, los precios unitarios son los siguientes: Libreta en \$ **13.67**, lápiz en \$ **4.67** y borrador en \$ **1.67**.

Manos a la obra



PM3-SA1-ACT05. PROBLEMARIO (Parte 3).

(Tarea 7 según planeación de secuencias didácticas).

Reúnanse en binas y resuelvan la tercera parte de la actividad PM3-SA1-ACT05, para reforzar la comprensión del método de reducción y del método gráfico. **Consulten la página 96**, donde encontrarán la última parte de la actividad.

Al finalizar, socialicen sus resultados frente al grupo y comparen los procedimientos utilizados para llegar a la solución.

PM3-SA1-ACT05 Problemario



Propósito:

Que los estudiantes planteen y resuelvan sistemas de ecuaciones lineales a partir de situaciones problemáticas de su entorno, aplicando distintos métodos de solución — **igualación, sustitución, reducción, gráfico y determinante**— para interpretar resultados y fortalecer su razonamiento algebraico en contextos reales.

Instrucciones:

En parejas, resuelvan cada uno de los siguientes problemas planteando primero el sistema de ecuaciones correspondiente y, posteriormente, obtengan la solución utilizando el método indicado en cada caso.

Registren en su cuaderno o en el espacio asignado:

- Los datos principales del problema.
- La definición de las incógnitas.
- El sistema de ecuaciones planteado.
- El procedimiento de solución paso a paso.
- La verificación de la solución obtenida.
- La respuesta final redactada en lenguaje común.

Primera parte de la actividad PM3-SA1-ACT05

Resuelvan el siguiente problema aplicando los métodos de igualación y sustitución.

- Un docente pagó \$65 por sacar 5 impresiones a color y 20 a blanco y negro; otro docente pagó \$80 por 10 impresiones a color y 15 a blanco y negro.

¿Cuánto cuesta cada impresión a color y cada impresión a blanco y negro?



Segunda parte de la actividad PM3-SA1-ACT05

Resuelvan mediante el método de reducción.

- Javier paga \$160 al comprar tres libretas y 4 lapiceros. Juan compra cinco libretas y siete lapiceros, pagando un total de \$270.

¿Cuál es el precio de cada libreta y cada lapicero?

- El precio de traslado en un servicio de transporte de Nacajuca a Villahermosa es de 15 pesos para preferente (estudiantes, adultos mayores y personas con discapacidad) y 40 pesos para público general. En cierto día 20 personas se trasladaron en una de las unidades de dicho servicio, y el precio recolectado por el chofer sumo 500 pesos. ¿En dicho viaje, cuántos cobros se realizaron en “Preferente” y cuantos en “General”?

¿Cuántos cobros se realizaron en tarifa preferente y cuántos en tarifa general?



Tercera parte de la actividad PM3-SA1-ACT05

Resuelvan los siguientes problemas utilizando el método gráfico y por determinante, según indique su docente.

- Nancy y Jacqueline compraron golosinas al salir de la escuela. Nancy pagó \$28 por dos chocolates y una paleta; Jacqueline pagó \$48 por dos paletas y tres chocolates. **¿Cuánto cuesta cada chocolate y cada paleta?**

- Un productor necesita preparar un fertilizante especial que contenga unidades específicas de Nitrógeno (N), Fósforo (P) y Potasio (K). Tiene tres tipos de abonos comerciales con las siguientes composiciones por kilogramo:

Abono A: 1 unidad de N, 2 unidades de P, 1 unidad de K.

Abono B: 2 unidades de N, 0 unidades de P, 2 unidades de K.

Abono C: 3 unidades de N, 1 unidad de P, 1 unidad de K.

Si el suelo requiere exactamente 20 unidades de N, 10 unidades de P y 15 unidades de K, ¿cuántos kilogramos de cada abono debe mezclar?

¿Cuántos kilogramos de cada abono debe mezclar?

Producto esperado

Problemario

Tiempo estimado

50 minutos por cada parte de la actividad, total 150 minutos



Entrega de Portafolio de Evidencias Primer Parcial

Organiza tu **portafolio de evidencias** y revisa las actividades que has realizado durante este periodo (ejercicios, problemarios, gráficas y trabajos en equipo).

PM3-SA01-LCPE-01 Instrumento para Portafolio

Para evaluar el Portafolio de Evidencias de SA1 en las actividades formativas

Lista de Cotejo

COLEGIO DE BACHILLERES DE TABASCO					
Plantel No.	EMSAD No.	GRUPO		TURNO	
Asignatura	Pensamiento matemático 3	Semestre	3ro.		
Nombre del estudiante				Actividades por registrar	5

Propósitos formativos	Contenidos formativos
Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para encontrar el valor de una incógnita en ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.	- Concepto de ecuación y sus partes - Ecuaciones lineales de primer grado - Procedimiento para encontrar el valor de una incógnita - Forma estándar de las ecuaciones lineales
Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas que refieran a situaciones de interés.	- Ecuaciones lineales con dos incógnitas - Procedimiento para solucionar ecuaciones lineales con dos incógnitas - Ecuación de la recta - Concepto de plano cartesiano: ejes perpendiculares: horizontal (x) y vertical (y) - Representación gráfica de la ecuación de la recta
Aplica la aritmética, el manejo del álgebra y el método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.	- Método de igualación - Método de sustitución - Método de reducción - Método gráfico - Método por determinantes

CRITERIOS DE DESEMPEÑO		%	CUMPLE		Puntaje
			SI	NO	
1.	Presenta en forma completa el portafolio de actividades formativas en la fecha y hora establecidas por el docente.	10			
2.	Incluye una portada que contenga todos los datos de identificación relevantes, tales como número de plantel, semestre, grupo, bloque, nombre completo, nombre de la asignatura y del docente, además de especificar claramente el objetivo de la asignatura, la fecha y el lugar.	10			
3.	Presenta una estructura organizada y ordenada de acuerdo con las indicaciones proporcionadas por el docente.	10			
4.	Las actividades incluidas en el portafolio son originales y reflejan el esfuerzo del estudiante, además están presentadas con limpieza y claridad lo que facilita su comprensión.	20			
5.	Contiene todos los trabajos solicitados por el docente, sin omitir ninguno.	20			
6.	Cada trabajo incluido en el portafolio está calificado por el docente y cuenta con su sello o firma, lo que certifica la evaluación realizada.	30			
Calificación					
Aspectos para mejorar					
		----- Firma del Docente			

(Tarea 8 según planeación de secuencias didácticas).

Retomen las indicaciones planteadas al inicio de la guía (**página 22**) y consideren los siguientes criterios del instrumento de evaluación durante el trabajo en equipo.

33

Socialización de resultados



Después de haber resuelto la **Situación de Aprendizaje PM3-SA01: “Planificando el estudio: decisiones con ecuaciones”**, es momento de compartir tus resultados y experiencias con el grupo. En plenaria, presenta de forma **oral, visual o digital** (cartel, diapositivas, cuaderno o cualquier recurso disponible) los resultados obtenidos en tu análisis.

Instrumento de evaluación.

Actividad PM3-SA01 “Planificando el estudio: decisiones con ecuaciones”

Lista de Cotejo PM3-LC SA1

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes		Plantel No	
		Semestre, grupo y turno:	
Producto esperado	Reporte	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Indicador de logro	Cumple	No cumple	Valor (%)
1. Entregan el reporte en el tiempo establecido por su profesor	☐	☐	10
2. Muestran disposición al trabajo metódico y organizado	☐	☐	10
3. Aplican los conocimientos desarrollados en la solución del conflicto cognitivo.	☐	☐	20
4. Traduce correctamente el texto del lenguaje común al lenguaje algebraico.	☐	☐	20
5. Resuelve correctamente una ecuación lineal.	☐	☐	20
6. Aplica correctamente los métodos de solución de un sistema de ecuaciones lineales.	☐	☐	10
7. El material de apoyo y la exposición se presentan de forma organizada.	☐	☐	10
Calificación			_____

Aspectos por mejorar:



EVALUACIÓN DE ENTRENAMIENTO PRIMER PARCIAL

PM3-EC01: Preguntas tipo CENEVAL

Lee cuidadosa e individualmente elige la opción de respuesta correcta

1. Escriba la ecuación $7x + 4 = 2x + 3$ en su forma estándar.
 - a. $5x + 1 = 0$
 - b. $5x + 7 = 0$
 - c. $9x + 1 = 0$
 - d. $9x + 7 = 0$
2. Exprese la ecuación $x + 2 = 3x + 5$ en su forma estándar.
 - a. $-2x - 3 = 0$
 - b. $-2x + 7 = 0$
 - c. $4x - 3 = 0$
 - d. $4x + 7 = 0$
3. Calcule el valor de x en la ecuación $2x + 1 = 5$.
 - a. -3
 - b. -2
 - c. 2
 - d. 3
4. Obtenga el valor de x en la ecuación $5x - 2 = 9x + 1$.
 - a. $-1/4$
 - b. $-3/4$
 - c. $1/4$
 - d. $3/4$
5. ¿Qué representa la letra 'b' en la ecuación $y = mx + b$?
 - a. La inclinación de la recta.
 - b. El punto donde la recta cruza el eje x .
 - c. El punto donde la recta cruza el eje y .
 - d. La distancia entre dos puntos.
6. Si la pendiente (m) de una recta es negativa, ¿cómo se comporta la recta?
 - a. Es una línea horizontal.
 - b. La recta desciende de izquierda a derecha.
 - c. La recta asciende de izquierda a derecha.
 - d. La recta es vertical.
7. ¿Cuál es el valor de la pendiente en la ecuación $y = -3x + 5$?
 - a. 5
 - b. 3
 - c. 0
 - d. -3
8. ¿Qué significa una pendiente de $m = 3/4$?
 - a. Subir 3 unidades y avanzar 4 a la derecha.
 - b. Avanzar 3 a la derecha y subir 4.
 - c. Bajar 3 unidades y avanzar 4 a la izquierda.
 - d. Subir 4 unidades y avanzar 3 a la derecha.
9. En una cafetería escolar, 2 tortas y 1 agua fresca cuestan \$70, mientras que 1 torta y 3 aguas frescas cuestan \$65.
Si x representa el precio de una torta y y el precio de un agua fresca, ¿cuál es el precio correcto de cada producto?
 - a. Torta = \$25 y agua fresca = \$20
 - b. Torta = \$29 y agua fresca = \$12
 - c. Torta = \$20 y agua fresca = \$30
 - d. Torta = \$15 y agua fresca = \$40
10. Un sistema de ecuaciones lineales está representado por las siguientes rectas:
$$y = 3x + 2$$
$$y = 3x - 4$$

¿Qué se puede concluir sobre la solución del sistema?

 - a. Tiene una única solución, porque las rectas se interceptan en un punto.
 - b. Tiene infinitas soluciones, porque ambas ecuaciones representan la misma recta.
 - c. No tiene solución, porque las rectas son paralelas.
 - d. Tiene dos soluciones, porque hay dos ecuaciones.

PM3-SA01-MA01 Mapa de aprendizaje (Autoevaluación) PRIMER PARCIAL

Asignatura:	Pensamiento Matemático 3	Propósitos	1, 2, 3	Fecha:	
Nombre					
Semestre y grupo		Turno:			

Mapa de aprendizaje

1: Necesito ayuda

2: Puedo hacerlo solo

3: Puedo ayudar a otros

Progresión de Aprendizaje	Nivel			Que debo hacer para mejorar:
	1	2	3	
Aplico la aritmética y el manejo del algebra para encontrar el valor de una incógnita en ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.				
Aplico la aritmética y el manejo del algebra para resolver ecuaciones lineales con dos incógnitas que refieran a situaciones de interés.				
Aplico la aritmética, el manejo del algebra y el método grafico para resolver sistemas de ecuaciones lineales que refieran a situaciones de interés.				

Nombre y Firma del estudiante:	Firma del Facilitador

Sistema Nacional de Bachillerato
de la Nueva Escuela Mexicana



Situación Aprendizaje 2:

**"Influencer's en Números:
¿Cuánto cuesta realmente
crecer en redes?"**



Situación de Aprendizaje 02

“Influencer’s en Números: ¿Cuánto cuesta realmente crecer en redes?”

Estrategia Didáctica: Reporte

Propósito de la situación

En equipos de 5 estudiantes, elaborar un reporte de resultados de investigación en el que aplique cálculos de interés simple e interés compuesto y demuestre dichos cálculos mediante ecuaciones algebraicas y graficas, para presentarlo ante el grupo y propiciar su socialización.

Problema del contexto

En la actualidad, muchos jóvenes sueñan con convertirse en creadores de contenido en plataformas como YouTube, TikTok o Instagram. Sin embargo, iniciar un canal exitoso requiere invertir en equipo como cámaras, micrófonos, iluminación o software de edición. Ante esta necesidad, algunos jóvenes consideran solicitar un préstamo para adquirir el equipo necesario y comenzar a producir contenido de calidad.

Un estudiante de bachillerato desea pedir un préstamo para comprar su equipo de grabación. Dos instituciones financieras le ofrecen diferentes opciones de financiamiento: una con interés simple y otra con interés compuesto. Para tomar la mejor decisión, necesita analizar cuánto dinero terminaría pagando realmente, cómo crece la deuda con el tiempo y cómo representar matemáticamente estas situaciones mediante ecuaciones y gráficas que le permitan comprender mejor el comportamiento del préstamo.

Supón que se realiza el préstamo por \$10'000.00 MXN con una tasa de interés simple al 12% anual y una tasa de interés compuesta anual del 10%, ambos préstamos a un tiempo de 3 años.

Conflicto cognitivo

- Representa los modelos de las opciones de financiamiento al solicitar un préstamo para comenzar tu emprendimiento.
- Considerando los resultados de los modelos del crecimiento de la deuda del interés simple y compuesto y su representación gráfica, Realiza un análisis de las dos propuestas de interés es más factible para tu inversión.
- Después de iniciar su canal de contenido digital, el estudiante observa que sus ganancias mensuales dependen del tiempo y pueden modelarse mediante la siguiente función: $G(t) = -2t^2 + 24t - 40$, donde: $G(t)$ = ganancia en miles de pesos y (t) = tiempo en meses, ¿En qué momento las ganancias son máximas y cual sería el monto máximo de ganancia? Y en qué momento el emprendimiento no genera ganancia
- ¿Por qué el uso del **lenguaje algebraico y el análisis matemático** es importante para tomar decisiones en situaciones reales como créditos, inversiones o proyectos personales?
- Considerando cualquiera de las dos opciones de financiamiento, ¿En qué tiempo pagarías la mitad del interés

Nota: Realiza los procedimientos algebraicos correspondientes y da respuesta a cada una de las interrogantes del conflicto cognitivo.

Propósitos y contenidos formativos

Propósitos formativos	Contenidos formativos
4. Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para resolver ecuaciones cuadráticas que refieran a situaciones de interés.	- Ecuaciones cuadráticas - Forma general de la ecuación cuadrática - Resolución por método de completar cuadrados. - Aplicación de la fórmula general para ecuaciones cuadráticas (Bhaskara). - Representación gráfica
5. Expresa y resuelve diversas situaciones de interés a través de distintos tipos de ecuaciones para comprender su relevancia en otras áreas del conocimiento, fenómenos naturales o en distintas esferas de la vida humana.	- Cálculo de intereses simples y compuestos en finanzas personales. - Descripción del crecimiento poblacional o propagación de fenómenos (ej. Epidemia). - Determinar medidas o cantidades de material en proyectos.
6. Revisa el teorema del triángulo de Napoleón, considerándolo como un problema-meta para aplicar resultados de la geometría euclidiana.	- Introducción a la geometría plana. - Ángulos, definición, tipos y componentes. - Teorema de Pitágoras. - Construcción de triángulos rectángulos. - Criterios de congruencia y semejanza de triángulos.





Evaluación Diagnóstica PM3-SA2-ED01

Nombre _____. Grupo _____. Turno _____

Instrucciones: Contesta las siguientes preguntas de manera honesta, utilizando únicamente los conocimientos que tienes hasta este momento. Recuerda que esta actividad es una evaluación diagnóstica, por lo que su propósito es identificar lo que ya sabes antes de comenzar.

1.- ¿Cuál es la forma general de una ecuación cuadrática?

- A) $ax + b = 0$
- B) $ax^2 + bx + c = 0$
- C) $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$
- D) $a + b + c = 0$

3.- ¿Cuál es la fórmula general para resolver una ecuación cuadrática?

- A) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- B) $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$
- C) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{a}$
- D) $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

5.- ¿Qué tipo de gráfica representa una ecuación cuadrática?

- A) Una recta
- B) Una hipérbola
- C) Una parábola
- D) Un círculo

7.- ¿Qué caracteriza al interés compuesto?

- A) Solo se calcula sobre el capital inicial.
- B) No genera intereses.
- C) Se suma una sola vez.
- D) Se calcula sobre el capital inicial más los intereses acumulados.

2.- ¿Qué representa el discriminante en una ecuación cuadrática?

- A) El valor de las raíces de una ecuación cuadrática.
- B) La pendiente de la recta en el plano cartesiano.
- C) Determina el tipo de soluciones de una ecuación cuadrática.
- D) El valor de "a".

4.- ¿Cuáles son los valores que dan solución a la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$?

- A) $x = 2$ y $x = 3$
- B) $x = -2$ y $x = -3$
- C) $x = 1$ y $x = 6$
- D) $x = -1$ y $x = -6$

6.- ¿Cuál es la fórmula del interés simple?

- A) $I = P \cdot r \cdot t$
- B) $I = P(1 + r)^t$
- C) $I = P + r + t$
- D) $I = \frac{P}{r \cdot t}$

8.- ¿Cuál es la fórmula del monto en interés compuesto?

- A) $M = P + rt$
- B) $M = P(1 + r)^t$
- C) $M = \frac{P}{(1+r)^t}$
- D) $M = P - rt$



9.- Si inviertes \$1000 a una tasa del 10% anual simple durante 2 años, ¿cuál es el interés generado?

- A) \$100 pesos
- B) \$150 pesos
- C) \$200 pesos
- D) \$250 pesos

11.- Si un triángulo rectángulo tiene catetos de 3 cm y 4 cm, ¿cuánto mide la hipotenusa?

- A) 6 cm
- B) 5 cm
- C) 7 cm
- D) 4 cm

13.- ¿Cuál es un criterio de igualdad (congruencia) de triángulos?

- A) Ángulo-Ángulo-Ángulo
- B) Lado-Lado-Lado (LLL)
- C) Ángulo-Ángulo
- D) Base-Altura

15.- ¿Qué procedimiento se utiliza para calcular la longitud de la hipotenusa en un triángulo rectángulo a partir de sus catetos?

- A) Teorema del valor medio.
- B) Fórmula del área del triángulo.
- C) Teorema de Pitágoras.
- D) Teorema de Tales.

10.- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A) El interés simple crece más rápido que el compuesto
- B) El interés compuesto no depende del tiempo
- C) El interés simple se acumula sobre intereses previos
- D) El interés compuesto crece más rápido que el simple.

12.- ¿Cuál es un criterio de semejanza de triángulos?

- A) Lado-Lado-Lado
- B) Lado-Ángulo-Lado
- C) Ángulo-Ángulo (AA)
- D) Hipotenusa-Cateto

14.- ¿Cuál de los siguientes es un criterio de congruencia de triángulos rectángulos?

- A) Ángulo-Ángulo
- B) Lado-Lado
- C) Hipotenusa-Cateto
- D) Altura-Base

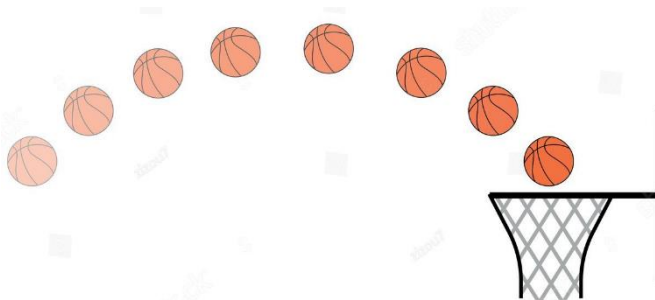
Propósito formativo 4

Aplica el manejo de la aritmética y del álgebra para resolver ecuaciones cuadráticas que refieran a situaciones de interés.



Google. (s. f.).
Descubriendo el
mundo de las
ecuaciones
cuadráticas [Imagen
generada por IA].
Gemini.

PM3-SA2-LECTURA01. “La ecuación cuadrática”



Trayectoria de un balón [Ilustración]. (s. f.).

Cierra los ojos por un momento e imagina una curva perfecta dibujándose frente a ti... suave, simétrica, como el arco de un puente o la trayectoria de una pelota en el aire. Esa forma tiene nombre: **parábola**.

Ahora piensa en esto: esa curva no aparece por casualidad, tiene una estructura que la define y le da forma.

Cada detalle influye en cómo se abre, qué tan alta llega o dónde se ubica.

Lo interesante es que, al entender esa estructura, no solo puedes imaginar la parábola... puedes predecirla y comprenderla. En este tema descubrirás que esa curva no es solo una figura, sino una manera de interpretar lo que sucede a tu alrededor.

Concepto:

La ecuación cuadrática es una igualdad algebraica de segundo grado en la que la incógnita aparece elevada al cuadrado como exponente máximo. Este tipo de ecuaciones permite describir relaciones donde los cambios no son constantes, sino que siguen un comportamiento curvo y como resultado de ello en el plano cartesiano obtenemos una gráfica de nombre **parábola**, lo que las hace especialmente útiles para modelar distintos fenómenos.

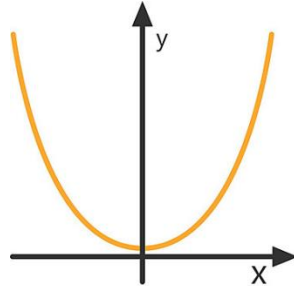


Parábola

Una parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz y es el resultado de una ecuación cuadrática.

La forma general de una ecuación cuadrática es:

La ecuación cuadrática tiene una relación directa con una figura geométrica llamada parábola, ya que al representarse gráficamente genera una curva característica. Por ello, no solo es importante en el álgebra, sino también en la interpretación de fenómenos donde intervienen máximos, mínimos o trayectorias. Al analizarla, se busca encontrar los valores de la incógnita que hacen que la igualdad se cumpla tomando en cuenta los valores de los coeficientes de la ecuación como lo son a , b y c ; al resolver dicha ecuación se encuentran los valores que se conocen como soluciones o raíces reales. Dependiendo de la ecuación, puede haber dos soluciones, una sola o incluso ninguna dentro de los números reales.

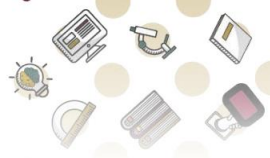
Representación algebraica:	Representación gráfica:
$ax^2 + bx + c = 0$	 <i>Chablé Olán, R. A. (s. f.). Gráfica de la parábola [Ilustración].</i>

Donde:

- a, b, c son números reales y se obtienen de la ecuación (se respetan sus signos),
- $a \neq 0$ (si $a = 0$, dejaría de ser cuadrática),
- x es la incógnita.

Características principales

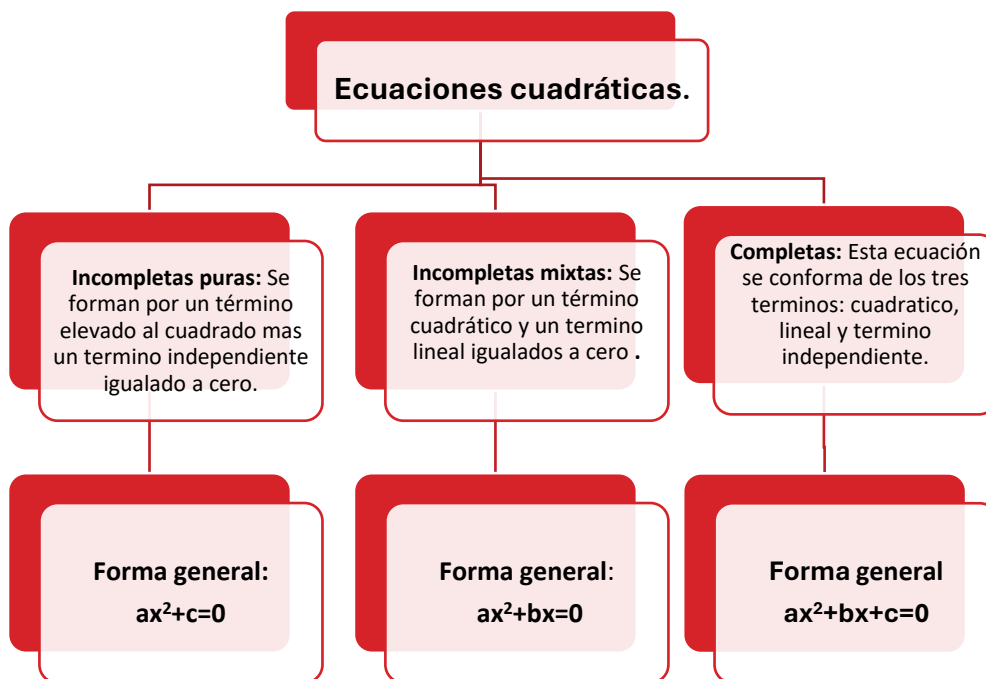
- Es una ecuación de segundo grado es decir su exponente máximo es 2.
- Puede tener dos soluciones, una o ninguna en los números reales.
- Su representación gráfica es una parábola.
- El valor de a determina la apertura y dirección de la parábola (**hacia arriba cuando es positiva o hacia abajo cuando es negativa**).
- Las soluciones o raíces corresponden a los puntos donde la parábola corta al eje horizontal.



Ejemplos

Instrucciones: Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas completa la siguiente tabla:

Ecuación cuadrática	Valor de "a"	Valor de "b"	Valor de "c"	¿Hacia dónde abre?
$x^2 + 4x + 3 = 0$	1	4	3	Arriba
$-x^2 - 2x - 5 = 0$	-1	-2	-5	Abajo
$2x^2 - 3x + 1 = 0$	2	-3	1	Arriba
$-3x^2 + 6x - 2 = 0$	-3	6	-2	Abajo



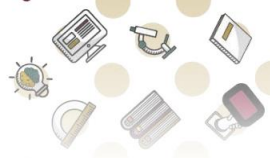
RECURSO DIDÁCTICO

Lectura



Formas de ecuaciones cuadráticas

<https://e1.portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas2/unidad2/formasEcuacionesCuadraticas/formaUno>



Ejemplos:

Instrucciones: Dadas las siguientes ecuaciones cuadráticas completa la siguiente tabla:

Ecuación cuadrática	Valor de "a"	Valor de "b"	Valor de "c"	¿Hacia dónde abre?	Tipo
$x^2 + 5x + 6 = 0$	1	5	6	Arriba	Completa
$3x^2 - 9x = 0$	3	-9	0	Arriba	Mixta
$-x^2 - 16 = 0$	-1	0	-16	Abajo	Pura
$2x^2 - 3x + 1 = 0$	2	-3	1	Arriba	Completa
$4x^2 + 9 = 0$	4	0	9	Arriba	Pura
$-x^2 + 4x - 7 = 0$	-1	4	-7	Abajo	Completa
$x^2 + 6x = 0$	1	6	0	Arriba	Mixta

Completar cuadros perfectos:

Para resolver una ecuación cuadrática existen varios métodos: factorización, fórmula general y completar el cuadrado. En esta lectura nos enfocaremos en este último, un procedimiento algebraico que consiste en **transformar** la ecuación en una **expresión que sea un trinomio cuadrado perfecto**, lo cual facilita extraer raíces y encontrar las soluciones.

Antes de aplicar el método, es importante recordar que **toda ecuación cuadrática** puede escribirse de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

El objetivo del método es convertir esta ecuación en un **trinomio cuadrado perfecto**, es decir, una expresión que pueda escribirse en la forma:

$$(x+d)^2, \text{ donde } d \in R$$

Para ello, se realiza una serie de transformaciones algebraicas que mantienen la igualdad, permitiendo encontrar las soluciones de manera directa. Sin embargo, **para completar el cuadrado**, se requiere que el coeficiente del término cuadrático sea igual a **1**. Si no lo es, primero se divide toda la ecuación entre a .



Ejemplo 1: Ecuación completa ($a = 1$)

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

Paso 1: Pasar el término independiente $x^2 + 6x = -5$

Paso 2: Completar el cuadrado $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$

Se suma 9 a ambos lados:

$$x^2 + 6x + 9 = -5 + 9$$

Trinomio Cuadrado Perfecto

Paso 3: Factorizar $(x + 3)^2 = 4$

Paso 4: Resolver

$$x + 3 = \pm 2$$
$$x = -3 \pm 2$$

Soluciones:

$$x = -1 \text{ y } x = -5$$

Ejemplo 2: Ecuación con coeficiente distinto de 1

$$2x^2 + 8x + 6 = 0$$

Paso 1: Dividir entre 2 $x^2 + 4x + 3 = 0$

Paso 2: Pasar el término independiente $x^2 + 4x = -3$

Paso 3: Completar el cuadrado $\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$

Se suma 4 a ambos lados:

$$x^2 + 4x + 4 = -3 + 4$$

Paso 4: Factorizar

Trinomio Cuadrado Perfecto

$$(x + 2)^2 = 1$$

Paso 5: Resolver

$$x + 2 = \pm 1$$
$$x = -2 \pm 1$$

Soluciones:

$$x = -1 \text{ y } x = -3$$

Ejemplo 3: Ecuación con solución única (cuadrado perfecto)

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

Paso 1: Pasar el término independiente

$$x^2 - 4x = -4$$

Paso 2: Completar el cuadrado

$$\left(\frac{-4}{2}\right)^2 = 4$$

Se suma 4 a ambos lados:

$$x^2 - 4x + 4 = -4 + 4$$

Paso 3: Factorizar

$$(x - 2)^2 = 0$$

Paso 4: Resolver

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

Solución:

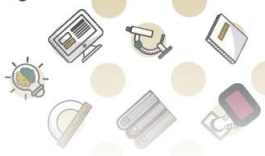
$$x = 2$$

VIDEO
YouTube



**Ecuación cuadrática completando cuadrados |
Ejemplo 1**

<https://youtu.be/51Mjq1OVjTo?si=LmYYXfrHQ9TYXStm>



PM3-SA2-ACT01 Problemario de ecuaciones cuadráticas

Propósito:

Reconocer la estructura de las ecuaciones cuadráticas e interpretar sus características principales, para posteriormente resolverlas mediante el método de completar cuadrados.

Instrucciones:

Parte 1: De las siguientes ecuaciones ordena y determina el termino cuadrático, lineal e independiente, además clasifica para donde abre la parábola e identifique el tipo de ecuación cuadrática.

a) $3x^2 + 24 - 18x$

Coeficiente del termino			¿Abre hacia?	Tipo de ecuación
Cuadrático	Lineal	Independiente		

b) $-3 - x^2$

Coeficiente del termino			¿Abre hacia?	Tipo de ecuación
Cuadrático	Lineal	Independiente		

c) $4x^2 + 12x + 8 = 0$

Coeficiente del termino			¿Abre hacia?	Tipo de ecuación
Cuadrático	Lineal	Independiente		

d) $36 - x^2 = 0$

Coeficiente del termino			¿Abre hacia?	Tipo de ecuación
Cuadrático	Lineal	Independiente		

e) $4x - 3x^2 = 0$

Coeficiente del termino			¿Abre hacia?	Tipo de ecuación
Cuadrático	Lineal	Independiente		

f) $x^2 - 2x = 0$

Coeficiente del termino			¿Abre hacia?	Tipo de ecuación
Cuadrático	Lineal	Independiente		



Parte 2: Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas por el método de completar cuadrados.

Ecuación	Solución
a) $x^2 + 6x - 16 = 0$	
b) $x^2 + 11x + 30 = 0$	



c) $4x^2 + 8x + 3 = 0$	



d) $3x^2 + 12x - 15 = 0$	
--------------------------	--

Producto esperado

Problemario, representación gráfica

Tiempo estimado

50 minutos.

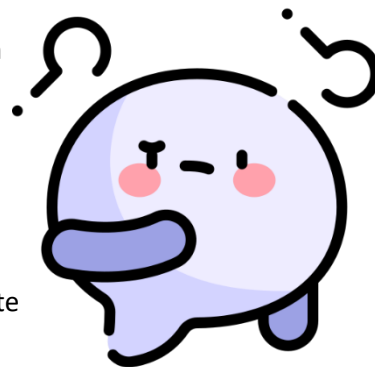
Semana 10

Recuperando lo que ya sabes



Antes de continuar, piensa en lo que ya conoces:

- ¿Qué significa transformar una ecuación en un trinomio cuadrado perfecto?
- ¿Qué características tiene un trinomio cuadrado perfecto?
- ¿Cómo puedes identificar si una expresión puede escribirse como el cuadrado de un binomio?

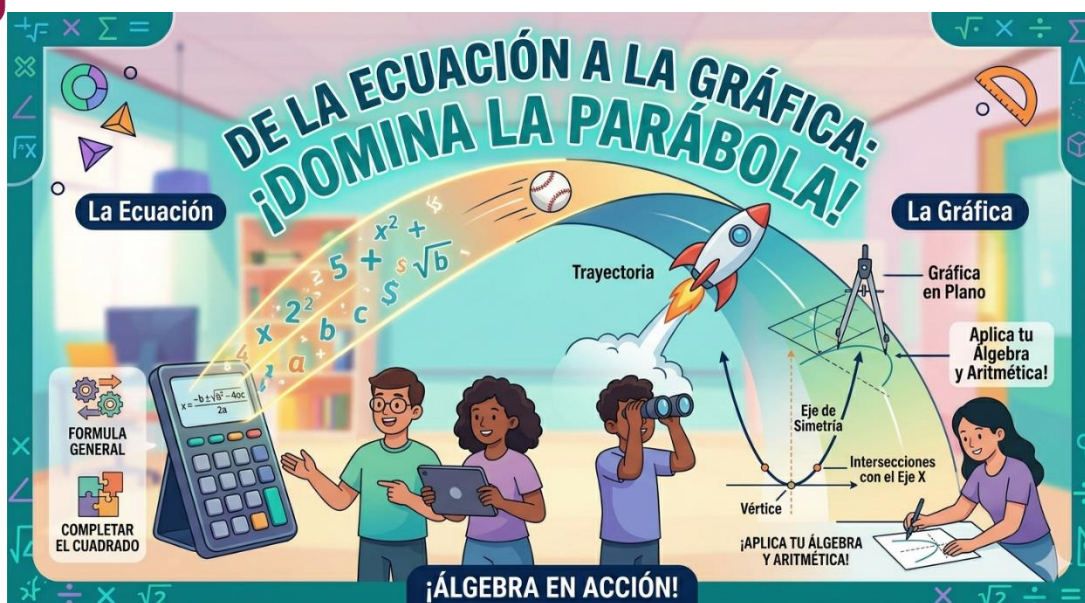


Estas ideas te ayudarán a retomar conocimientos previos y a prepararte para aplicar el método de completar cuadrados en la resolución de ecuaciones cuadráticas.



PM3-SA2-LECTURA 02. “De la Ecuación a la Gráfica: ¡Domina la Parábola!”

Google. (s. f.).
Descubriendo
el mundo de
las ecuaciones
cuadráticas
[Imagen
generada por
IA]. Gemini.



Fórmula general de la solución de una ecuación cuadrática.

Anteriormente, estudiamos el método de **completar el cuadrado** como una técnica efectiva para resolver ecuaciones de segundo grado. Debido a que este procedimiento es aplicable a cualquier ecuación cuadrática, es posible emplearlo de manera universal sobre la forma general:



$$ax^2 + bx + c = 0$$

Al aplicar este método de forma algebraica, obtenemos una expresión estándar que nos permite hallar las soluciones de cualquier ecuación de este tipo. A este resultado lo denominamos **Fórmula General**, la cual nos permite resolver cualquier ecuación cuadrática, incluso cuando no es factorizable, la aplicación de esta fórmula nos da como resultado los valores que hacen cumplir la igualdad de dicha ecuación. Es decir, los valores donde corta al eje “x” la parábola o también se conoce como raíces, soluciones o ceros de la ecuación cuadrática.

$$x_i = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Finalmente, las soluciones o raíces de la ecuación son (suma y resta de la raíz cuadrada):

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad o \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

De la fórmula anterior también surge un término especialmente que es el que hace saber cuántas soluciones posibles tiene la ecuación cuadrática y este se llama **discriminante** y que se expresa de la forma:

$$D = b^2 - 4ac$$

El discriminante determina el tipo de soluciones, y se analiza de la siguiente manera:

- Si $D > 0$: dos soluciones reales distintas
- Si $D = 0$: una solución real (raíz doble)
- Si $D < 0$: no hay soluciones reales

También existe una fórmula para calcular **el vértice** de dicha parábola y que servirá para realizar la gráfica de esta sin la necesidad de una tabulación, obteniendo como resultado un bosquejo. Ahora si se desea saber el comportamiento preciso de cada uno de los puntos de la parábola es necesario realizar una **tabulación**.

Vértice:

El **vértice** es el punto más importante de una parábola, ya que representa su **valor máximo o mínimo**, dependiendo de si la gráfica abre hacia abajo o hacia arriba. El vértice es además el centro de su simetría.

Tabulación:

La **tabulación** es un procedimiento que consiste en **organizar valores en una tabla** para facilitar la representación gráfica de una función. En el caso de una ecuación cuadrática, se seleccionan distintos valores de x y se sustituyen en la expresión para obtener los valores correspondientes de y .

Para calcular el vértice de una ecuación cuadrática vamos a considerar los coeficientes numéricos (a , b y c) y la siguiente coordenada:

$$\text{vértice} = v(x, y) = v\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

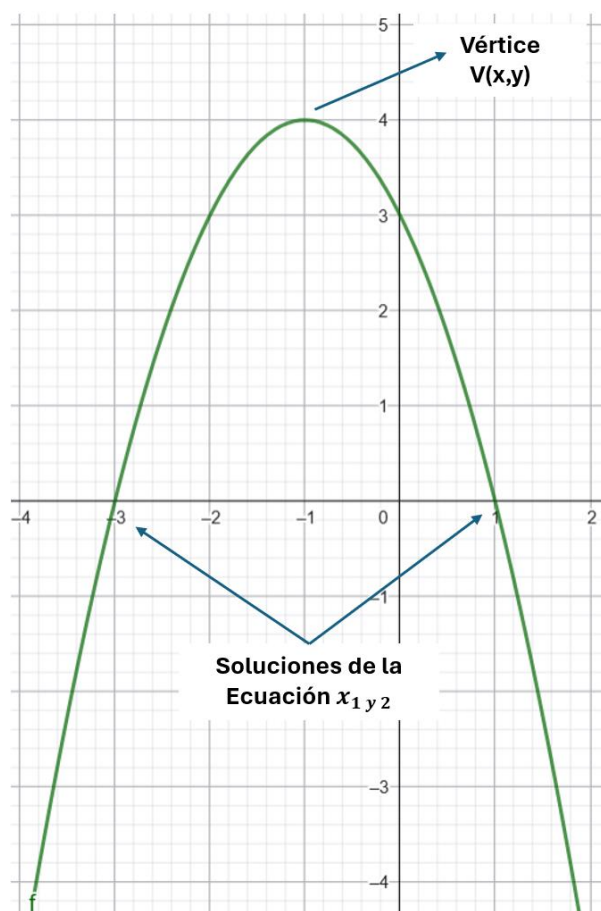
O si prefieres sustituir el valor de $-\frac{b}{2a}$ en la ecuación también obtienes el mismo resultado.

$$\text{vértice} = v(x, y) = v\left(-\frac{b}{2a}, f\left[-\frac{b}{2a}\right]\right)$$

La gráfica de una ecuación cuadrática:

Como resultado de todo ello, en el plano cartesiano obtenemos una parábola, cuya trayectoria es una curva.

Entre los elementos principales se encuentran el **vértice**, como ya mencionamos es el punto máximo o mínimo de la parábola; el **eje de simetría**, que divide la gráfica en dos partes iguales; y las **intersecciones con los ejes**, donde la parábola corta al eje x (raíces) y al eje y (valor de c). Estos elementos permiten interpretar y construir la gráfica de la función cuadrática de manera precisa a partir de su expresión algebraica. Veamos la siguiente imagen



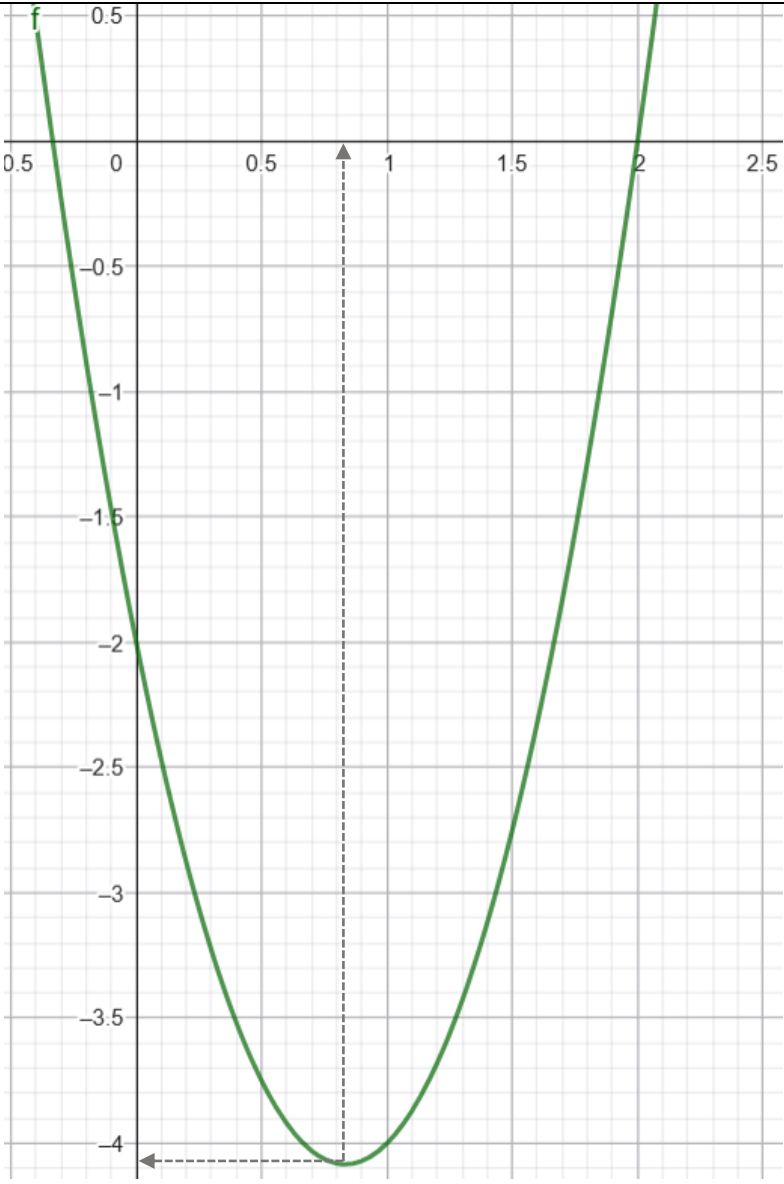
Elementos gráficos de una parábola [Ilustración]. (s. f.).



A continuación, resolveremos algunos ejemplos de la gráfica de la parábola a partir de los elementos calculados:

1.- Dada la siguiente ecuación cuadrática: $3x^2 - 5x - 2 = 0$ Determine: a) El valor de la discriminante. b) Las soluciones de la ecuación. c) El vértice. d) La grafica ubicando las soluciones y el vértice.	
a) El valor de la discriminante "D"	Identificando los coeficientes: $a = 3, b = -5, c = -2$ $D = b^2 - 4ac$ Sustituyendo: $D = (-5)^2 - 4(3)(-2)$ $D = 25 + 24$ $D = 49$ Si $D > 0$: tiene dos soluciones reales distintas.
b) Las soluciones de la ecuación.	$x_i = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(-2)}}{2(3)}$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6}$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6}$ $x = \frac{5 \pm 7}{6}$ Calculamos: $x_1(\text{suma}) = \frac{5 + 7}{6} = \frac{12}{6} = 2$ $x_2(\text{resta}) = \frac{5 - 7}{6} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$ $x = 2 \text{ y } x = -\frac{1}{3}$
c) El vértice.	$a = 3, \quad b = -5, \quad c = -2$ $\text{vértice} = v\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

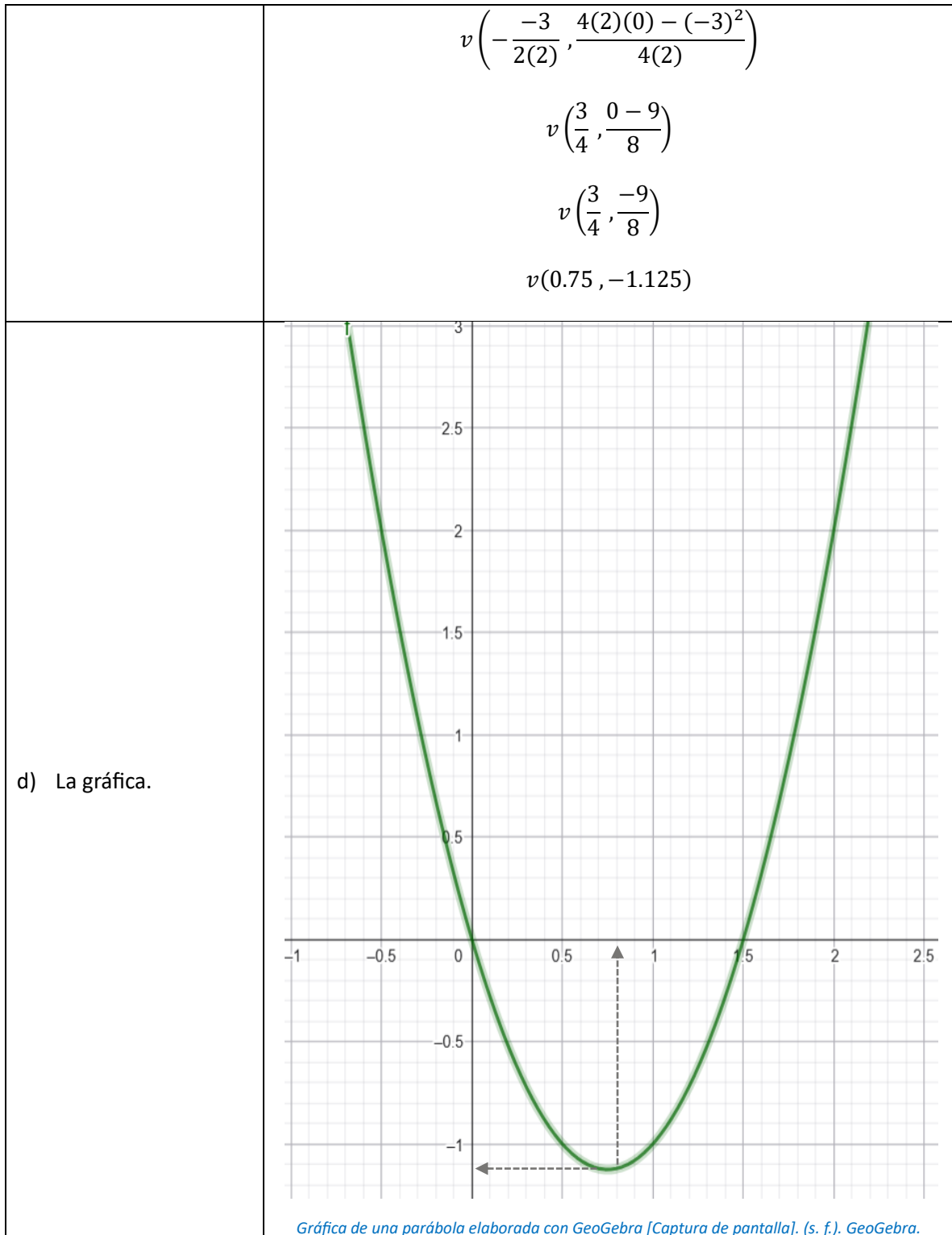
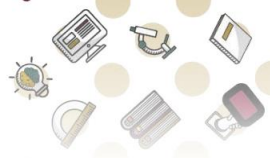


	$v\left(-\frac{-5}{2(3)}, \frac{4(3)(-2) - (-5)^2}{4(3)}\right)$ $v\left(\frac{5}{6}, \frac{-24 - 25}{12}\right)$ $v\left(\frac{5}{6}, \frac{-49}{12}\right)$ $v(0.83, -4.08)$
d) La gráfica	 Gráfica de una parábola elaborada con GeoGebra [Captura de pantalla]. (s. f.). GeoGebra.

2.- Dada la siguiente ecuación cuadrática: $2x^2 - 3x = 0$, Determine:

- El valor de la discriminante.
- Las soluciones de la ecuación.
- El vértice.
- La grafica ubicando las soluciones y el vértice.

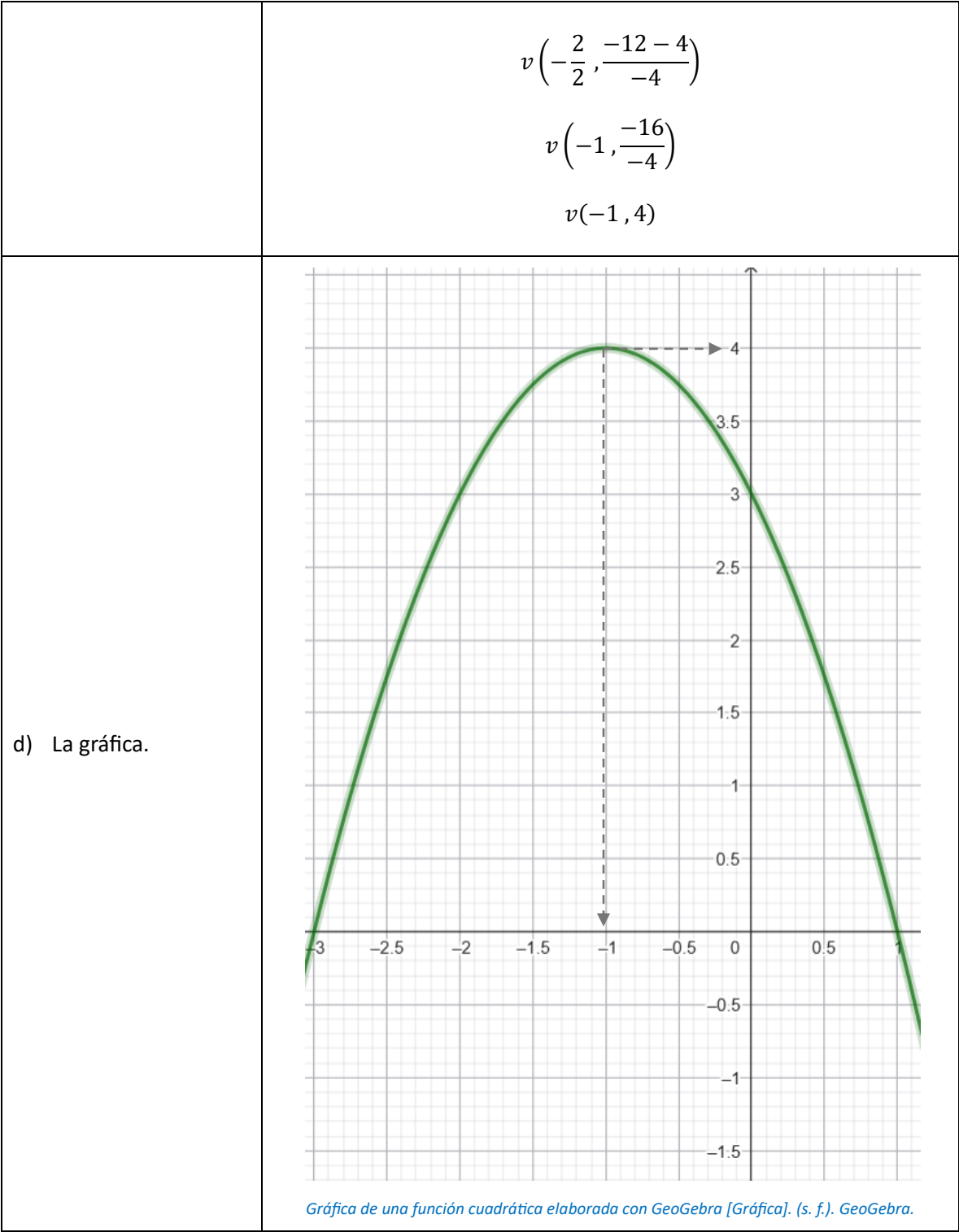
a) El valor de la discriminante "D"	Identificando los coeficientes: $a = 2$, $b = -3$, $c = 0$ $D = b^2 - 4ac$ Sustituyendo: $D = (-3)^2 - 4(2)(0)$ $D = 9 - 0$ $D = 9$ Si $D > 0$: tiene dos soluciones reales distintas.
b) Las soluciones de la ecuación.	$x_i = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(0)}}{2(2)}$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 0}}{4}$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{9}}{4}$ $x = \frac{3 \pm 3}{4}$ Calculamos: $x_1(\text{suma}) = \frac{3 + 3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$ $x_2(\text{resta}) = \frac{3 - 3}{4} = \frac{0}{4} = 0$ $x = \frac{3}{2} \text{ y } x = 0$
c) El vértice.	$a = 2, \quad b = -3, \quad c = 0$ $\text{vértice} = v\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$



3.- Dada la siguiente ecuación cuadrática: $-x^2 - 2x + 3 = 0$, Determine:

- El valor de la discriminante.
- Las soluciones de la ecuación.
- El vértice.
- La grafica ubicando las soluciones y el vértice.

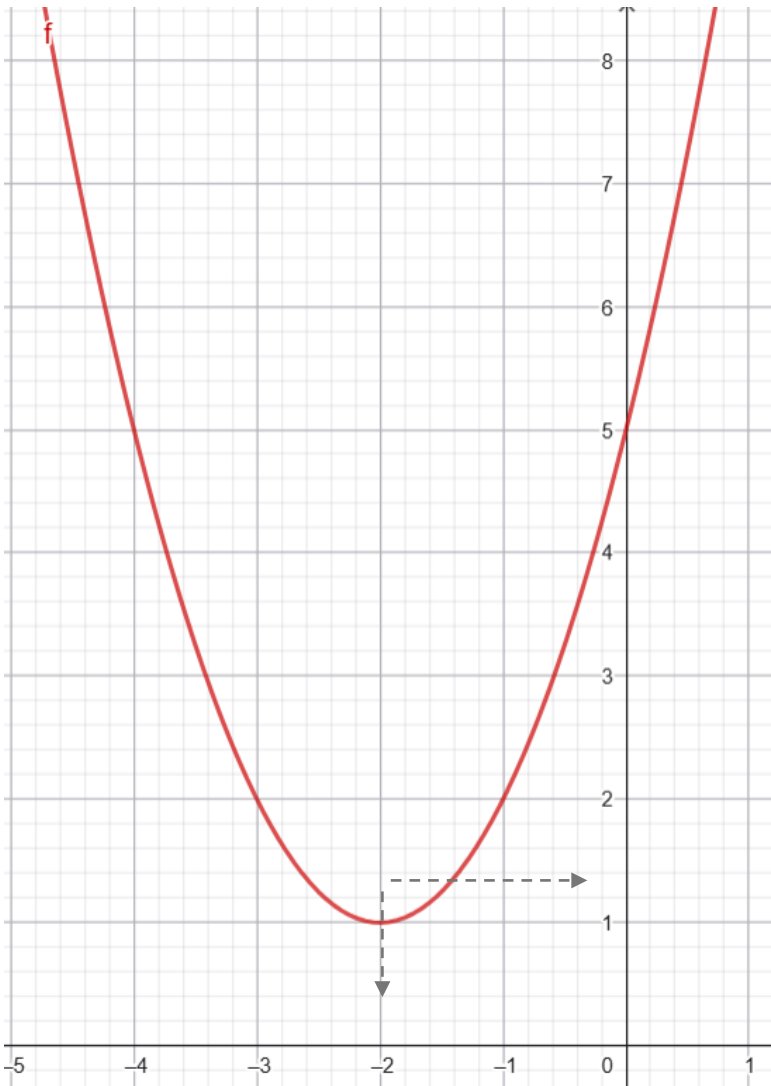
a) El valor de la discriminante "D"	Identificando los coeficientes: $a = -1$, $b = -2$, $c = 3$ $D = b^2 - 4ac$ Sustituyendo: $D = (-2)^2 - 4(-1)(3)$ $D = 4 + 12$ $D = 16$ Si $D > 0$: tiene dos soluciones reales distintas.
b) Las soluciones de la ecuación.	$x_i = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Sustituir valores $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-1)(3)}}{2(-1)}$ $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{-2}$ $x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{-2}$ $x = \frac{2 \pm 4}{-2}$ Calculamos: $x_1(\text{suma}) = \frac{2 + 4}{-2} = \frac{6}{-2} = -3$ $x_2(\text{resta}) = \frac{2 - 4}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$ Resultado final $x = -3 \text{ y } x = 1$
c) El vértice.	$a = -1, \quad b = -2, \quad c = 3$ $\text{vértice} = v \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$ $v \left(-\frac{-2}{2(-1)}, \frac{4(-1)(3) - (-2)^2}{4(-1)} \right)$

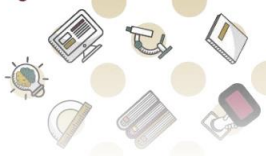


4.- Dada la siguiente ecuación cuadrática: $x^2 + 4x + 5 = 0$, Determine:

- El valor de la discriminante.
- Las soluciones de la ecuación.
- El vértice.
- La grafica ubicando las soluciones y el vértice.

a) El valor de la discriminante "D"	Identificando los coeficientes: $a = 1$, $b = 4$, $c = 5$ $D = b^2 - 4ac$ Sustituyendo: $D = (4)^2 - 4(1)(5)$ $D = 16 - 20$ $D = -4$ Si $D < 0$: no hay soluciones reales.
b) Las soluciones de la ecuación.	$x_i = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Sustituir valores: $x = \frac{-(4) \pm \sqrt{(4)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2}$ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{2}$ Para expresar la raíz de un numero negativo, utilizamos la unidad imaginaria i, la cual se define como: $i = \sqrt{-1}$. Si tienes una raíz de un numero negativo, por ejemplo $\sqrt{-4}$, el proceso para expresarla correctamente es: 1. Separas el signo negativo del número: $\sqrt{4 \cdot (-1)}$ 2. Aplicas la propiedad de las raíces: $\sqrt{4} \cdot \sqrt{-1}$ 3. Sustituyes $\sqrt{-1}$ por i: $2i$ Finalmente, las raíces de la ecuación son: $x_1(\text{suma}) = \frac{-4 + 2i}{2} = -\frac{4}{2} + \frac{2i}{2} = -2 + i$ $x_2(\text{resta}) = \frac{-4 - 2i}{2} = -\frac{4}{2} - \frac{2i}{2} = -2 - i$

c) El vértice.	$a = 1, \quad b = 4, \quad c = 5$ $\text{vértice} = v\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ $v\left(-\frac{4}{2(1)}, \frac{4(1)(5) - (4)^2}{4(1)}\right)$ $v\left(-\frac{4}{2}, \frac{20 - 16}{4}\right)$ $v\left(-2, \frac{4}{4}\right)$ $v(-2, 1)$
d) La gráfica.	 Gráfica de una parábola elaborada con GeoGebra [Captura de pantalla]. (s. f.). GeoGebra.



Aplicaciones de la ecuación cuadrática

Las ecuaciones cuadráticas no son solo ejercicios teóricos; son herramientas fundamentales para modelar fenómenos donde una variable depende del cuadrado de otra. Aquí unas aplicaciones más comunes:

- **Geometría:** Si conoces el área total de una figura, pero desconoces sus dimensiones.
- **Física:** En cinemática, la posición de un objeto bajo la influencia de la gravedad se describe mediante una función de segundo grado.
- **Finanzas:** El interés compuesto puede generar ecuaciones cuadráticas cuando se analiza el crecimiento de una inversión en dos periodos específicos o cuando se busca la tasa de interés desconocida.

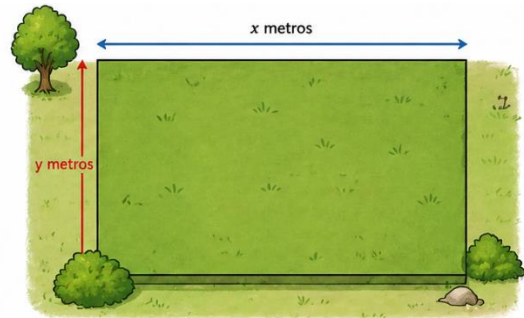
Ejemplos:

5.- Determina las dimensiones de un rectángulo, si su perímetro es de 280 m y su área es de 4 000 m².

Solución:

Llamemos a la base x y a la altura y del rectángulo

- $Perimetro = 2x + 2y = 280$
 - Simplificando (dividiendo entre dos)
 $x + y = 140 \rightarrow y = 140 - x$
- $Area = xy = 4\,000$



Sustituimos el valor de y en la ecuación del área:

$$x(140 - x) = 4\,000$$

$$140x - x^2 = 4\,000$$

Reordenamos para formar una ecuación cuadrática:

$$x^2 - 140x + 4\,000 = 0$$

En una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, tenemos:

- $a = 1$
- $b = -140$
- $c = 4\,000$

La fórmula general es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sustituimos los valores

$$x = \frac{-(-140) \pm \sqrt{(-140)^2 - 4(1)(4\,000)}}{2(1)} = \frac{140 \pm \sqrt{19\,600 - 16\,000}}{2} = \frac{140 \pm \sqrt{3\,600}}{2} = \frac{140 \pm 60}{2}$$

Ahora obtenemos los dos posibles valores para x

$$x_1 = \frac{140 + 60}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

$$x_2 = \frac{140 - 60}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

De acuerdo con lo anterior, las dimensiones del rectángulo son 40 y 100 metros.

6.- En t segundos la altura h , en metros sobre el nivel del suelo, de un proyectil está dada por la ecuación $h = 80t - 5t^2$, ¿cuánto tardará el proyectil en llegar a 320 m sobre el nivel del suelo?

Para resolver este problema, utilizaremos la ecuación de altura dada: $h = 80t - 5t^2$, queremos encontrar el tiempo (t) cuando la altura (h) es de 320 m.

Sustituimos h por 320

$$320 = 80t - 5t^2$$

Para usar la fórmula general, debemos igualar la ecuación a cero y ordenarla en la forma $ax^2 + bx + c = 0$.

$$5t^2 - 80t + 320 = 0$$

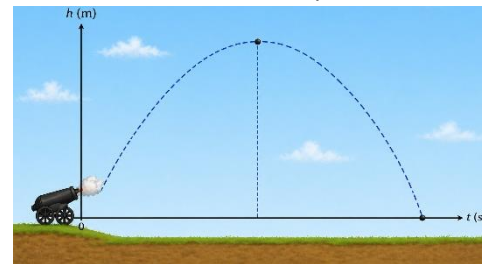
Identificamos los coeficientes

- $a = 5$
- $b = -80$
- $c = 320$

Aplicamos la fórmula general

$$t = \frac{-(-80) \pm \sqrt{(-80)^2 - 4(5)(320)}}{2(5)} = \frac{80 \pm \sqrt{6\,400 - 6\,400}}{10} = \frac{80 \pm \sqrt{0}}{10} = \frac{80}{10} = 8$$

El proyectil tardará 8 segundos en alcanzar la altura de 320 metros.



PM3-SA2-ACT02. Problemario



Propósito:

Fortalecer la comprensión de las ecuaciones cuadráticas mediante el análisis de sus elementos principales, el cálculo del discriminante, la determinación de sus soluciones, la identificación del vértice y la representación gráfica de la parábola en el plano cartesiano.

Instrucciones:

En binas y aplicando los conocimientos adquiridos en este propósito formativo, analiza cada una de las ecuaciones cuadráticas propuestas y resuélvelas en tu cuaderno.

En cada ejercicio realiza lo siguiente:

- Calcula el valor del discriminante.
- Determina las soluciones de la ecuación.
- Identifica el vértice de la parábola.
- Elabora la gráfica de la parábola en el plano cartesiano, ubicando las soluciones de la ecuación y el vértice.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$



$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$



$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$



$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$2x^2 + 6x = 0$$



$x^2 - 6x + 9 = 0$	$3x^2 - x - 2 = 0$
--------------------	--------------------

Producto esperado
Problemario

Tiempo estimado
60 minutos

Propósito formativo 5

Expresa y resuelve diversas situaciones de interés a través de distintos tipos de ecuaciones para comprender su relevancia en otras áreas del conocimiento, fenómenos naturales o en distintas esferas de la vida humana.

Recuperando lo que ya sabes



Antes de continuar, recuerda lo aprendido en la clase anterior sobre las ecuaciones cuadráticas y sus elementos principales.

- ¿Qué es una ecuación cuadrática?
- ¿Cómo identificas el término cuadrático, el término lineal y el término independiente?
- ¿Qué información nos da el discriminante de una ecuación cuadrática?
- ¿Qué relación existe entre las soluciones de una ecuación cuadrática y la gráfica de su parábola?
- ¿Qué representa el vértice en la gráfica de una parábola?



Recuperar estos saberes te permitirá analizar mejor el comportamiento de las ecuaciones cuadráticas y relacionar sus soluciones con su representación gráfica.



PM3-SA1-LECTURA 03. “El Secreto del Dinero y mis finanzas personales”

El Poder Oculto del Tiempo: Cómo el Interés Moldea tu Dinero:

Imagina que tu dinero es un árbol. Puedes decidir qué te dé solo los frutos de una sola temporada, o puedes permitir que esos frutos generen nuevos árboles que, con el tiempo, llenarán un bosque entero. Esa es la diferencia fundamental entre el interés simple y el interés compuesto. Entender esta diferencia no es solo un ejercicio académico; es la llave para tomar el control de tus finanzas personales, ya sea para salir de deudas o para construir la libertad financiera que deseas.

Las finanzas personales se refieren a la administración del dinero de una persona o familia, incluyendo ingresos, gastos, ahorro, inversión y uso del crédito. Comprender cómo funcionan los intereses permite tomar decisiones financieras más inteligentes, por ejemplo, al solicitar préstamos o invertir dinero.



Freepik. (2026). Imagen que hace referencia al dinero creciente [Ilustración].

El interés representa el costo de usar dinero prestado o la ganancia por invertirlo.

Existen dos tipos principales de interés:

- Interés simple
- Interés compuesto

Interés simple

El interés simple es el más directo. Es como recibir un pago fijo por prestar tu dinero (o pagar un costo fijo por haberlo tomado prestado) sin que ese pago se reinvierta, el interés simple se calcula únicamente sobre el capital inicial y no cambia durante el tiempo.

Se usa comúnmente en:

- préstamos a corto plazo
- algunos créditos personales
- inversiones simples



Shutterstock. (s. f.). Ilustración de interés compuesto y crecimiento del dinero [Ilustración].

VIDEO
YouTube



Comprendiendo las fórmulas de interés simple

<https://youtu.be/b5WPNRTxT1Y?si=BiTug-zhJWymSchy>

La fórmula es:

$$I = Cit$$

Donde:

- **I** = interés generado
- **C** = capital inicial
- **i** = tasa de interés
- **t** = tiempo



El monto total que se obtiene se calcula como:

$$M = C + I$$

Donde:

- M = monto final
- C =capital inicial
- I = interés generado

Ejemplo 1

Si una persona invierte \$10,000 a una tasa del 8% anual durante 3 años:

1. calcular interés $I = 10000(0.08)(3)$

$$I = 2400 \text{ pesos}$$

2. monto total $M = 10000 + 2400$

$$M = 12400 \text{ pesos}$$

Esto significa que después de tres años tendrá **\$12,400**.

Ejemplo 2

Pides un préstamo personal de \$10,000 a un amigo. Acuerdan un interés simple del 5% anual y pagarás en 3 años.

1. Calcular el Interés $I = 10000(0.05)(3)$

$$I = 1500 \text{ pesos}$$

2. Monto total $M = 10000 + 1500$

$$M = \$11500$$

Ejemplo 3

Una persona deposita \$5,000 en una cuenta que ofrece un interés simple del 8% anual durante 3 años. Al final del periodo; calcula:

- ¿Cuánto interés generó?
- ¿Cuál es el monto total acumulado?
- Si decide retirar el dinero y gastar el 25% del monto total, ¿cuánto dinero le queda?

- Capital inicial: $C = \$5000$
- Tasa de interés: $i = 8\% = 0.08$
- Tiempo: $t = 3$ años

Respuesta a: ¿Cuánto interés generó?:

Fórmula de interés simple

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = (5000)(0.08)(3)$$

$$I = (5000)(0.24)$$

$$I = 1,200 \text{ pesos}$$

Respuesta b: ¿Cuál es el monto total acumulado?

$$M = C + I$$

$$M = 5000 + 1200 = 6200$$

$$M = 6,200 \text{ pesos}$$

Respuesta c: Si decide retirar el dinero y gastar el 25% del monto total, ¿cuánto dinero le queda?

Calcular el 25% del monto

$$\text{Dinero gastado} = 25\% = 0.25$$

$$\text{Dinero gastado} = 0.25 \cdot 6200 = 1550 \text{ pesos}$$

Dinero que gasta: \$1,550 pesos.

Dinero restante

$$\text{Restante} = \$6,200 - \$1,550 =$$

$$\text{Restante} = \$4,650 \text{ pesos}$$

Dinero final: \$4,650 pesos.

Interés compuesto

Cuando ahorras e inviertes de manera constante, el interés compuesto trabaja para ti. Su verdadero poder se revela con el paso del tiempo. La variable más importante no es solo la tasa de rendimiento, sino **el tiempo que tu dinero permanece invertido**.

Cuando tienes una deuda con interés compuesto, como una tarjeta de crédito o un crédito de nómina, estás en una carrera contrarreloj. El saldo que no pagas se capitaliza, haciendo que la deuda crezca exponencialmente. La magia del interés compuesto es una espada de doble filo. Funciona igual para tus inversiones (como aliado) que para tus deudas (como enemigo).

El interés compuesto es diferente porque el interés generado se suma al capital inicial y vuelve a generar interés en los siguientes periodos.



Finect. (s. f.). Imagen sobre interés compuesto [Fotografía].

<https://www.finect.com/usuario/santiagobaron/articulos/que-interes-compuesto>

Esto se conoce como capitalización. Se utiliza en:

- cuentas de ahorro
- inversiones
- créditos bancarios
- tarjetas de crédito

La fórmula es:

$$M = C(1 + i)^t$$

Donde:

- **M** = monto final
- **C** = capital inicial
- **i** = tasa de interés
- **t** = tiempo

VIDEO
YouTube



¿Qué es el interés compuesto?

<https://youtu.be/IEGk3ILeLuQ?si=IKYMVFakqZeoXIGc>

Ejemplo 4

Pedro tiene \$10,000 y los inviertes a 3 años en un fondo que te da un rendimiento anual promedio del 5% con interés compuesto. (Nota no retiras las ganancias).

No retiras las ganancias.

- **Año 1:** $10,000 (0.05) = \$500$ de interés. Tu nuevo total es \$10,500.
- **Año 2:** El 5% se calcula sobre \$10,500. Interés: \$525. Total: \$11,025.
- **Año 3:** El 5% se calcula sobre \$11,025. Interés: \$551.25. Total, final: **\$11,576.25**.

Compara los resultados: con el mismo capital, misma tasa y mismo tiempo, el interés compuesto te generó \$76.25 *adicionales* que el simple. La diferencia parece pequeña en 3 años, pero aquí es donde el tiempo se convierte en tu mejor aliado o tu peor enemigo.

Ejemplo 5

Si se invierten \$10,000 al 8% anual durante 3 años con interés acumulado, ¿Cuál será el monto final?

$$\begin{aligned}M &= C(1 + i)^t \\M &= 10000(1 + 0.08)^3 \\M &= \$12597.12\end{aligned}$$

El monto final es **\$12,597.12**.

Ejemplo 6

Una persona invierte \$10,000 en una cuenta con una tasa de interés compuesto del 10% anual durante 2 años.

Al finalizar:

1. El banco le cobra una comisión del 5% sobre el monto final.
2. Después, la persona dona el 20% del dinero restante.

¿Cuánto dinero le queda al final?

- Capital inicial: $C = \$10,000$
- Tasa: $i = 10\% = 0.10$
- Tiempo: $t = 2$ años

Pregunta 1: El banco le cobra una comisión del 5% sobre el monto final.

Fórmula de interés compuesto

$$M = C(1 + i)^t$$

Sustituir valores

$$M = 10,000(1 + 0.10)^2$$

$$M = 10,000(1.10)^2$$

$$M = 10,000 \cdot 1.21 = 12,100$$

$$M = \$12,100$$

Calcular la comisión del 5%

$$5\% = 0.05$$

$$0.05 \cdot 12,100 = \$605$$

Restar la comisión

$$\text{Dinero despues de la comisión} = \$12,100 - \$605 = \$11,495$$

$$\text{Dinero despues de la comisión} = 11,495 \text{ pesos}$$

Pregunta 2: Después, la persona dona el 20% del dinero restante.

Calcular la donación del 20%

$$20\% = 0.20$$

$$0.20 \cdot 11,495 = \$2,299 \text{ pesos}$$

Dinero final

$$11,495 - 2,299 = 9,196 \text{ pesos.}$$



Estrategias Prácticas para tu Vida Financiera



1. Para el ahorro: Empieza YA.

No importa si la cantidad es pequeña. Lo crucial es la frecuencia y la constancia. Automatiza una transferencia mensual a una cuenta de inversión. La disciplina vence al talento cuando el interés compuesto está de tu lado.

2. Para las deudas: Ataca las más caras.

Si tienes deudas con interés compuesto (tarjetas de crédito, créditos rápidos), ese es tu primer objetivo. El rendimiento "garantizado" que obtienes al pagar una deuda del 30% es mucho mayor que cualquier inversión segura que puedas encontrar. Utiliza la estrategia de "avalancha": paga el mínimo de todas y destina todo el dinero extra a la deuda con la tasa de interés más alta.

3. La regla del 72: Una calculadora mental rápida.

¿Quieres saber en cuánto tiempo se duplicará tu inversión (o tu deuda) con interés compuesto? Divide 72 entre la tasa de interés anual.

- Con un rendimiento del 8%, tu dinero se duplica en 9 años ($72/8 = 9$).
- Con una deuda de tarjeta del 30%, tu deuda se duplica en solo 2.4 años ($72/30 = 2.4$).

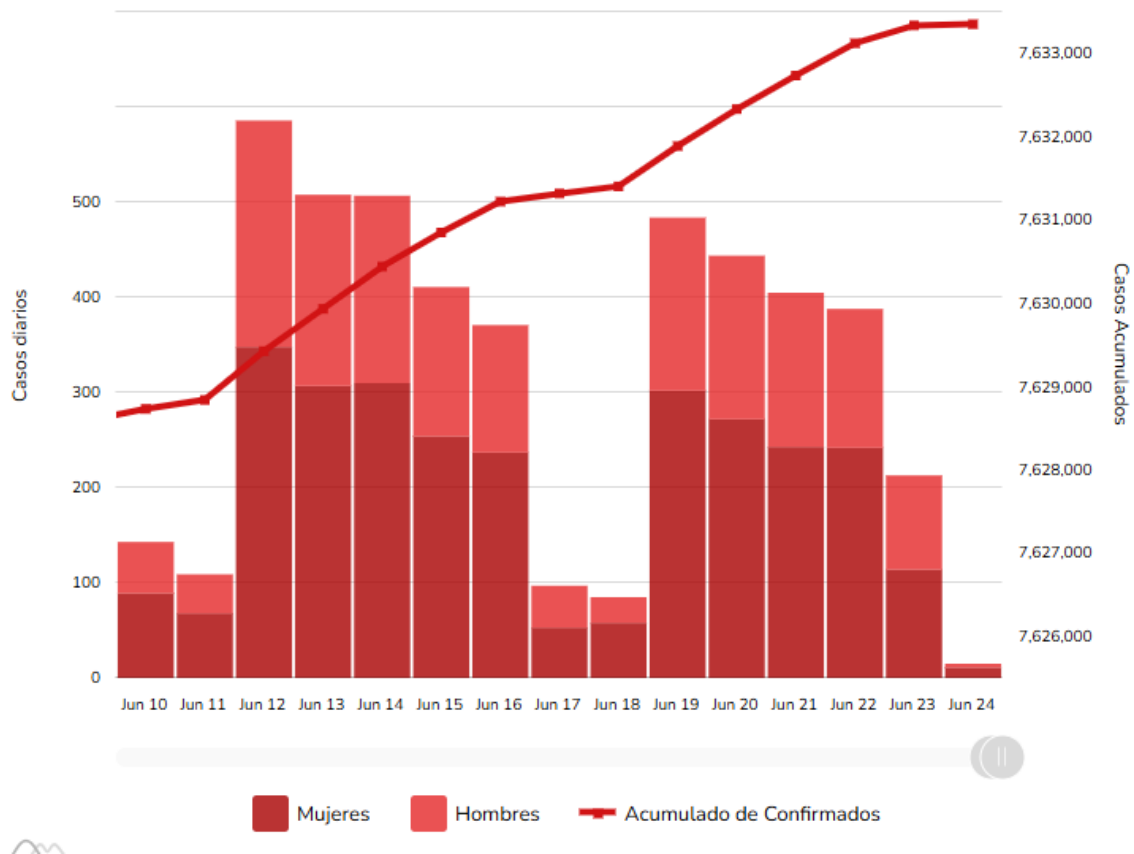
Crecimiento poblacional o propagación de fenómenos

En el mundo real, pocos fenómenos son tan contraintuitivos como el crecimiento poblacional y la propagación de enfermedades. Nuestro cerebro está entrenado para pensar en línea recta: por ejemplo, si ahorro \$10 pesos cada semana, en 10 semanas tendré \$100. Sin embargo, la naturaleza, cuando las condiciones son favorables, no sigue una línea recta; sigue una curva que se dispara hacia el cielo: la curva exponencial.

Muchos fenómenos naturales y sociales siguen patrones de crecimiento matemático. Algunos ejemplos incluyen:

- Crecimiento de poblaciones humanas
- Reproducción de bacterias
- Propagación de virus
- Difusión de información en redes

En muchos casos, este crecimiento sigue un modelo exponencial.



Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT). (2023). Gráfica de casos acumulados por sexo [Gráfica].

Crecimiento poblacional

El crecimiento poblacional describe cómo aumenta el número de individuos de una población a lo largo del tiempo.

Los factores que influyen:

- tasa de natalidad
- tasa de mortalidad
- migración
- recursos disponibles

Cuando una población crece sin limitaciones, se aproxima a un crecimiento exponencial.

Modelo de crecimiento exponencial

Este modelo describe situaciones donde la tasa de crecimiento es proporcional al tamaño de la población.

Se expresa mediante la ecuación:

$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

Donde:

- $P(t)$ = población en el tiempo t
- P_0 = población inicial
- r = tasa de crecimiento
- t = tiempo

Imagina un virus de alta contagiosidad en una ciudad de 1,000 personas. Al inicio (día 0), solo hay **1 persona infectada**. Supongamos que cada infectado contagia en promedio a 2 personas por día (tasa muy alta).

- **Día 0:** 1 infectado.
- **Día 1:** 3 infectados (1 original + 2 nuevos).
- **Día 2:** 9 infectados.
- **Día 5:** 243 infectados.
- **Día 7:** 2,187 infectados.

En solo una semana, la enfermedad pasó de 1 caso a superar la capacidad total de la ciudad. Este comportamiento es típico de la **fase exponencial** de una pandemia. Si no se aplican medidas (como el distanciamiento social, que busca reducir la *tasa r*), los sistemas de salud colapsan porque la curva crece más rápido que la capacidad de respuesta.

Aquí otro ejemplo de aplicación:



OpenAI. (2026). ¿Por qué algo se hace viral? [Imagen generada por inteligencia artificial]. ChatGPT (DALL-E).

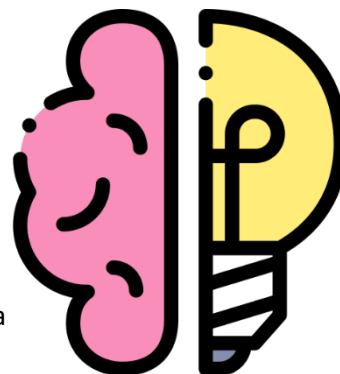
Semana 12



Recuperando lo que ya sabes

Antes de continuar, recupera los saberes previos de la clase anterior sobre finanzas personales y crecimiento exponencial.

- ¿Qué es el interés y cómo se aplica en préstamos o ahorros?
- ¿Cuál es la diferencia entre interés simple e interés compuesto?
- ¿Qué función tienen el capital, la tasa y el tiempo en el cálculo del interés?
- ¿Qué significa que una cantidad aumente de manera exponencial?
- ¿Qué ejemplos de crecimiento exponencial recuerdas de la vida cotidiana?



Estas preguntas te ayudarán a relacionar los contenidos matemáticos con situaciones reales, como el ahorro, los préstamos y el crecimiento de poblaciones o fenómenos sociales.



PM3-SA2-LECTURA 03. “El Secreto del Dinero y mis finanzas personales”

Resolución de ejercicios contextualizados del cálculo de interés simple y compuesto, crecimiento poblacional o propagación de fenómenos de cualquier naturaleza.

Ejemplo 1

Una población de bacterias inicia con 100 individuos. Se sabe que la población crece a una tasa del 30% por hora.

Se pide:

1. Modelar el crecimiento poblacional
2. Calcular la población después de 5 horas
3. Construir una tabla de valores
4. Graficarlo

1. Modelo matemático

Usamos crecimiento exponencial:

$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

Donde:

- $P_0 = 100$
- $r = 0.30$
- $t = \text{tiempo en horas}$

Entonces:

$$P(t) = 100e^{0.30t}$$

2. Calcular la población en 5 horas

Sustituimos $t = 5$



Ethic. (2016). Imagen de bacterias en placa de Petri [Fotografía].



$$P(5) = 100e^{0.30(5)} = 100e^{1.5}$$

$$e^{1.5} \approx 4.48$$

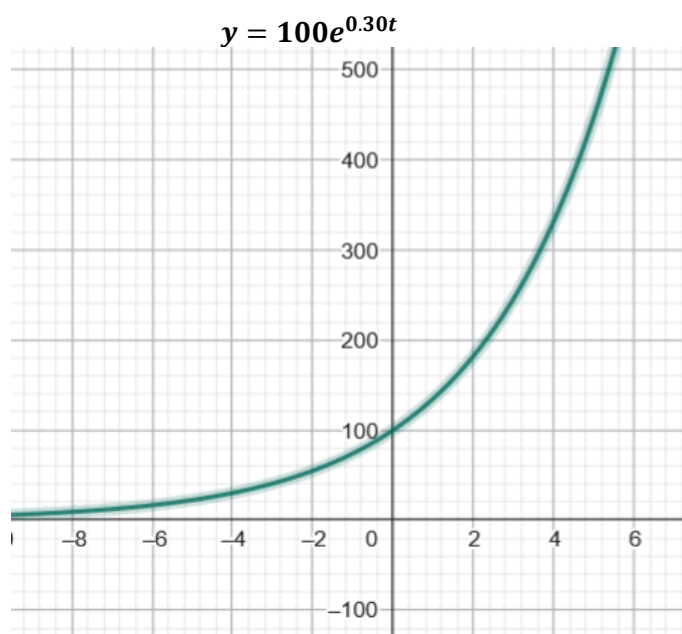
$$P(5) \approx 100(4.48) = 448$$

Resultado: Después de 5 horas hay aproximadamente **448 bacterias**

3. Tabla de valores

Tiempo (h)	Población
0	100
1	135
2	182
3	246
4	332
5	448

4. Graficar



Gráfica exponencial del número de bacterias elaborada con GeoGebra [Gráfica]. (s. f.). GeoGebra.

Preguntas para estudiantes...

- 1.- ¿Qué pasaría en 10 horas?
- 2.- ¿Es posible este crecimiento en la vida real? ¿por qué?
- 3.- ¿Qué factores podrían frenar el crecimiento?
- 4.- ¿Qué ocurre si la tasa cambia a 10%?



Ejemplo 2

Una población biológica aislada comienza su monitoreo con una base inicial de 100 individuos. Según estudios previos, se ha determinado que la especie tiene una tasa de crecimiento anual constante del 10%.

Realiza un análisis detallado de la evolución de esta población durante un periodo de 6 años.

Para ello, deberá:

- Calcular el tamaño de la población al final de cada ciclo anual desde el año uno hasta el año 6, usando la fórmula:
$$p_n = p_0(1 + r)^n$$
- Redondear los resultados al número entero más cercano, considerando que no existe fracciones de individuos
- Identificar el incremento absoluto anual para observar cómo varía el crecimiento de cada etapa.
- Representar los valores en una gráfica.

Crecimiento Poblacional

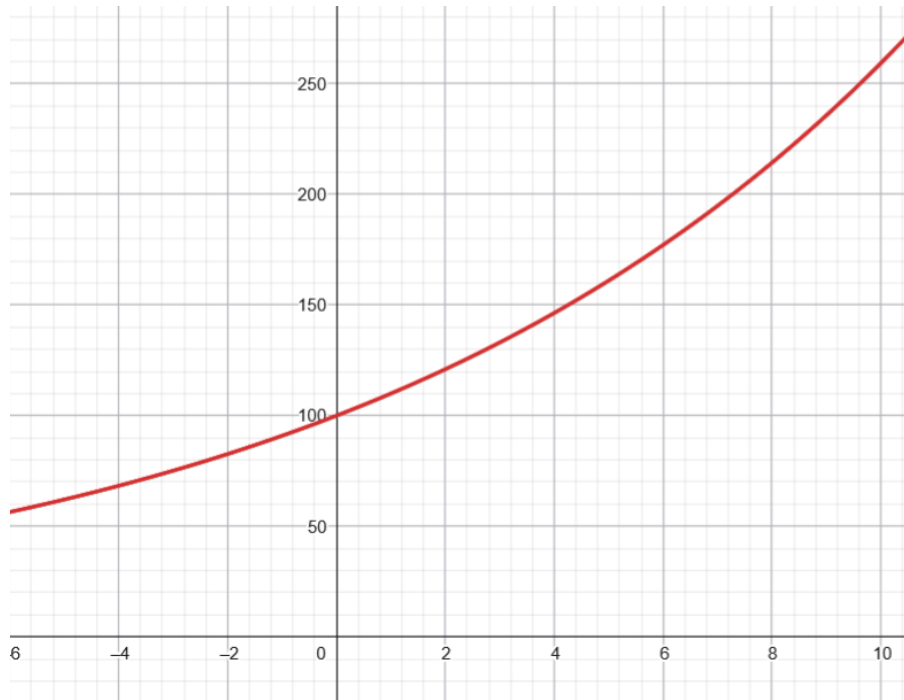
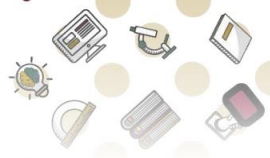
Usa la fórmula

$$p_n = p_0(1 + r)^n$$

Año	Operación	Población Total
0	Inicio	100
1	$100(1 + 0.10)^1$	110
2	$100(1 + 0.10)^2$	121
3	$100(1 + 0.10)^3$	133
4	$100(1 + 0.10)^4$	146
5	$100(1 + 0.10)^5$	161
6	$100(1 + 0.10)^6$	177

Graficar:

$$p_n = 100(1.10)^x$$



Gráfica de la tasa de crecimiento anual elaborada con GeoGebra [Gráfica]. (s. f.). GeoGebra.

Análisis del problema:

Este ejercicio muestra el **interés compuesto** aplicado a la demografía. Aunque la tasa es fija, el número de individuos añadidos aumenta cada año porque la base poblacional es mayor. La fórmula general para cualquier año n es:

$$p_n = p_0(1 + r)^n$$

Donde $p_0 = 100$ y $r = 0.10$

Medidas o cantidades de material en proyectos de arquitectura:

Hay un momento en todo proyecto arquitectónico en el que la abstracción del dibujo debe encontrar su anclaje en el mundo físico. Es el instante en que las líneas sobre el papel dejan de ser meras intenciones estéticas y se convierten en cifras concretas: metros cuadrados de losa, metros lineales de tubería, cantidad de ladrillos, volumen de hormigón. Determinar medidas y cantidades de material no es una tarea secundaria ni un simple trámite administrativo; es un acto de traducción fundamental. En él se pone a prueba la coherencia del proyecto, su viabilidad económica y, en última instancia, su capacidad de existir.



Freepik. (2026). Ilustración de construcción de una vivienda [Ilustración]



En el fondo, este ejercicio de medición y cuantificación no es un fin en sí mismo. Detrás de cada metro cúbico de hormigón, de cada kilogramo de acero, de cada pieza de cerámica, hay una promesa: la de un espacio que albergará vida, trabajo, encuentro. Determinar cantidades con precisión es una forma de asegurar que los recursos se utilicen con responsabilidad, que los presupuestos no se desborden, que los tiempos se cumplan, que la obra pueda realmente construirse y, finalmente, habitarse.

La arquitectura y la construcción dependen en gran medida de las **matemáticas aplicadas**, especialmente en el cálculo de medidas, áreas y volúmenes.

Estos cálculos permiten estimar con precisión:

- Materiales de construcción
- Costos de obra
- Distribución del espacio

Cálculo de áreas

Uno de los cálculos más comunes es el área de superficies como pisos o paredes.

- Para espacios rectangulares se utiliza la fórmula: $A = (base)(altura)$
- Para espacios cuadrados se utiliza la fórmula: $A = (lado)(lado)$

¿Quieres saber más?

¿Sabías que puedes calcular áreas de forma fácil y divertida?

Abre el video y descubre cómo encontrar el área del cuadrado y del rectángulo.

VIDEO
YouTube



Área del cuadrado y rectángulo con o sin fórmulas

<https://youtu.be/142jaFsLZlQ?si=YNHL7zvfhWxjbOVE>

Ejemplo 1

Si un cuarto mide de largo 5m y su ancho es de 4 m, entonces el área del piso es:



Canva. (2026). Fotografía de una habitación vacía con medidas de largo y ancho [Fotografía]. <http://www.canva.com>

$$h \quad A = b \cdot h$$

$$A = (\text{base})(\text{altura})$$

$$A = (5m)(4m)$$

$$A = 20 \text{ m}^2$$

Cálculo de materiales

Una vez que se conoce el área, es posible calcular cuántos materiales se requieren.

Ejemplo 2

Si el área del piso es 20 m^2 y cada loseta cubre 0.5 m^2 , ¿Cuántas losetas se necesitarán para cubrir el piso?



Canva. (2026). Fotografía de colocación de piso de porcelanato [Fotografía]. <https://www.canva.com>

$$\begin{aligned} \# \text{ de losetas} &= \frac{\text{Área total}}{\text{área de una loseta}} \end{aligned}$$

$$\# \text{ de losetas} = \frac{20 \text{ m}^2}{0.5 \frac{\text{m}^2}{\text{loseta}}}$$

$$\# \text{ de losetas} = 40 \text{ losetas}$$

Cálculo de pintura

Para pintar una pared también se calcula primero el área.

Ejemplo:

Si una pared tiene una altura de 2.8 metros y un largo de 6 metros y se desea pintar, sabiendo que un litro de pintura cubre 5 m². ¿Cuánta pintura se necesita para pintar esa pared?

Área:

$$\begin{aligned} A &= (\text{Base})(\text{Altura}) \\ A &= 6 \times 2.8 \\ A &= 16.8\text{m}^2 \end{aligned}$$

Pintura necesaria:

$$\text{Pintura necesaria} = \frac{\text{area}}{\text{area de pintura}}$$

$$\text{Pintura necesaria} = \frac{16.8\text{ m}^2}{5 \frac{\text{m}^2}{\text{litro}}}$$

$$\text{Pintura necesaria} = 3.36 \text{ litros}$$



Canva. (2026). Fotografía del proceso y resultado de pintar una habitación interior [Fotografía]. <https://www.canva.com>

Importancia en proyectos de arquitectura

El cálculo correcto de medidas permite:

- Evitar desperdicio de materiales
- Estimar costos con precisión
- Planificar obras
- Diseñar espacios eficientes

Por ello, arquitectos e ingenieros utilizan constantemente cálculos matemáticos en el diseño y la construcción.



PM3-SA2-ACT03. Cuadro comparativo y problemario

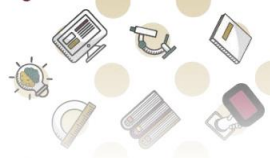
Propósito:

Analizar y aplicar los conceptos de interés simple, interés compuesto y crecimiento poblacional mediante la elaboración de un cuadro comparativo y la resolución de ejercicios contextualizados, para reconocer su utilidad en situaciones financieras y fenómenos de la vida cotidiana.

Instrucciones:

Instrucciones: Individualmente y bajo acompañamiento docente, elabore un cuadro comparativo donde se comparen las características del interés simple e interés compuesto.

Aspectos	Interés Simple	Interés Compuesto
Definición		
Base de cálculo		
Crecimiento del capital		
Fórmula		
Monto final		
Velocidad de aumento		
Uso común		
Intereses sobre intereses		



Complejidad		
Conclusión:		

Producto esperado

Cuadro comparativo y problemario

Tiempo estimado

100 minutos.



PM3-SA2-ACT04. Problemario de cálculo de intereses

Propósito:

Analizar y aplicar los conceptos de interés simple, interés compuesto y crecimiento poblacional mediante la resolución de ejercicios contextualizados, para reconocer su utilidad en situaciones financieras y fenómenos de la vida cotidiana.

Instrucciones: Resuelven en parejas los siguientes ejercicios de interés simple e interés compuesto y de crecimiento poblacional.

Interés simple

1. ¿Qué interés produce un capital de \$20,000 en 18 meses, con una tasa de interés anual del 42%? 18 meses (1.5 años).

2. Calcula el interés simple de \$5,000 al 10% durante 3 años, ¿Cuál es el capital final?



3. Si inviertes \$10,000 a una tasa de interés anual del 5% capitalizable anualmente durante 3 años.
¿Cuál será el monto final obtenido?

4.- Se invierten \$8,000 al 7% durante 4 años con interés acumulado, ¿Cuál es el capital final obtenido?

5.- Juan tiene un capital de \$12,000 al 10% durante 2 años con reinversión de intereses en un banco, ¿Cuál será su monto final al término del plazo?

6.- Para proyectar el crecimiento poblacional de un municipio en Tabasco a 40 años, utilizaremos el modelo de **interés compuesto**, Supongamos un municipio con una población inicial P_0 de **100,000 habitantes** y una tasa de crecimiento anual (r) del **1.5%** (promedio regional estimado), calcula la población total en los años solicitados en la tabla y representa gráficamente el modelo matemático generado por el problema.

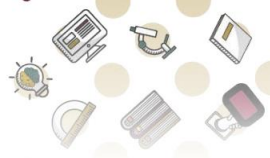
Fórmula de Crecimiento Anual

Para calcular la población en cualquier año (n), usaremos la fórmula de interés compuesto:

$$p_n = p_0(1 + r)^n$$

Ya que cada año la población aumenta un 1.5% respecto al total del año anterior.

Año	Operación	Población Total



Preguntas básicas

1. ¿Cómo puedes genera el modelo matemático que representa el crecimiento total de la población?

2. ¿Fue lineal o exponencial?

3. ¿En qué momento creció más rápido?

Producto esperado

Problemario

Tiempo estimado

100 minutos.

Propósito formativo 6

Revisa el teorema del triángulo de Napoleón, considerándolo como un problema-meta para aplicar resultados de la geometría euclidiana.



Recuperando lo que ya sabes

Antes de continuar, recupera los saberes previos de la sesión anterior relacionados con el interés y el crecimiento en contextos reales.

- ¿Qué diferencias observaste entre el interés simple y el interés compuesto?
- ¿Qué papel juegan el capital, la tasa y el tiempo en estos modelos?
- ¿Cómo se interpreta el monto final en un problema financiero?
- ¿Por qué el crecimiento poblacional o la propagación de fenómenos pueden modelarse matemáticamente?
- ¿Qué utilidad tiene representar estos fenómenos mediante tablas, fórmulas o gráficas?



Recuperar estos conocimientos te ayudará a comprender mejor cómo las matemáticas permiten analizar, predecir e interpretar situaciones de la vida cotidiana.



PM3-SA2-LECTURA 04 “Entre Ángulos y Triángulos: El Reto de Pitágoras”

Preguntas detonadoras.

¿Cuáles son los elementos de la geometría plana?
como los son:

Punto
Ángulos

Polígonos
Triángulos
Plano

Círculos
Línea

Introducción a la Geometría Plana

Imagina que estás viendo el mundo desde arriba, como si fueras un dron: las calles forman líneas, los edificios se convierten en figuras y los parques parecen grandes áreas verdes perfectamente delimitadas. Sin darte cuenta, estás observando **geometría plana** en acción.



La geometría plana es el lenguaje que usamos para describir y entender todas esas formas que existen en superficies planas: desde un triángulo dibujado en tu cuaderno hasta el diseño de una cancha, una casa o incluso el logo de una marca. No se trata solo de líneas y figuras; se trata de descubrir patrones, medir espacios y encontrar relaciones que están presentes en casi todo lo que nos rodea.



Google. (2026). Fotografía satelital [Mapa satelital]. Google Maps. <https://maps.google.com>

¿Alguna vez te has preguntado cómo se calcula el área de un terreno, por qué los puentes tienen ciertas formas o cómo los diseñadores crean figuras equilibradas y atractivas? Todo eso tiene que ver con la geometría plana. A lo largo de este tema, no solo aprenderás a reconocer figuras como triángulos, cuadrados y círculos, sino también a analizarlas, transformarlas y utilizarlas para resolver problemas reales. Prepárate para ver el mundo con otros ojos: cada línea tiene un propósito, cada ángulo cuenta una historia y cada

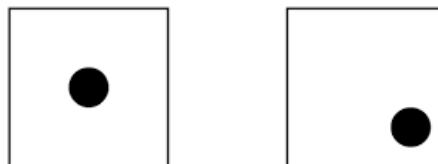
figura es una herramienta para comprender mejor la realidad.

Los conceptos básicos de la geometría plana para comprenderla son básicamente: el punto, la línea, el plano, el ángulo, el triángulo, el polígono y el círculo que se describen a continuación.

◆ Punto

Es la unidad más básica de la geometría.

- No tiene tamaño, ni forma, ni dimensiones (ni largo, ni ancho).
- Solo indica una **posición en el espacio**.
- Se representa con una letra mayúscula: A, B, C.

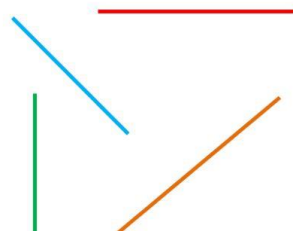


Autor desconocido. (s. f.). Ilustración de posición de un punto en un plano [Ilustración]. <https://n9.cl/kzly4>

◆ Línea

Es una sucesión infinita de puntos.

- Tiene **una dimensión**: longitud.
- No tiene grosor ni altura.
- Puede ser:
 - Recta (sin curvatura)
 - Curva
- Se extiende infinitamente en ambos sentidos.



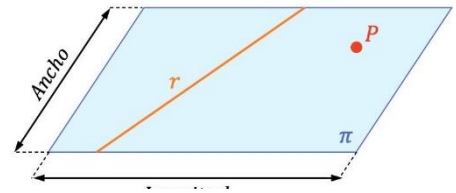
Autor desconocido. (s. f.). Líneas en el plano [Ilustración]. <https://n9.cl/m444>



◆ Plano

Es una superficie plana que se extiende infinitamente.

- Tiene **dos dimensiones**: largo y ancho.
- Contiene infinitos puntos y líneas.
- Ejemplo: una hoja de papel representa un plano.

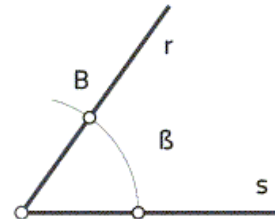


Autor desconocido. (s. f.). Recta y punto en el plano [Ilustración]. <https://n9.cl/wfvhd>

◆ Ángulo

Es la abertura formada por dos líneas que se unen en un punto llamado vértice.

- Se mide en **grados (°)**.
- Tipos principales:
 - Agudo ($< 90^\circ$)
 - Recto ($= 90^\circ$)
 - Obtuso ($> 90^\circ$ y $< 180^\circ$)
 - Llano ($= 180^\circ$)

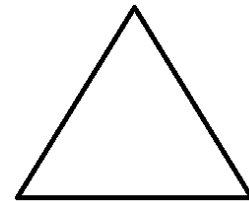


Autor desconocido. (s. f.). Ángulos formados por rectas en el plano [Ilustración]. <https://n9.cl/at2bd>

◆ Triángulo

Es una figura formada por **tres lados y tres ángulos**.

- Es el polígono más simple.
- Tipos según sus lados:
 - Equilátero (todos iguales)
 - Isósceles (dos iguales)
 - Escaleno (todos diferentes)



Autor desconocido. (s. f.). Triángulo [Ilustración]. <https://n9.cl/u5lgh>

◆ Polígono

Es una figura cerrada formada por varias líneas rectas.

- Tiene **lados, vértices y ángulos**.
- Ejemplos:
 - Triángulo (3 lados)
 - Cuadrado (4 lados)
 - Pentágono (5 lados)

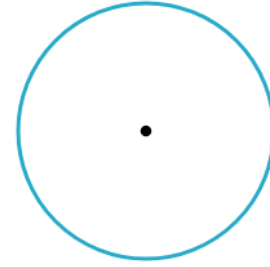


Autor desconocido. (s. f.). Polígonos: cuadrilátero, pentágono y hexágono [Ilustración]. <https://n9.cl/lwxkq>

◆ Círculo

Es la región del plano formada por todos los puntos que están a la misma distancia de un punto llamado **centro**.

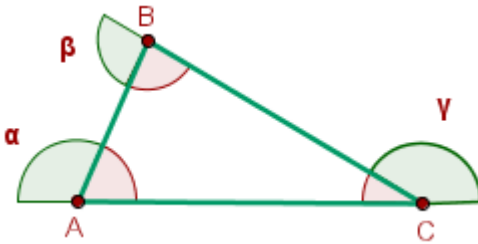
- Esa distancia se llama **radio**.
- Elementos importantes:
 - Diámetro (el doble del radio)
 - Circunferencia (borde del círculo)



Ángulos y triángulos.

Autor desconocido. (s. f.). Circunferencia con centro [Ilustración]. <https://n9.cl/ng380>

Los **ángulos** y los **triángulos** están profundamente relacionados, ya que los triángulos se construyen a partir de ángulos y, a su vez, los ángulos determinan muchas de sus propiedades. Un **ángulo** es la abertura formada por dos líneas que se unen en un punto llamado vértice, mientras que un **triángulo** es una figura geométrica formada por tres lados y tres ángulos. Esto significa que no puede existir un triángulo sin ángulos, ya que estos son parte esencial de su estructura.



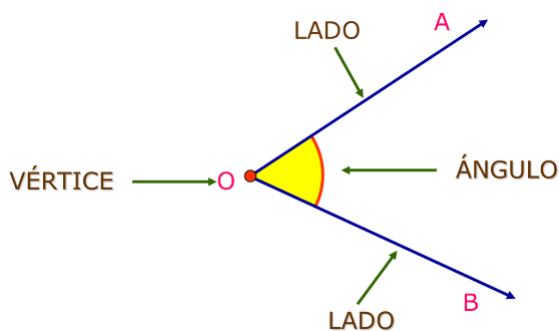
Autor desconocido. (s. f.). Ángulos en un triángulo [Ilustración]. <https://n9.cl/uer4q>

La relación más importante entre ambos es que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo siempre es igual a **180°**. Esta propiedad permite clasificar a los triángulos no solo por la longitud de sus lados, sino también por la medida de sus ángulos. Por ejemplo, un triángulo puede ser **acutángulo** si todos sus ángulos son menores de 90°, **rectángulo** si tiene un ángulo de 90°, u **obtusángulo** si uno de sus ángulos es mayor de 90°.

Además, los ángulos influyen directamente en la forma y tamaño del triángulo. Cambiar la medida de uno de sus ángulos provoca que cambien también sus lados y su estructura general. Por esta razón, el estudio de los triángulos implica necesariamente comprender los ángulos, ya que estos permiten analizar, construir y resolver problemas geométricos, como el cálculo de distancias, alturas y áreas.

En conclusión, los ángulos y los triángulos están estrechamente conectados: los ángulos dan forma al triángulo y el triángulo es una de las figuras más importantes donde se aplican las propiedades de los ángulos, siendo fundamentales en la geometría plana y en muchas aplicaciones de la vida cotidiana.

Ángulos: definición, tipos y componentes.



Autor desconocido. (s. f.). Partes de un ángulo [Ilustración].
<https://n9.cl/u89yl>

Un ángulo es la abertura limitada por dos semirrectas que parten del mismo punto inicial.

Al punto inicial se le llama **vértice** y las semirrectas se les llama **lados**. Generalmente en matemáticas, se considera ángulos positivos los que son dirigidos en el sentido antihorario y en el sentido horario los negativos. La unidad de medida más antigua es en grados, esta consiste en dividir la circunferencia en 360 sectores iguales. Luego surgió la medida en radianes, en la cual **180° equivale a π** . Usando esta equivalencia podemos pasar de una a otra aplicando una regla de tres simple.

El ángulo es un elemento fundamental de la geometría, ya que permite describir la relación entre dos direcciones que parten de un mismo punto. A partir de esta idea, es posible analizar cómo se orientan las líneas en el espacio y cómo se construyen distintas formas. En el desarrollo del pensamiento geométrico, el ángulo funciona como una herramienta que ayuda a comprender la organización del espacio y la manera en que interactúan las figuras. Además, su uso es clave en la resolución de problemas, ya que permite plantear estrategias basadas en la posición y la orientación.

En conjunto, el concepto de ángulo aporta una base sólida para avanzar en el estudio de la geometría, al servir como punto de partida para comprender estructuras más complejas y su comportamiento dentro del plano.

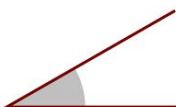
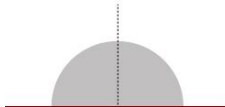
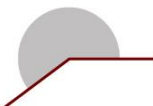
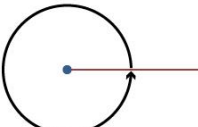
Existe una clasificación de acuerdo con su abertura y es la que se presenta en el siguiente cuadro comparativo.

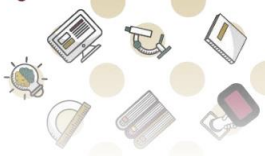
ÁNGULOS EN LA VIDA REAL Y EN EL PLANO CARTESIANO



OpenAI. (2026). Clasificación de los ángulos según su medida [Imagen generada por inteligencia artificial]. ChatGPT.

Tabla.- Clasificación de los ángulos según su abertura.

Tipo de ángulo.	Medida en grados.	Características principales.	Representación y forma.	Ejemplo de la vida cotidiana.
Nulo	0°	No hay abertura, los lados están superpuestos.	Ángulo nulo 	Manecillas del reloj exactamente juntas.
Agudo	Mayor que 0° y menor que 90°	Abertura pequeña.	Ángulo agudo 	Esquina de una rebanada de pizza.
Recto	90°	Forma una "L", lados perpendiculares.	Ángulo recto 	Esquinas de una hoja o cuaderno.
Obtuso	Mayor que 90° y menor que 180°.	Abertura amplia, pero no recta.	Ángulo obtuso 	Respaldo de una silla inclinada.
Llano	180°	Forma una línea recta.	Ángulo llano 	Una regla completamente extendida.
Cóncavo (o reflejo)	Mayor que 180° y menor que 360°.	Abertura muy grande.	Ángulo cóncavo 	Giro de más de media vuelta.
Completo	360°	Representa una vuelta completa.	Ángulo completo 	Giro completo de una rueda.



Ejemplo 1: Convertir 53° a radianes.

Solución. En una tabla colocamos, en una fila, la equivalencia conocida y en otra la que queremos calcular.

grados	radianes
180°	π
53°	$x = ?$

$$x = \frac{\pi \cdot 53}{180}$$

$$x = 0.9250 \text{ rad}$$

Ejemplo 2: Convertir $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$ a grados.

Solución. En una tabla colocamos, en una fila, la equivalencia conocida y en otra la que queremos calcular.

radianes	grados
π	180°
$\frac{3\pi}{4}$	$x = ?$

$$x = \frac{180 \left(\frac{3\pi}{4} \right)}{\pi}$$

$$x = \frac{180(3)}{4}$$

$$x = 135^\circ$$

Clasificación de triángulos.

Los triángulos son figuras geométricas fundamentales dentro de la geometría plana. Se forman al unir tres puntos no alineados mediante segmentos de recta, lo que da lugar a una figura cerrada con tres lados, tres vértices y tres ángulos. Su importancia radica en que son la base para comprender otras formas más complejas, además de tener múltiples aplicaciones en áreas como la arquitectura, la ingeniería y la física.

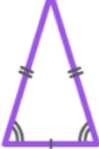
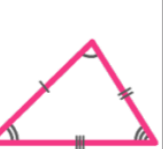
La clasificación de los triángulos permite organizarlos y estudiarlos de acuerdo con ciertas características. Una de las formas más comunes de clasificarlos es según la longitud de sus lados. Desde esta perspectiva, existen triángulos equiláteros, donde todos los lados son iguales; isósceles,

que tienen dos lados de la misma medida; y escalenos, cuyos lados son todos diferentes. Esta clasificación ayuda a identificar propiedades relacionadas con la simetría y la proporción de la figura.

Otra manera de clasificar los triángulos es a partir de la medida de sus ángulos. En este caso, se distinguen los triángulos acutángulos, que tienen todos sus ángulos menores a 90 grados; los rectángulos, que poseen un ángulo recto; y los obtusángulos, en los que uno de sus ángulos es mayor a 90 grados. Esta clasificación es especialmente útil para analizar relaciones matemáticas y resolver problemas geométricos.

Tabla.- Clasificación de los triángulos según sus lados y según sus ángulos.

Criterio	Tipo de triángulo	Características principales	Propiedades relevantes	Ejemplo / Descripción
Según sus lados	Equilátero	Todos sus lados son iguales.	Todos sus ángulos miden 60° .	Triángulo perfectamente simétrico.
	Isósceles	Dos lados iguales y uno diferente.	Dos ángulos iguales.	Forma común en estructuras.
	Escaleno	Todos sus lados son diferentes.	Todos sus ángulos son distintos.	No tiene simetría.
Según sus ángulos	Acutángulo	Todos sus ángulos son menores a 90° .	Sus tres ángulos son agudos.	Forma “puntiaguda”.
	Rectángulo	Tiene un ángulo de 90° .	Cumple el Teorema de Pitágoras.	Base de muchos cálculos matemáticos.
	Obtusángulo	Tiene un ángulo mayor a 90° .	Solo un ángulo puede ser obtuso.	Forma “abierta”.

Según sus lados			Según sus ángulos		
Equilátero	Isósceles	Escaleno	Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
					
Tres lados congruentes	Dos lados congruentes	Tres lados diferentes	Tres ángulos agudos	Un ángulo recto	Un ángulo obtuso

Triángulos según su clasificación (lados y ángulos) [Ilustración]. (s. f.). <https://qoo.su/yTfqbm>

Teorema de Pitágoras:

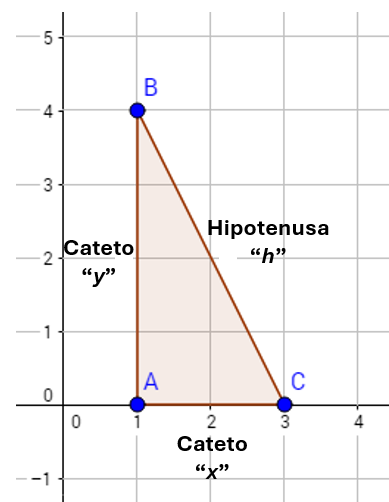
El Teorema de Pitágoras es uno de los principios más importantes y conocidos de la geometría, ya que establece una relación fundamental entre los lados de un triángulo rectángulo. Este teorema recibe su nombre de Pitágoras de Samos, un filósofo y matemático de la antigua Grecia, a quien tradicionalmente se le atribuye su formulación, aunque existen evidencias de que otras civilizaciones ya conocían esta relación mucho antes.

El teorema se aplica exclusivamente a los triángulos rectángulos, es decir, aquellos que tienen un ángulo de 90 grados. En este tipo de triángulos, el lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa, y los otros dos lados reciben el nombre de catetos.

Teorema:

El Teorema de Pitágoras establece que **el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.**

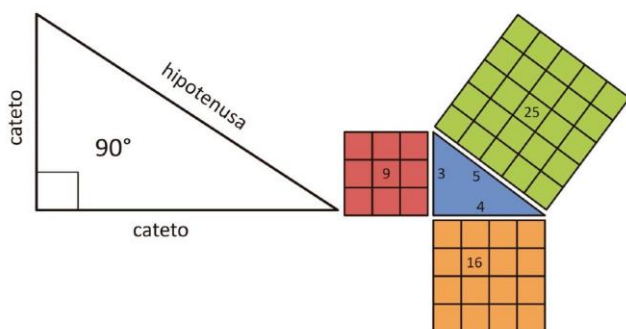
$$h^2 = x^2 + y^2$$



Triángulo rectángulo en un plano cartesiano [Ilustración]. (s. f.).

Esta relación permite calcular la longitud de cualquiera de los lados de un triángulo rectángulo si se conocen los otros dos, lo que lo convierte en una herramienta esencial para la resolución de problemas geométricos. Además, su utilidad no se limita al ámbito académico, sino que se extiende a diversas áreas prácticas como la construcción, la navegación, la topografía y la física.

A lo largo de la historia, el Teorema de Pitágoras ha sido demostrado de múltiples maneras, lo que refleja su relevancia dentro del desarrollo del pensamiento matemático. Estas demostraciones no solo confirman su validez, sino que también ayudan a comprender mejor la relación entre las figuras geométricas y las propiedades del espacio.



Teorema de Pitágoras representado mediante áreas [Ilustración]. (s. f.).
<https://goo.su/QjAGLhb>

En términos conceptuales, el teorema también puede interpretarse como una relación entre áreas: el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos. Esta interpretación visual facilita su comprensión y permite apreciar la conexión entre álgebra y geometría.

En conclusión, el Teorema de Pitágoras constituye una herramienta fundamental para el estudio de la geometría y otras disciplinas científicas. Su simplicidad en la formulación y profundidad en sus aplicaciones lo convierten en un pilar esencial dentro de las matemáticas, vigente desde la antigüedad hasta la actualidad. Veamos unos ejemplos:



¡¡Pero!! Antes de empezar hacer ejercicios es importante conocer las siguientes fórmulas:

Fórmulas:

Calcular hipotenusa: $h = \sqrt{x^2 + y^2}$

Calcular cateto: $x = \sqrt{h^2 - y^2}$

Calcular cateto: $y = \sqrt{h^2 - x^2}$

Ejemplo 1: Encuentra el lado faltante del siguiente triángulo si su altura es de 5 cm y su hipotenusa es de 13 cm.



$$x = \sqrt{h^2 - y^2}$$

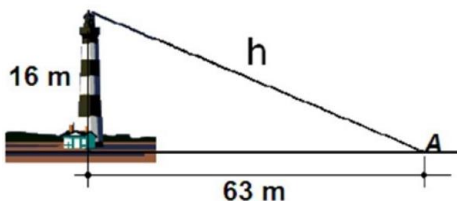
$$x = \sqrt{(13)^2 - (5)^2}$$

$$x = \sqrt{169 - 25}$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12 \text{ cm}$$

Ejemplo 2: Un barco que se encuentra en un punto A se ubica a una distancia de 63 metros de longitud de un faro que tiene una altura de 16 metros. Determine ¿Cuál es la longitud del haz de luz que emite la torre?, sabiendo que esta forma un triángulo rectángulo definido.



$$h = \sqrt{x^2 + y^2}$$

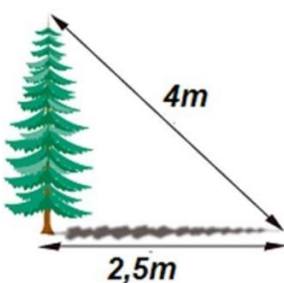
$$h = \sqrt{(63)^2 + (16)^2}$$

$$h = \sqrt{3,969 + 256}$$

$$h = \sqrt{4,225}$$

$$h = 65 \text{ metros.}$$

Ejemplo 3: Se quiere determinar la altura de un árbol de pino que proyecta una sombra con el suelo de 2.5 metros y de la punta del árbol y hasta donde termina la sombra mide 4 metros. ¿Cual será la altura del árbol?



$$y = \sqrt{h^2 - x^2}$$

$$y = \sqrt{(4)^2 - (2.5)^2}$$

$$y = \sqrt{(4)^2 - (2.5)^2}$$

$$y = \sqrt{16 - 6.25}$$

$$y = \sqrt{9.75}$$

$$y = 3.12 \text{ metros}$$

VIDEO
YouTube



TEOREMA DE PITAGORAS Super Facil
Para principiantes



PM3-SA2-ACT05 Relación de columnas y Problemario

Propósito:

Identificar y aplicar los conceptos de tipos de ángulos, clasificación de triángulos y el Teorema de Pitágoras, así como realizar conversiones entre grados y radianes, mediante ejercicios de relación, cálculo y resolución de problemas.

Instrucciones:

De forma individual y bajo acompañamiento docente realice la actividad del cuadro de relación de columnas y ejercicios donde identifica tipos y componentes de ángulos y de la aplicación del teorema de Pitágoras.

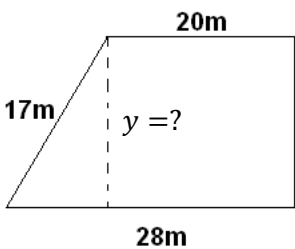
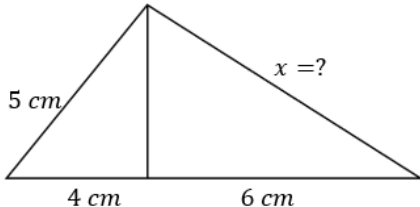
Parte 1.- Relaciona la columna de la derecha con la izquierda de acuerdo con los contenidos formativos vistos en clase.

Columna izquierda	Columna derecha
() Ángulo agudo	A. Triángulo que tiene todos sus lados diferentes.
() Ángulo recto	B. Lados que forman el ángulo recto en un triángulo rectángulo.
() Ángulo obtuso	C. Ángulo que mide más de 90° pero menos de 180° .
() Triángulo equilátero	D. Establece la relación entre los lados de un triángulo rectángulo y su hipotenusa.
() Triángulo isósceles	E. Ángulo que mide exactamente 90° .
() Triángulo escaleno	F. Triángulo que tiene un ángulo de 90° .
() Triángulo rectángulo	G. Ángulo que mide menos de 90° .
() Hipotenusa	H. Triángulo con todos sus lados iguales.
() Catetos	I. Lado más largo de un triángulo rectángulo.
() Teorema de Pitágoras	J. Triángulo que tiene dos lados iguales.

Parte 2.- Calcula por conversión de grados a radianes y viceversa los siguientes casos:

$\frac{5\pi}{4}$ radianes a grados	60° a radianes.
------------------------------------	------------------------

Parte 3.- Calcula el valor faltante en cada uno de los ejercicios por el Teorema de Pitágoras:

	
---	--

Producto esperado

Relación de columnas y ejercicios resueltos con procedimiento y resultados correctos.

Tiempo estimado

60 minutos

Semana 14



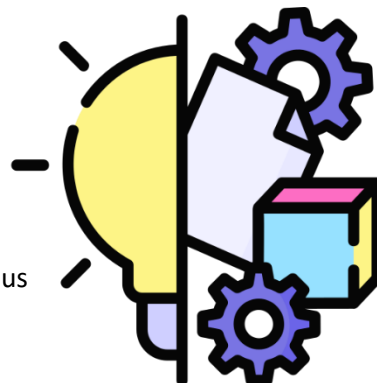
Recuperando lo que ya sabes

Antes de continuar, es importante que recuerdes los conocimientos que has trabajado anteriormente sobre la geometría plana.

Observa a tu alrededor: muchos objetos y espacios están formados por puntos, líneas, figuras y ángulos. Estos elementos son la base para comprender cómo se construyen las formas en el plano.

Reflexiona y responde de manera individual o en plenaria:

- ¿Qué es un punto y cómo se representa en geometría?
- ¿Qué diferencia existe entre una línea y un plano?
- ¿Qué figuras geométricas conoces (polígonos, círculos, triángulos)?
- ¿Qué elementos forman un ángulo?
- ¿Qué tipos de triángulos recuerdas según sus lados o sus ángulos?



Ahora piensa en situaciones reales:

- ¿Dónde puedes observar ángulos en tu entorno?
- ¿En qué objetos cotidianos identificas triángulos?

Recuperar estos conocimientos te permitirá comprender mejor cómo se relacionan los ángulos y los triángulos, así como su aplicación en la resolución de problemas mediante el Teorema de Pitágoras.



PM3-SA2-LECT05 “Secretos de los Triángulos: Cuando lo Igual y lo Proporcional Importa”

Importancia de construir triángulos rectángulos:

Los triángulos son una de las figuras geométricas más fundamentales en las matemáticas y en la vida cotidiana. Están presentes en estructuras, diseños, tecnología y fenómenos naturales. Su importancia radica en que son la base para comprender otras figuras más complejas y permiten resolver problemas relacionados con medidas, distancias y ángulos.

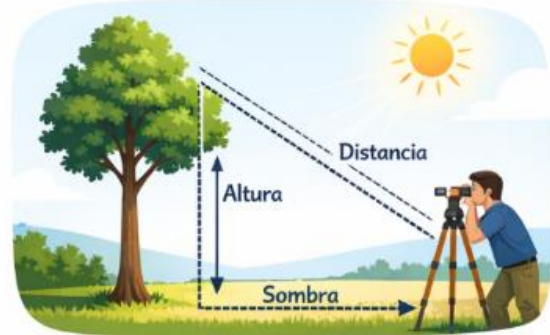
Entre todos los tipos de triángulos, el triángulo rectángulo es uno de los más importantes, ya que contiene un ángulo de 90° , lo que permite aplicar herramientas matemáticas como el Teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas (seno, coseno y tangente).

El triángulo rectángulo es esencial porque permite calcular distancias y alturas que no se pueden medir directamente. Gracias a él, podemos resolver problemas reales en distintas áreas algunas de ellas son:

- **La construcción y la arquitectura:** Se utiliza para asegurar que las estructuras estén bien alineadas y sean seguras.
- **Física:** Ayuda a descomponer fuerzas y analizar movimientos.
- **Navegación:** se usa para determinar posiciones y rutas.
- Permiten calcular distancias, alturas y pendientes.



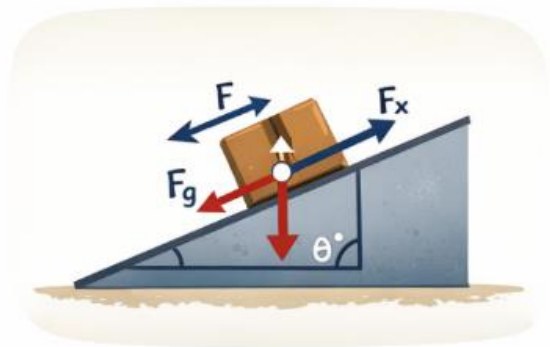
Construcción y Arquitectura



Medición de Alturas y Distancias



Navegación y GPS



Física e Ingeniería

Aplicaciones de los triángulos rectángulos [Ilustración]. (s. f.).

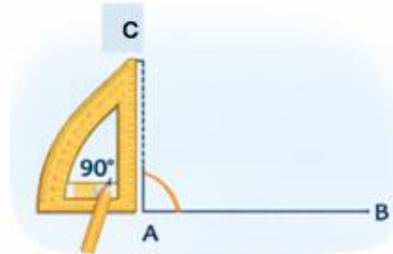
Métodos de construcción de triángulos rectángulos

A continuación, se presentan algunas técnicas geométricas principales para la construcción de triángulos rectángulos con regla, escuadra, compás y transportador.

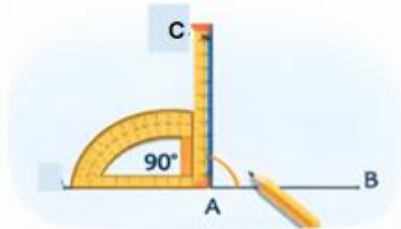
Construcción usando regla y transportador (ángulo de 90°)



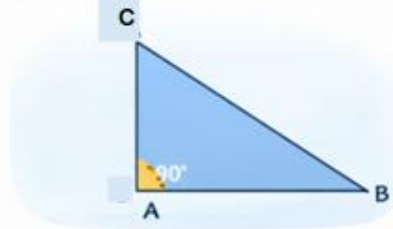
Paso 1. Dibujar un segmento base AB (cateto)



Paso 2. Colocar el transportador en un extremo de AB y marcar un ángulo de 90°



Paso 3. Trazar el segundo cateto y ajustar la medida



Paso 4. Se obtiene el triángulo rectángulo ABC.

Construcción de un triángulo rectángulo en el plano mediante regla y transportador (procedimiento paso a paso) [Ilustración]. (s. f.).

Para saber más:

¿Quieres saber mas sobre la construcción de los triángulos rectángulos?

Observa los siguientes materiales audio-visuales y comprenderás más.

VIDEO YouTube



Construcción de triángulos rectángulos con regla y compás.
<https://youtu.be/1tErhZX4U68?si=ZABhc8abVTRIVmNE>

VIDEO YouTube



Construcción de triángulos rectángulos conociendo dos de sus catetos.
<https://youtu.be/vvnwtoEe2Y0?si=vCnXRCd1ueu8G3XZ>

VIDEO YouTube



Construcción de triángulos rectángulos conociendo un cateto y un ángulo agudo.
https://youtu.be/DLR_vl5jBh4?si=Un-QMI4AjtLDAqG

VIDEO YouTube



Construcción de triángulos rectángulos conociendo la hipotenusa y un cateto.
https://youtu.be/wJlPmTTQ6UQ?si=F_vyoTc0o-UDXMxU

RECURSO DIDÁCTICO Lectura

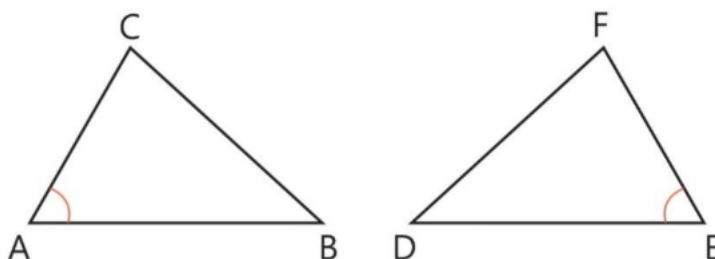


Construcción de Triángulos Rectángulos PDF
<https://drive.google.com/file/d/17VtWlB6fFHhNpZGw798m-jpTiZlUmcpn/view>

Congruencia de triángulos

Triángulos congruentes: forma y tamaños iguales

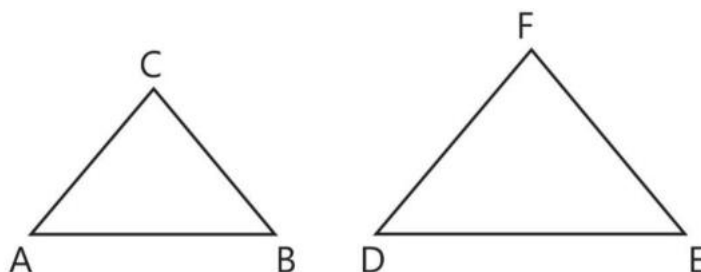
En matemática, el término congruencia se emplea como sinónimo de igualdad. Se dice que dos figuras geométricas son congruentes cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño.



Triángulos congruentes [Ilustración]. (s. f.). <https://n9.cl/rinde>

Por ejemplo, los dos triángulos de la imagen son congruentes porque tienen la misma forma y miden lo mismo, aunque estén en posiciones distintas.

En cambio, estos dos triángulos no son congruentes. Aunque tienen la misma forma, sus medidas son diferentes.



Representación de triángulos en el plano cartesiano [Ilustración]. (s. f.).

En conclusión, decimos que dos triángulos son congruentes si sus lados y sus ángulos son iguales, aunque se encuentren en posición distinta.

En lenguaje matemático se expresa así $ABC \cong DEF$ y se lee el triángulo ABC es congruente con el triángulo DEF.

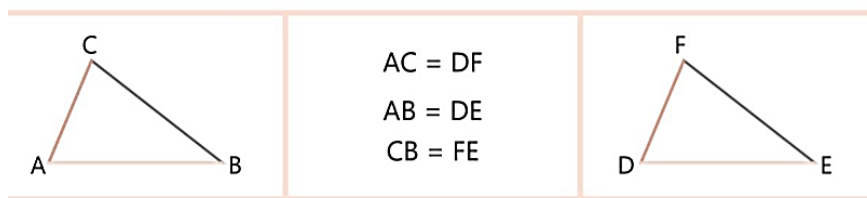
Las condiciones que deben cumplir dos triángulos para que sean congruentes se llaman criterios de congruencia.

Criterios de congruencia de triángulos

Para saber si dos o más triángulos son congruentes, podemos aplicar alguna de estas propiedades. Veamos.

a. Lado – lado – lado (LLL)

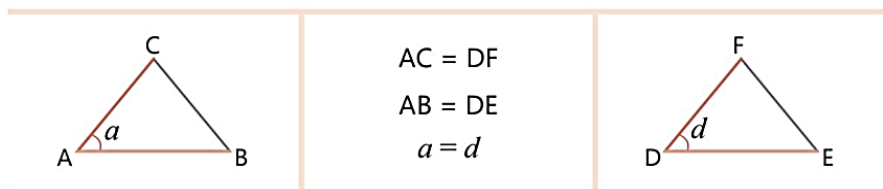
Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados iguales.



Triángulos congruentes por el criterio lado-lado-lado (LLL) [Ilustración]. (s. f.). <https://n9.cl/rinde>

b. Lado – ángulo – lado (LAL)

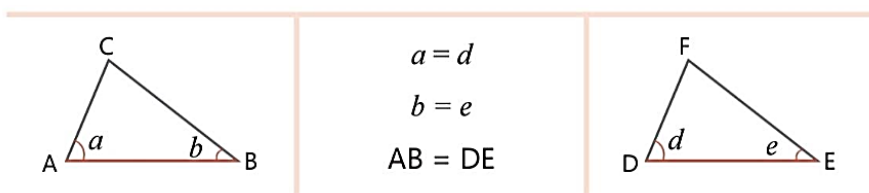
Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados iguales y el ángulo determinado por ellos es igual.



Triángulos congruentes por el criterio lado-ángulo-lado (LAL) [Ilustración]. (s. f.). <https://n9.cl/rinde>

c. Ángulo – lado – ángulo (ALA)

Dos triángulos son congruentes si tienen dos ángulos iguales y el lado común a ellos también es igual.

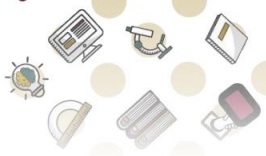


Triángulos congruentes por el criterio ángulo-lado-ángulo (ALA) [Ilustración]. (s. f.). <https://n9.cl/rinde>

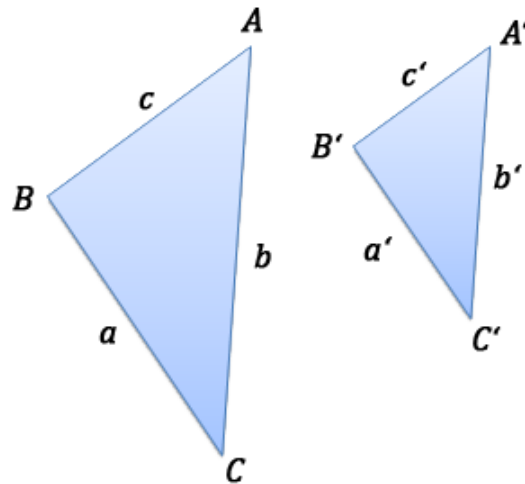
Semejanza de triángulos

En general, dos figuras son semejantes si tienen la misma forma, aunque el tamaño sea distinto. En dos figuras semejantes las longitudes de segmentos correspondientes son proporcionales. Se llama razón de semejanza o escala al cociente entre dos longitudes correspondientes.

Dos triángulos son semejantes cuando sus ángulos son iguales y sus lados son proporcionales. Los ángulos (o vértices) de un triángulo los denotaremos con letras mayúsculas y los lados con letras



minúsculas. Al lado opuesto a un ángulo o vértice A se le suele designar con la misma letra, pero minúscula: a . Si dos triángulos ABC y $A'B'C'$ son semejantes, escribiremos $ABC \sim A'B'C'$.



Triángulos semejantes [Ilustración]. (s. f.). <https://n9.cl/7a390>

Por tanto, según la definición:

$$ABC \sim A'B'C' \leftrightarrow A = A', B = B', C = C'; \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

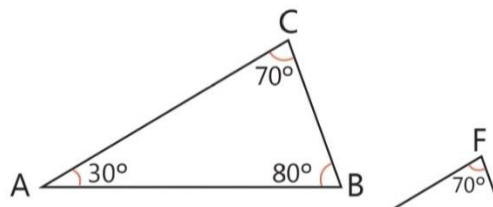
Criterios de semejanza

No es necesario comprobar que se cumplen todas las condiciones de la definición para comprobar que dos triángulos son semejantes. Los criterios de semejanza son las condiciones mínimas que se han de cumplir para que dos triángulos sean semejantes.

Para saber si dos triángulos son semejantes deben cumplir al menos uno de los criterios de semejanza.

1. Los tres ángulos son iguales

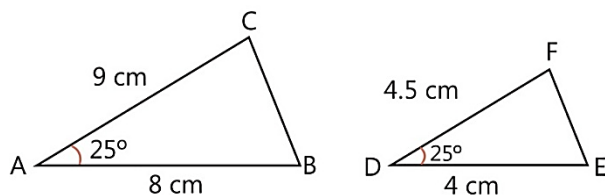
Estos dos triángulos tienen los tres ángulos iguales, pero con que dos ángulos sean iguales basta para establecer la semejanza.



Triángulos semejantes por el criterio ángulo-ángulo-ángulo (AAA) [Ilustración]. (s. f.). <https://n9.cl/v3xi22>

2. Dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual

Estos dos triángulos tienen un ángulo común que mide 25° y los dos lados que lo forman son proporcionales.



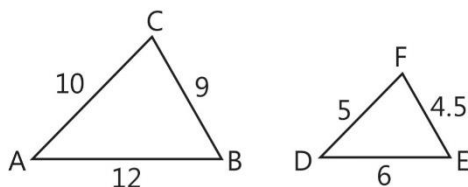
Triángulos semejantes por el criterio lado-ángulo-lado (LAL) [Ilustración]. (s. f.).
<https://n9.cl/v3xi22>

$$\frac{AB}{DE} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{9}{4.5} = 2$$

3. Todos sus lados son proporcionales

Comprobemos que los lados del ejemplo guardan la misma proporción:



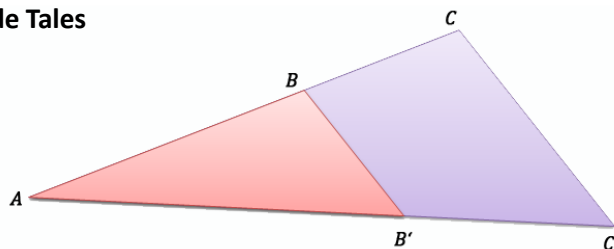
Triángulos semejantes por el criterio lado-lado-lado (LLL) [Ilustración]. (s. f.).
<https://n9.cl/v3xi22>

$$\frac{\text{Lado } AB}{\text{Lado } DE} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\frac{\text{Lado } BC}{\text{Lado } EF} = \frac{9}{4.5} = 2$$

$$\frac{\text{Lado } AC}{\text{Lado } DF} = \frac{10}{5} = 2$$

Triángulos en posición de Tales



Representación de figuras geométricas en el plano [Ilustración]. (s. f.).
<https://n9.cl/x3pnok>



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AC'}}$$

Teorema de Tales

Tales fue un gran filósofo y matemático griego. Cuenta la leyenda que en su recorrido por el mediterráneo se encontró con un faraón de Egipto que lo invitó a pasar una temporada en su palacio. Juntos pasaban largos días hablando de Matemática y Astronomía. Una mañana, haciendo una recorrida por el lugar, pasaron por la pirámide de Keops y el faraón le preguntó: —¿Cómo podríamos averiguar la altura de esta gran pirámide? Tales después de pensar un largo rato le respondieron: — Usemos un bastón. ¡Listo! Ahora para saber la altura de la pirámide, ¡solo debemos medir su sombra!

Veámoslo con un esquema:

- a: Altura de la pirámide
- b: Sombra desde el centro de la base de la pirámide
- c: Altura del bastón
- d: Sombra del bastón



GeoGebra. (s. f.). Ilustración de aplicación de triángulos en la medición de alturas [Ilustración]. <https://www.geogebra.org/m/fy9xw9uv>

Los rayos que inciden en la pirámide y en el bastón son paralelos (consecuencia de la gran distancia que separa al Sol de la Tierra) y el bastón está clavado perpendicularmente al suelo.

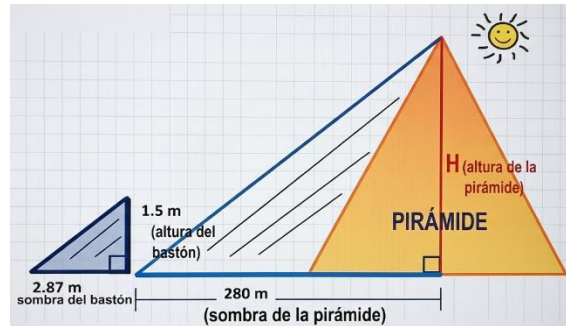
De esta forma, los ángulos de los dos triángulos que observamos en la figura son iguales entre sí, y, por tanto, dichos triángulos son semejantes. Al ser semejantes los triángulos sus lados homólogos son proporcionales:

$$\frac{\text{altura de la pirámide}}{\text{altura del bastón}} = \frac{\text{sombra de la pirámide}}{\text{sombra del bastón}} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

por lo tanto, la altura de la pirámide es $a = \frac{c \cdot b}{d}$ con lo cual resolvió el problema.

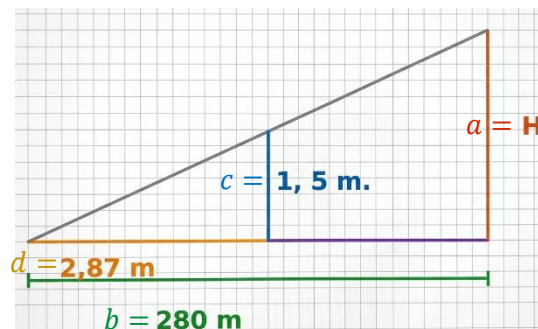
Ejemplo:

Supongamos ahora que, a una hora determinada del día, la sombra de la pirámide medía 280 metros, la sombra del bastón medía 2.87 metros y dicho bastón era de 1.5 metros. ¿cuál era la altura de la pirámide?



Cálculo de la altura de una pirámide mediante triángulos semejantes [Ilustración]. (s. f.). <https://n9.cl/pjmv4>

Solución: Podemos visualizar los triángulos semejantes por separado:
O dibujarlos en posición de Tales, que puede resultar más cómodo para trabajar con ellos:



Como son triángulos semejantes, podemos verificar que:

$$\frac{\text{altura de la pirámide}}{\text{altura del bastón}} = \frac{\text{sombra de la pirámide}}{\text{sombra del bastón}} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\frac{H}{1.5 \text{ m}} = \frac{280 \text{ m}}{2.87 \text{ m}}$$

$$H = \frac{(280)(1.5)}{2.87}$$

$$H = 146.34 \text{ m}$$

El método que utilizó Tales de Mileto, el Teorema de Tales, tiene una enorme utilidad puesto que, entre otras muchas cosas, lo podemos emplear para averiguar la altura de cualquier objeto que sea grande sin necesidad de medirlo directamente.

PM3-SA2-ACT06 Problemario



Propósito:

Aplicar los conceptos de triángulos rectángulos, congruencia y semejanza de triángulos, mediante la construcción, análisis y resolución de problemas geométricos, para fortalecer el razonamiento matemático en situaciones prácticas.

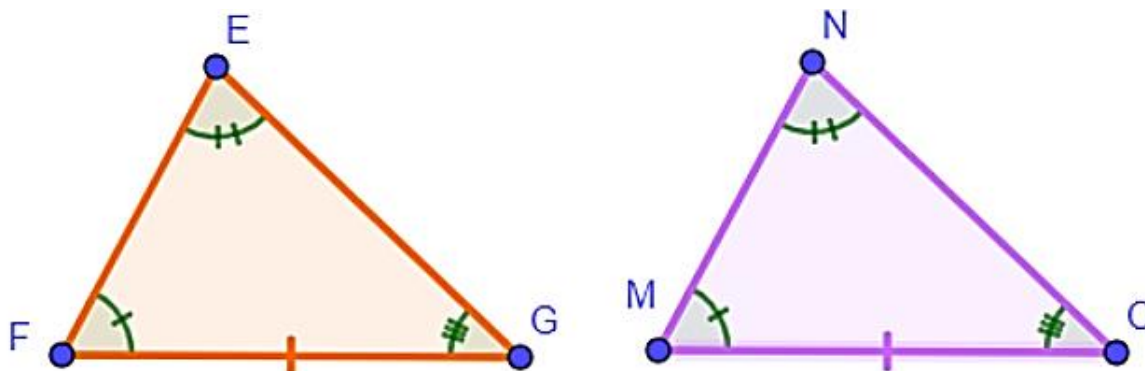
Instrucciones:

En equipos de 3 integrantes y con acompañamiento docente, realicen el siguiente problemario, desarrollando cada ejercicio con orden, claridad y justificando sus respuestas cuando sea necesario.

Parte 1.- Construye los siguientes Triángulos rectángulos de acuerdo con las indicaciones que se presentan:

Construir un triángulo rectángulo con:	Cateto = 5 cm Cateto = 12 cm Preguntas: ¿Cuánto mide la hipotenusa? Verificar con el teorema.
Construir un triángulo rectángulo donde:	Hipotenusa = 10 cm Cateto = 6 cm Calcular el otro cateto antes de construir.
Construir un triángulo rectángulo que tenga:	Un ángulo de 30° Un lado de 7 cm

Parte 2.- Analiza los siguientes triángulos y responde lo que se solicita de acuerdo con la congruencia de triángulos:



Cálculo de la altura de una pirámide mediante triángulos semejantes [Ilustración]. (s. f.). <https://n9.cl/pjmv4>

1. ¿Los triángulos son congruentes? De ser así determine el criterio de congruencia.

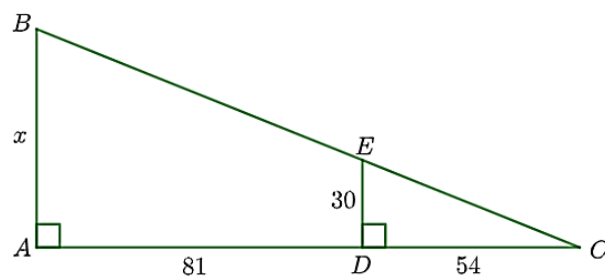
2. Establezca la relación de congruencia (si la hay) entre ambos triángulos.

3. Complete lo que se le solicita según corresponda.

$\overline{N\bar{O}} \cong \underline{\hspace{1cm}} \overline{EG}$
 $\overline{E\bar{F}} \cong \underline{\hspace{1cm}} \overline{MN}$
 $\overline{M\bar{O}} \cong \underline{\hspace{1cm}} \overline{FG}$
 $\sphericalangle E \cong \underline{\hspace{1cm}} \sphericalangle N$
 $\sphericalangle M \cong \underline{\hspace{1cm}} \sphericalangle F$
 $\sphericalangle G \cong \underline{\hspace{1cm}} \sphericalangle O$

$\overline{N\bar{O}} \cong \underline{\hspace{1cm}}$
 $\overline{E\bar{F}} \cong \underline{\hspace{1cm}}$
 $\overline{M\bar{O}} \cong \underline{\hspace{1cm}}$
 $\sphericalangle E \cong \underline{\hspace{1cm}}$
 $\sphericalangle M \cong \underline{\hspace{1cm}}$
 $\sphericalangle G \cong \underline{\hspace{1cm}}$

Parte 3: De acuerdo con los datos de la figura si el $\triangle ABC \sim \triangle DEC$, entonces calcule la distancia “x”.



Triángulo aplicando el teorema de Tales [Ilustración]. (s. f.). <https://n9.cl/7m0cn>

Producto esperado

Ejercicios resueltos con procedimiento y justificación.

Tiempo estimado

60 minutos

Semana 15

Recuperando lo que ya sabes



Antes de resolver la Situación de Aprendizaje “**Influencer’s en números: ¿Cuánto cuesta realmente crecer en redes?**”, reflexiona sobre lo que has aprendido en las sesiones anteriores.

Responde y comenta en plenaria o con tu equipo:

- ¿Cómo se resuelve una **ecuación cuadrática** y qué métodos conoces (factorización, fórmula general, completar cuadrados)?
- ¿Qué representa la **gráfica de una parábola** y qué información puedes obtener de ella (raíces, vértice, comportamiento)?
- ¿Cómo se modelan situaciones reales usando **interés simple e interés compuesto**?
- ¿Cuál es la diferencia entre un crecimiento **lineal** y uno **exponencial**?
- ¿En qué situaciones de la vida diaria has visto aplicado el cálculo de intereses o el crecimiento de una cantidad?
- ¿Qué relación encuentras entre las matemáticas financieras y la toma de decisiones (por ejemplo, solicitar un préstamo o invertir dinero)?
- ¿Cómo se relacionan los conceptos de geometría (como proporciones o relaciones) con la interpretación de modelos matemáticos?

A lo largo de este periodo has desarrollado diversas actividades relacionadas con el uso del álgebra, ecuaciones cuadráticas, modelos de crecimiento y aplicaciones en la vida real. Es momento de **revisar y reflexionar sobre tu avance**.





Entrega de Portafolio de Evidencias Segundo Parcial

Organiza tu **portafolio de evidencias** y revisa las actividades que has realizado durante este periodo (ejercicios, problemarios, gráficas y trabajos en equipo).

PM3-SA02-LCPE-02 Instrumento para Portafolio

Para evaluar el Portafolio de Evidencias de SA2 en las actividades formativas

Lista de Cotejo

COLEGIO DE BACHILLERES DE TABASCO					
Plantel No.	EMSAD No.	GRUPO		TURNO	
Asignatura	Pensamiento matemático 3	Semestre	3ro.		
Nombre del estudiante				Actividades por registrar	6

Propósitos formativos	Contenidos formativos
Aplica la aritmética y el manejo del álgebra para resolver ecuaciones cuadráticas que refieran a situaciones de interés.	- Ecuaciones cuadráticas - Forma general de la ecuación cuadrática - Resolución por método de completar cuadrados. - Aplicación de la fórmula general para ecuaciones cuadráticas (Bhaskara). - Representación gráfica
Expresa y resuelve diversas situaciones de interés a través de distintos tipos de ecuaciones para comprender su relevancia en otras áreas del conocimiento, fenómenos naturales o en distintas esferas de la vida humana.	- Cálculo de intereses simples y compuestos en finanzas personales. - Descripción del crecimiento poblacional o propagación de fenómenos (ej. epidemia). - Determinar medidas o cantidades de material en proyectos de arquitectura.
Revisa el teorema del triángulo de Napoleón, considerándolo como un problema-meta para aplicar resultados de la geometría euclidiana.	- Introducción a la geometría plana. - Ángulos, definición, tipos y componentes. - Teorema de Pitágoras. - Construcción de triángulos rectángulos. - Criterios de congruencia y semejanza de triángulos.



CRITERIOS DE DESEMPEÑO		%	CUMPLE		Puntaje
			SI	NO	
1.	Presenta en forma completa el portafolio de actividades formativas en la fecha y hora establecidas por el docente.	10			
2.	Incluye una portada que contenga todos los datos de identificación relevantes, tales como número de plantel, semestre, grupo, bloque, nombre completo, nombre de la asignatura y del docente, además de especificar claramente el objetivo de la asignatura, la fecha y el lugar.	10			
3.	Presenta una estructura organizada y ordenada de acuerdo con las indicaciones proporcionadas por el docente.	10			
4.	Las actividades incluidas en el portafolio son originales y reflejan el esfuerzo del estudiante, además están presentadas con limpieza y claridad lo que facilita su comprensión.	20			
5.	Contiene todos los trabajos solicitados por el docente, sin omitir ninguno.	20			
6.	Cada trabajo incluido en el portafolio está calificado por el docente y cuenta con su sello o firma, lo que certifica la evaluación realizada.	30			
Calificación					
Aspectos para mejorar					
		----- Firma del Docente			



Abordaje de la Situación de Aprendizaje 2

(Tarea 7 según planeación de secuencias didácticas).

Manos a la obra



Reúnanse en equipos de 5 integrantes y continúen con el desarrollo de la Situación de Aprendizaje SA2: **“Influencer’s en números: ¿Cuánto cuesta realmente crecer en redes?”**.

Retomen las indicaciones planteadas al inicio de la guía (página 104) y consideren los siguientes criterios del instrumento de evaluación durante el trabajo en equipo.

Sistema Nacional de Bachillerato
de la Nueva Escuela Mexicana

Situación Aprendizaje 2:

**“Influencer’s en Números:
¿Cuánto cuesta realmente
crecer en redes?”**

Pensamiento Matemático III

Marco Curricular Común de la Educación Media Superior

Semana 16

Socialización de resultados



Después de haber resuelto la **Situación de Aprendizaje PM3-SA02: “Influencer’s en números: ¿Cuánto cuesta realmente crecer en redes?”**, es momento de compartir tus resultados y experiencias con el grupo. En plenaria, presenta de forma **oral, visual o digital** (cartel, diapositivas, cuaderno o cualquier recurso disponible) los resultados obtenidos en tu análisis.

Instrumento de evaluación.

Actividad PM3-SA02 “Influencer’s en números: ¿Cuánto cuesta realmente crecer en redes?”

Lista de Cotejo PM3-LC SA2

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes		Plantel No	
		Semestre, grupo y turno:	
Producto esperado	Reporte	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Criterio de evaluación	Indicador de logro	Cumple	No cumple	Valor (%)
1.- Entrega el producto en tiempo y forma.	El equipo entrega el informe completo y organizado en el tiempo estipulado por el docente.	☐	☐	15 %
2.- Calculo de los intereses.	El equipo entrega correctamente los cálculos del interés simple y compuesto, identificando las variables en cuestión.	☐	☐	25 %
3.- Expresiones algebraicas.	Utiliza la expresión de la ecuación de la función exponencial para expresar el interés compuesto.	☐	☐	15 %
	Utiliza la expresión de la ecuación cuadrática para calcular el tiempo en el que se aproxima a una cantidad determinada.	☐	☐	15 %
4.- Graficas.	Entrega las gráficas de las expresiones algebraicas exponencial y cuadrática (se puede apoyar de GeoGebra).	☐	☐	10 %
5.- Toma de decisión.	Justifica el cuál y porqué de los dos intereses le permite pagar menos por su préstamo.	☐	☐	10 %
6.- Trabajo colaborativo.	El equipo evidencia la participación equitativa y de forma colaborativa entre los integrantes en la realización de la SA2.	☐	☐	10 %
Total				

Aspectos por mejorar:



EVALUACIÓN DE ENTRENAMIENTO SEGUNDO PARCIAL

PM3-EC02: *Preguntas tipo CENEVAL*

Lee cuidadosa e individualmente elige la opción de respuesta correcta

Instrucciones: Subraya la respuesta correcta aquí en tu guía didáctica y realiza en tu cuaderno de trabajo los procedimientos correspondientes de cada reactivo. Al finalizar el grupo participa en plenaria para socializar las respuestas.

1.- ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas es una ecuación cuadrática?

- A) $2x + 5y = 0$
- B) $x^2 - 3x + 1 = 0$
- C) $x^3 + 2x = 0$
- D) $5 = x + 2x$

2.- Resuelve los valores que satisfacen a la siguiente ecuación: $x^2 - 9 = 0$

- A) $x = 9$
- B) $x = 3$ y $x = -3$
- C) $x = -9$
- D) $x = 0$

3.- si realizas un préstamo por la cantidad de \$2000 pesos al 10% anual y lo piensas liquidar a 2 años. ¿Cuál será el interés simple que debes pagar por ese préstamo?

- A) \$2500
- B) \$2400
- C) \$200
- D) \$400

4.- De la pregunta número 3 ¿Cuál será el total de la cuenta a liquidar a 2 años?

- A) \$100
- B) \$2400
- C) \$300
- D) \$1400

5.- ¿Qué método se usa para resolver cualquier ecuación cuadrática?

- A) Factorización
- B) Sustitución
- C) Regla de tres
- D) Fórmula general

6.- Un artículo que sirve para realizar un podcast de terror cuesta \$400 pesos, si tiene un descuento del 25% ¿Cuánto se pagara al final por dicho artículo?

- A) \$300
- B) \$200
- C) \$350
- D) \$375

7.- Juan quiere vender su terreno a \$2500 pesos el metro cuadrado, si el terreno tiene forma rectangular y mide 10 metros de largo por 5 metros de ancho. ¿Cuál será el costo del terreno?

- A) \$125,000.
- B) \$25,000.
- C) \$12,500.
- D) \$62,500.

8.- ¿Cuál es el valor de la discriminante de la ecuación: $x^2 + 4x + 4 = 0$?

- A) 16
- B) 0
- C) -16
- D) 8



9.- De la pregunta 8 ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación según el cálculo de su discriminante?

- A) 3 soluciones reales.
- B) 2 Soluciones reales.
- C) 1 Solución real.
- D) Ninguna solución real.

11.- ¿Hipotenusa-Cateto es un criterio que se aplica a que tipo de triángulos?

- A) Triángulos rectángulos.
- B) Triángulos equiláteros.
- C) Triángulos isósceles.
- D) Triángulos escalenos.

13.- ¿Cuál será el interés compuesto de un préstamo por \$5000 pesos al 25% a pagarlo a un plazo de 2 años?

- A) \$2500.00.
- B) \$7812.50.
- C) \$5000.50.
- D) \$2812.50.

15.- ¿Cuál es la característica principal para que se cumpla la semejanza de triángulos?

- A) Lados iguales.
- B) Área igual.
- C) Proporcionales y ángulos iguales.
- D) Perímetro igual.

10.- Un pintor deja una escalera de 5 metros sobrepuesta en una pared, esta forma con la misma un triángulo con base de 3 metros. ¿A que altura desea llegar el pintor?

- A) 4 metros.
- B) 3 metros.
- C) 2 metros.
- D) 5 metros.

12.- Si el teorema de Pitágoras cumple con triángulos rectángulos, entonces podemos decir que el Teorema de Tales, cumple con:

- A) Areas.
- B) Suma ángulos.
- C) Proporciones en paralelas.
- D) Perímetros.

14.- De la pregunta 13 ¿Cuál será el monto total que deberá pagar al finalizar el tiempo establecido?

- A) \$2500.00.
- B) \$7812.50.
- C) \$5000.50.
- D) \$2812.50.

16.- Para el criterio LLL, hace referencia a que tipo de criterio.

- A) Semejanza
- B) Congruencia
- C) Área
- D) Proporción

17.- El criterio AA ¿Qué tipo de criterio indica?

- A) Congruencia
- B) Semejanza
- C) Igualdad
- D) Área

PM3-SA02-MA02 Mapa de aprendizaje (Autoevaluación) SEGUNDO PARCIAL

Asignatura:	Pensamiento Matemático 3	Propósitos	4, 5, 6	Fecha:	
Nombre					
Semestre y grupo		Turno:			

Mapa de aprendizaje

1: Necesito ayuda

2: Puedo hacerlo solo

3: Puedo ayudar a otros

Progresión de Aprendizaje	Nivel			Que debo hacer para mejorar:
	1	2	3	
Aplico el manejo de la aritmética y del algebra para resolver ecuaciones cuadráticas que refieran a situaciones de interés.				
Expreso y resuelvo diversas situaciones de interés a través de distintos tipos de ecuaciones para comprender su relevancia en otras áreas del conocimiento, fenómenos naturales o en distintas esferas de la vida humana.				
Reviso el teorema del triángulo de Napoleón, considerándolo como un problema-meta para aplicar resultados de la geometría euclidiana.				

Nombre y Firma del estudiante:	Firma del Facilitador



Referencias Bibliográficas

Situación de aprendizaje 01

- Baldor, A. (2008). Álgebra. Grupo Editorial Patria.
- Aguilar, A., Bravo, F. V., Gallegos, H. A., Cerón, M., Reyes, R. (2009). Álgebra. Pearson Educación.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., (2009). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. CENGAGE Learning.
- Khan Academy. (s.f.) Repaso sobre el método de sustitución (sistemas de ecuaciones) Recuperado de <https://es.khanacademy.org/math/eb-1-semester-bachillerato-nme/x223b7fb977f8199d:ecuaciones-lineales/x223b7fb977f8199d:sistemas-de-ecuaciones-lineales/a/substitution-method-review-systems-of-equations>
- Maths, S. (s. f.). Método de igualación. <https://www.sangakoo.com/es/temas/metodo-de-igualacion>
- Ortiz Campos, F. Ortiz Cerecedo, F. Ortiz Cerecedo, F. (2018). Matemáticas 3 (quinta edición). México. Editorial Patria.
- Colegio de ciencias y humanidades. (s.f.). Método de sustitución. Portal Académico del CCH, UNAM.
- Peralta, D. F. I. D. M. P. G. R. S. K. L. V. y. G. X. C. P. y. D. M. C. (s. f.). Método de sustitución 1 | Guía para el profesor: Matemáticas I. https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/sitpro/mate/mate/mate1/guia_para_profesor/mtodo_de_sustitucion_1.html



Situación de aprendizaje 02

- 220K views · 3.5K reactions | Tipos de ángulos (recto, obtuso, agudo, llano y completo) / Estudia Con Marisol. (s/f).
- Ángulos. (s/f). Ual.es. Recuperado el 17 de marzo de 2026, de <https://www2.ual.es/jardinmatema/angulos/>
- De, E. (2014, junio 20). *Ángulo*. Enciclopedia Significados. <https://www.significados.com/angulo/>
- García, V. H. L. (2020, junio 1). *Introducción*. Portal Académico del CCH. <https://portalacademico.cch.unam.mx/matematicas2/angulos/introduccion>
- Park, M. (2015, julio 6). Ángulos: qué son y qué tipos existen. *Smartick*. <https://www.smartick.es/blog/matematicas/geometria/angulos-i/>
- Lehmann, C. H. (2004). *Álgebra* (College Algebra). México: Limusa / Noriega Editores.
- Colegio Nacional de Matemáticas. (2009). *Matemáticas simplificadas* (2.ª ed.). México: Pearson Educación.
- Cuéllar Carvajal, J. A. (2016). *Matemáticas 4* (5.ª ed.). México: McGraw-Hill Education.
- Ayres, F., & Mendelson, E. (2012). *Álgebra superior*.
- Larson, R., & Hostetler, R. (2010). *Precalculus with Limits*.
- Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2016). *Precalculus*.
- Cuéllar Carvajal, J. A. (2019). *Matemáticas II: Geometría y Trigonometría* (4ta ed.). McGraw-Hill Education.
- Ortiz Campos, F. J. (2018). *Geometría y Trigonometría*. Grupo Editorial Patria.
- Sullivan, M. (2013). *Álgebra y Trigonometría* (9na ed.). Pearson Educación. Nota: Aunque es de nivel pre-universitario, sus secciones de geometría ofrecen demostraciones visuales muy útiles para el docente.

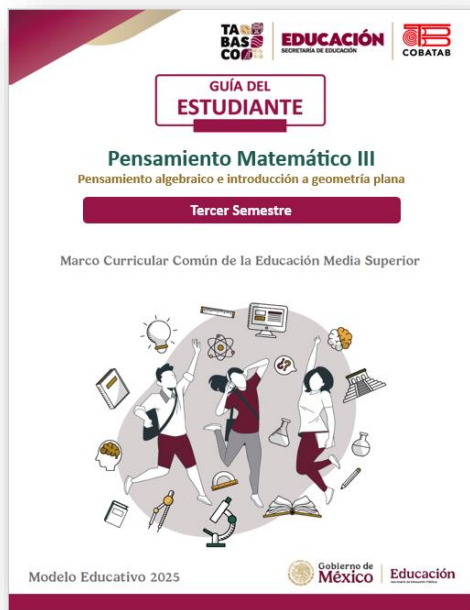
Agradecimientos:

Con profundo reconocimiento, ponemos a disposición de **docentes, alumnos y la comunidad en general** el material “**Pensamiento Matemático III**”, resultado de un esfuerzo colectivo que refleja la pasión y compromiso por fortalecer la educación en Tabasco.

Agradecemos a los **maestros, colaboradores y autoridades del COBATAB**, cuyo respaldo y acompañamiento hicieron posible este proyecto. Gracias a su apoyo, este recurso se convierte en una herramienta abierta para todos, que busca inspirar, orientar y enriquecer el aprendizaje matemático.

Este logro es para quienes enseñan, para quienes aprenden y para toda la comunidad que cree en la fuerza transformadora del conocimiento.

Equipo de estructuración de la planeación estatal de Pensamiento Matemático III





Himno

Al COBATAB

¡Oh!, Colegio de Bachilleres, impetuosa y
querida

institución casa fiel del conocimiento,
hoy te canto este himno con amor,
eres rayo de esperanza del mañana,
eres la voz de la verdad.

¡Oh!, Colegio de Bachilleres, eres
luz en medio de la oscuridad.

//Colegio de bachilleres conducta
clara y firme decisión

Colegio de bachilleres tu misión
para siempre es ser mejor.//

En Tabasco se ha sembrado
la semilla que un día germinara,
el impulso de la vida modernista
en progreso de toda la sociedad,
es tu memorable historia gran
orgullo para toda la región,
educación que genera cambio,
ejemplo digno en cada generación.



Porra

Institucional

¡Somos!

¡Somos!

Jóvenes Bachilleres

Jóvenes Bachilleres

Con Valor y Lealtad

De Norte a Sur

De Este a Oeste

Somos líderes Bachilleres del Sureste
COBATAB Unido, COBATAB Fortalecido.

Este encuentro lo gano porque lo gano
Como dijo el Peje, me canso ganoso.

¡Somos!

¡Somos!

Jóvenes Bachilleres

Jóvenes Bachilleres

¡Somos!

¡Somos!

Jóvenes Bachilleres

Jóvenes Bachilleres

COBATAB Unido, COBATAB Fortalecido.





Cobachito

El Manatí

Mascota institucional

Colegio de Bachilleres,
Está de fiesta señores
Pues todos sus estudiantes
Hoy celebran con honores.

Que ya llegó la alegría
Es hora de motivar
Bailemos con algarabía
Cobachito nos guiará.

Allá por el acahual
En los ríos de Tabasco
Aconchado en unas ramas
O nadando sin parar.

Un manatí se ha ganado
El cariño de la gente
Cobachito le han llamado
Y no para de bailar.

Cobachito, con él vamos a ganar
Cobachito, eres espectacular
Cobachito, respetamos tu hábitat
Cobachito, mascota del COBATAB.

Mientras la orquesta se escucha
Y la porra se emociona
Los jóvenes bachilleres
A una voz ovacionan.

Con orgullo representan
A una gran institución
COBATAB está presente
Y Cobachito ya llegó.



¡Hola!

Qué alegría saludarte en este momento de tu trayectoria académica.

Estás viviendo una de las etapas más significativas y enriquecedoras de tu vida. El bachillerato no consiste únicamente en aprobar asignaturas; es una etapa en la que descubres quién eres, desarrollas tus talentos y comienzas a construir el camino que deseas seguir. Es también una oportunidad para fortalecer tus valores, impulsar tu formación integral y prepararte para ser un ciudadano responsable, comprometido con su comunidad y con la construcción de una sociedad mejor.

Sabemos que el día a día puede presentar desafíos. Hay momentos de cansancio, dudas y temas que parecen difíciles de comprender. Precisamente por ello hemos preparado esta guía para ti. No la veas como una obligación más, sino como una herramienta de apoyo diseñada por personas que creen en tu capacidad para aprender, crecer y alcanzar tus metas.

Cada página de este material tiene el propósito de brindarte claridad, facilitar tu estudio y recordarte que eres capaz de dominar cualquier tema cuando trabajas con constancia, dedicación y confianza en ti mismo. El éxito académico no surge por casualidad; es el resultado del esfuerzo diario y de la determinación para seguir adelante.

Aprovecha este recurso al máximo. Pregunta, practica, comete errores y vuelve a intentarlo. Equivocarse forma parte del aprendizaje; aprender de cada experiencia es lo que te permitirá avanzar.

Recuerda que no estás solo. Estamos aquí para acompañarte en cada paso de este proceso. Confía en tu talento y da lo mejor de ti cada día.

¡Mucho éxito en tus estudios!



Fernando Yrys Hernández
Director General
Colegio de Bachilleres de Tabasco

