

GUÍA DEL ESTUDIANTE COBATAB

5 to
Semestre

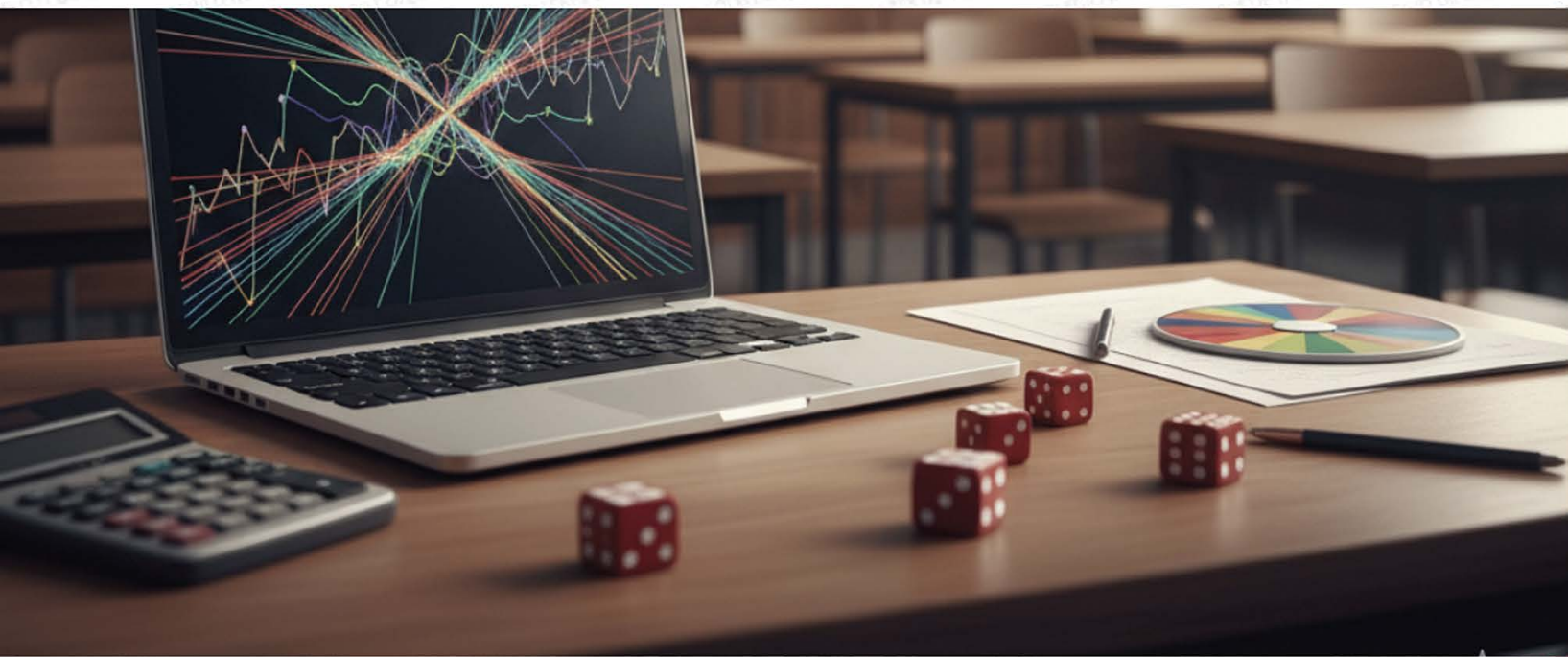
Datos del Estudiante

Nombre:_____.

Plantel:_____. Grupo:_____. Turno:_____.

MODELO ACADÉMICO DEL COMPONENTE DE
FORMACIÓN FUNDAMENTAL EXTENDIDO (OPTATIVAS)

Taller de probabilidad y estadística I





COLEGIO DE BACHILLERES DE TABASCO

Mtro. Fernando Yrys Hernández
Director General

Mtra. Ana Fanny Hernández Montero
Directora Académica

Lic. Celis del Carmen Ranero Lara
Subdirectora de Planeación Académica

Mtra. Guadalupe Soberanes Ramón
Jefa del Departamento de Programas de Estudio

UAC: **TALLER DE PROBABILIDAD Y ESTADISTICA I**

Edición: 2025

En la realización del presente material,
participaron: Moderador: **DR. REYLE MAR SARAO**

Jefe de materia

Coordinador: **LORENZO MENDOZA GÓMEZ P-05**

Asesores de equipo

DOCENTE			CENTRO DE TRABAJO
Seydi Guadalupe	de la O	Colomé	Plantel 21
Juana Antonia	Moo	Salvador	Plantel 4
Diana Beatriz	Aguilar	Domínguez	Plantel 3
Román Antonio	Chablé	Olán	Plantel 30
Luis Felipe	Córdova	Carrasco	Plantel 6

POR UNA EDUCACIÓN QUE GENERA CAMBIO





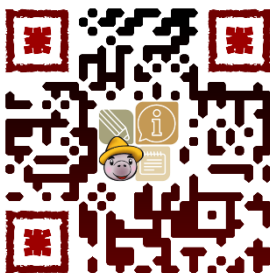
Participantes:

DOCENTE			CENTRO DE TRABAJO
Tomás	Velázquez	Reyes	Plantel 3
Juan Alberto	Jiménez	Hernández	Plantel 5
Juana	Chablé	De la Cruz	Plantel 6
Rosa Isela	Cabello	Barrosa	Plantel 7
Marcela	Mendoza	Sánchez	Plantel 28
Hernán	Gómez	Rodríguez	Plantel 29
Araceli	Chablé	Hernández	Plantel 33
Daniel Augusto	Mijangos	Araiza	Plantel 3
Aversain	Juárez	Custodio	Plantel 2
José Juan	Cano	Olán	Plantel 41

Este material fue elaborado bajo la coordinación y supervisión del Departamento de Programas de Estudio de la Dirección Académica del Colegio de Bachilleres del Estado de Tabasco y el contenido de este es gratuito, sin fines de lucro ajeno a los establecidos por el COBATAB.

Queda prohibida la reproducción total o parcial de este material por cualquier medio electrónico o mecánico, sin autorización por escrito del Colegio de Bachilleres del Estado de Tabasco.

Para uso de la Comunidad del Colegio de Bachilleres de Tabasco (COBATAB)





ÍNDICE

ÍNDICE	4
Presentación	10
Fundamentación	13
Justificación	14
Enfoque	15
Ubicación de la UAC	16
Temario	17
Progresiones	21
Conoce tu Guía Didáctica (Simbología)	22
Encuadre de la UAC PRIMER PARCIAL	25
SESIÓN 1	27
Situación de Aprendizaje 1	27
Evaluación Diagnostica PRIMER PARCIAL	29
Progresión 1	31
SESIÓN 2	32
Lectura: Conceptos básicos de probabilidad	32
Enfoque de la probabilidad: Clásica, Frecuencias, Subjetivo:	36
SESIÓN 3	41
Actividad 1: Enfoques de la probabilidad: clásico, frecuencial y subjetivo	41
SESIÓN 4	45
Lectura: Variables aleatorias y su representación	45
SESIÓN 5	49
Tarea TPEI-SA1-T01: “Tipos de Variables”	49
Uso de recursos tecnológicos para modelado probabilístico	56
Progresión 2	57





SESIÓN 6	58
Lectura: Técnicas de conteo.	58
SESIÓN 7	61
Ejercicios TPEI-SA1-ACT02: “Principio multiplicativo y aditivo”	61
SESIÓN 8	62
Árboles de probabilidad como introducción al análisis combinatorio.	62
SESIÓN 7	65
Ejercicios TPEI-SA1-ACT03: “Cuadro comparativo de experimentos simples y compuestos”	65
SESIÓN 9	66
Permutaciones y combinaciones.	66
SESIÓN 9	83
Uso de software y tecnologías para resolver problemas	83
SESIÓN 10 Y 11	94
Abordaje de la Situación de Aprendizaje 1: Tentando a la suerte	94
SESIÓN 12	96
Presentación de los resultados	96
Referencias Bibliográficas SA1	97
Sesión 13	101
Situación de Aprendizaje 2	101
Progresión 3	102
Preguntas detonadoras SA2	103
SESIÓN 14	104
Lectura: Eventos condicionales	104
SESIÓN 15	108
Actividad TPEI-SA2-ACT01: Matriz de Clasificación de Eventos	108
SESIÓN 16	112





Lectura: Teorema de Bayes y sus aplicaciones	112
SESIÓN 17	122
Actividad TPEI-SA2-ACT02: Problemario Teorema de Bayes	122
Progresión 4	125
SESIÓN 18	126
Lectura: Funciones de distribución	126
Lectura: Aplicaciones de funciones de distribución	129
SESIÓN 19	130
Abordaje de la Situación de Aprendizaje 2: Somos lo que comemos	130
SESIÓN 20	133
Presentación de los resultados	133
SESIÓN 21	134
EVALUACIÓN DE ENTRENAMIENTO PRIMER PARCIAL	134
TPE-MA1 Mapa de aprendizaje (Autoevaluación) PRIMER PARCIAL	135
Referencias Bibliográficas SA2	136
Encuadre de la UAC SEGUNDO PARCIAL	137
SESIÓN 22	139
Situación de Aprendizaje 3	139
Evaluación Diagnostica SEGUNDO PARCIAL	142
Progresión 5	144
SESIÓN 23	145
Lectura: Esperanza matemática y toma de decisiones.	145
Actividad 2 TPEI-SA3-ACT02: Problemario del cálculo de la esperanza matemática y toma de decisiones.	150
SESIÓN 24	153
Lectura: Análisis de resultados experimentales vs resultados teóricos.	153





Progresión 6	155
SESIÓN 24 (Continuación)	156
Lectura: Caminos aleatorios y distribuciones de probabilidad.	156
SESIÓN 25	161
TPEI-SA3-ACT03 “La suma de los dados”	161
SESIÓN 26	164
Abordaje de la Situación de Aprendizaje 3: El dilema de la cafetería de la escuela	164
SESIÓN 27	167
Presentación de los resultados	167
Referencias Bibliográficas SA3	168
SESIÓN 28	170
Situación de Aprendizaje 4	170
Progresión 7	172
SESIÓN 29	173
Lectura: Distribuciones de probabilidad.	173
SESIÓN 30.	176
Lectura: Distribución de Bernoulli	176
SESIÓN 31	180
Lectura: Distribución Binomial	180
SESIÓN 32	185
Probabilidades acumuladas	185
Probabilidad complementaria	188
SESIÓN 33	190
Problemario de distribuciones de probabilidad discretas, Sección I: Distribución Binomial	190
SESIÓN 34	191
Lectura: Distribución de Poisson	191



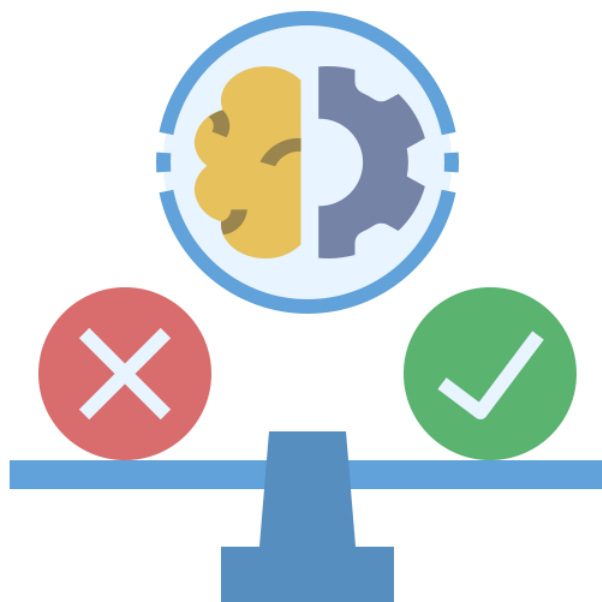


SESIÓN 35	194
Ejemplos de aplicación de la distribución de Poisson.	194
SESIÓN 36	204
Actividad TPE- SA4 -ACT1: Problemario de distribuciones de probabilidad discretas.	204
Progresión 8	210
SESIÓN 37	211
Lectura: Distribución de exponencial	211
SESIÓN 38	216
Probabilidades acumuladas	216
Probabilidades complementarias	216
Probabilidad entre dos tiempos	217
SESIÓN 39	219
Problemario de distribuciones de probabilidad discretas, Sección I: Distribución Exponencial	219
SESIÓN 40	220
Lectura: Distribución normal	220
Tabla de la distribución normal acumulada (Tabla Z)	225
SESIÓN 41	229
Probabilidades acumuladas	229
Probabilidades complementarias	230
SESIÓN 42.	233
Actividad TPE – SA4 - ACT2: Problemario de distribuciones de probabilidad continuas.	233
SESIÓN 43	239
Abordaje de la SA4: Una mirada matemática	239
SESIÓN 44	242
Presentación de los resultados	242
SESIÓN 45	243





EVALUACIÓN DE ENTRENAMIENTO SEGUNDO PARCIAL	243
Mapa de aprendizaje TPE-MA2 (Autoevaluación) SEGUNDO PARCIAL	244
Referencias Bibliográficas SA4	245
Reforzamiento académico	246
ANEXO Progresión 6:	246
ANEXO Progresión 8:	267
Lectura: Herramientas digitales para aprender distribuciones de probabilidad	267
Himno	269
Porra	270
Cobachito	271





Presentación

Estimado estudiante

La Dirección General del Colegio de Bachilleres de Tabasco siguiendo las orientaciones pedagógicas de la NEM, a través de la participación de docentes del área de matemáticas adscritos a diferentes planteles, valorando la experiencia de la enseñanza dentro de ese campo disciplinar, ha desarrollado la presente guía didáctica estatal para el estudiante en correspondencia a la UAC de **Taller de Probabilidad y Estadística I**. Pretende que el estudiante de nuestro COBATAB posea claridad en el uso de las herramientas y habilidades formales de la Probabilidad que complementan a Pensamiento Matemático I, y que le serán de utilidad sin importar el camino que sea elegido al terminar el bachillerato.

En este trabajo se señalan los aspectos curriculares propios de la UAC, como son; las 8 progresiones que la conforman, los aprendizajes de trayectoria a las cuales aportan, las categorías que guían el desarrollo de estas y las subcategorías que establecen sus elementos transversales además de su distribución para generar bloques de progresiones relacionados y fundamentados. De acuerdo con los bloques de progresiones conformados desde la experiencia docente, los aprendizajes de trayectoria y el enunciado de cada progresión individual, se desarrolló un andamiaje temático, el cual se articula en cada bloque por medio de una situación de aprendizaje (SA) en la que intervienen los contenidos temáticos como guía para resolver una problemática contextualizada.

Para el desarrollo de la UAC Taller de Probabilidad y Estadística I **se han establecido 4 bloques de progresiones**, con sus correspondientes situaciones de aprendizajes, acompañadas de sus instrumentos de evaluación, fundamentados en las metas de aprendizaje de cada progresión, para contribuir al desarrollo de los aprendizajes de trayectoria de este recurso sociocognitivo. La NEM propone la enseñanza del pensamiento matemático a través de la intuición y métodos heurísticos que tiendan a formalizarse progresivamente, y empleando metodologías activas se trabaje en el MCCEMS el desarrollo del pensamiento matemático de las y los estudiantes.

Siendo Taller de Probabilidad y Estadística I parte del recurso sociocognitivo pensamiento matemático, **esta guía propone a lo largo del semestre** la realización de; **dos evaluaciones diagnósticas, 6 TAREAS EVALUABLES** distribuidas en **4 SITUACIONES DE APRENDIZAJE** con sus





respectivas **actividades de fortalecimiento guiadas por el docente** como parte del desarrollo de un proceso formativo de asimilación de conceptos y habilidades, dichas tareas también están acompañadas con su respectivo instrumento de evaluación. Es importante mencionar que las tareas evaluables y las actividades de fortalecimiento establecidas para cada bloque son parte esencial del proceso de enseñanza aprendizaje, y se da la oportunidad que cada docente modifique el enfoque de acuerdo con su contexto, pero cuidando siempre se aborden y evalúen las metas de aprendizaje debido a lo fundamental que representa el cumplimiento de ellas, para dar paso a la presentación, socialización y evaluación del producto que brinde la solución de cada situación de aprendizaje establecida. **Se recomienda** que de acuerdo con sus habilidades didácticas se adapte a la entrega de productos según la dosificación, de tal modo que permita que los estudiantes alcancen las metas y aprendizajes de trayectoria del programa de estudio.

En la planeación didáctica estatal se proponen los tipos de evaluaciones en las diversas tareas y situaciones de aprendizaje, pero **el docente tiene la libertad de elegir entre autoevaluar, coevaluar y/o heteroevaluar de acuerdo con los momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje y del contexto de su grupo(s)**, lo importante es ejercer la práctica de evaluar; pues fortalece el proceso socio formativo en el aprendizaje de los estudiantes. **Al final** de cada periodo parcial que abarca **dos bloques de progresiones** con sus respectivas situaciones de aprendizaje, tareas evaluables y actividades de fortalecimiento, se incluye **un cuestionario de entrenamiento con reactivos tipo CENEVAL** para fortalecer el desarrollo de sus habilidades matemáticas con miras a un proceso selectivo de evaluación masiva, además de **un mapa de aprendizaje** para realizar una autoevaluación que permite a cada estudiante y al docente mismo conocer el nivel de logro en los aprendizajes de trayectoria establecidos y para concientizar su progreso en su ruta de desarrollo educativo. Por último, no puede omitirse señalar que para facilitar el desarrollo de estrategias de trabajo en algunos contenidos en el aula y fuera de ella, se insertan códigos QR e imágenes con sus respectivo enlace o dirección electrónica, dándole la versatilidad que se requiere para el desarrollo del aprendizaje autónomo en las horas de estudio independiente.

Este trabajo está alineado a la Planeación Didáctica Estatal de la Unidad de Aprendizaje Curricular de Taller de Probabilidad y Estadística I, en el que se enfatiza que de acuerdo con sus habilidades cada docente puede realizar las adaptaciones necesarias (en las evaluaciones diagnosticas, tareas,





actividades de acompañamiento y cuestionarios tipo CENEVAL) de acuerdo con su contexto escolar y de grupos, mediante la fundamentación de las adaptaciones en aras de un mejor aprendizaje para sus grupos.

Como complemento podrás encontrar en el siguiente sitio el conjunto de los documentos rectores del nuevo Marco Curricular Común de la Educación Media Superior de la Nueva Escuela Mexicana: <https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/propuestaMCCEMS>

Así mismo, los docentes que participaron en la elaboración de esta guía ponen a su disposición diversos recursos que esperamos faciliten el proceso de transición hacia el modelo educativo de la NEM y fortalezcan el desarrollo de su tarea educativa en esta Unidad de Aprendizaje Curricular.

ATENTAMENTE
Docentes Participantes





Fundamentación

La Dirección General del Bachillerato (DGB) presenta las Progresiones de Aprendizaje de las diversas Áreas de Conocimiento y de los Recursos Sociocognitivos del Componente de Formación Fundamental Extendido, para el Plan de estudios propio de esta Dirección General.

La Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) Taller de Probabilidad y Estadística I forma parte de este Currículum Fundamental Extendido, la cual desempeña un papel de transversalidad para lograr los aprendizajes de trayectoria; que son los mismos de Pensamiento Matemático, pues al formar parte del Recurso sociocognitivo considera los aprendizajes de trayectoria, que se explicitan en el acuerdo secretarial 09/08/23.

El programa de estudio de esta UAC tiene su sustento, teórica y conceptualmente, en el modelo educativo del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior (MCCEMS)¹ y da cumplimiento a las atribuciones conferidas a la Dirección General por el Reglamento Interior de la Secretaría de Educación Pública (SEP), en el cual se establece, en el Artículo 19 Fracciones I y II la importancia de “proponer las normas pedagógicas, contenidos, planes y programas de estudio, métodos, materiales didácticos e instrumentos para la evaluación del aprendizaje del bachillerato general, en sus diferentes modalidades y enfoques, y difundir los vigentes”; además de “impulsar las reformas curriculares de los estudios de bachillerato que resulten necesarias para responder a los requerimientos de la sociedad del conocimiento y del desarrollo sustentable”(RISEP, 2020).



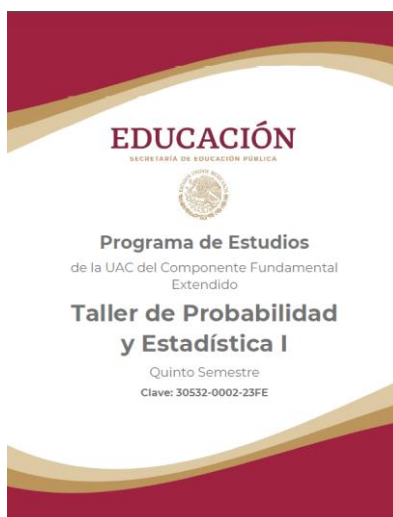


Justificación

La incertidumbre es una condición inseparable del ser humano y la variabilidad inherente a diversos fenómenos de nuestra cotidianidad ha impulsado a la humanidad a idear formas de comprender de mejor manera el azar. Además, la época en la que vivimos se caracteriza por la abrumadora cantidad de información con la que tenemos contacto diariamente a través de diversos medios de comunicación.

Ambas condiciones hacen indispensable que en el bachillerato busquemos formar seres humanos con habilidades de discernimiento y con una conciencia sobre los múltiples factores que nos arrojan a la incertidumbre para que puedan cuantificarla lo mejor posible, y así, les sea posible tomar decisiones más razonadas.

Por tal motivo la Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) Taller de Probabilidad y Estadística I forma parte del Currículo Fundamental Extendido, la cual desempeña un papel de transversalidad para lograr los aprendizajes de trayectoria.



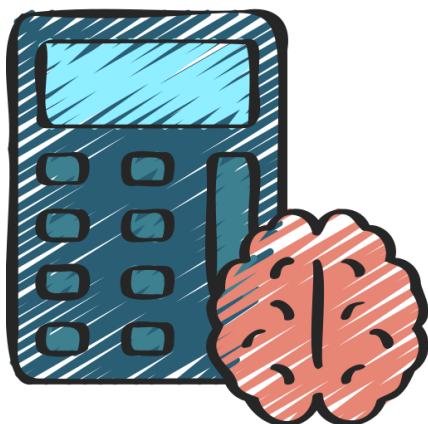
Su relevancia radica en el desarrollo de habilidades como la observación, intuición, argumentación, modelación y comunicación que abonen al entendimiento de su contexto, su comunidad y su historia permitiendo que tome decisiones conscientes e informadas sobre su realidad que le ayuden en la construcción de su proyecto de vida.



Enfoque

El Taller de Probabilidad y Estadística I es el acercamiento del estudiantado de quinto semestre al entendimiento específico de fenómenos probabilísticos existentes en su contexto; en esta UAC se ofrecen profundizaciones de temas vistos anteriormente y se introducen nuevos temas a fin de que también se obtengan experiencias de aprendizajes que ayuden tanto en su vida diaria como al tránsito al nivel superior.

Busca ofrecer al estudiantado, herramientas y habilidades formales de la Probabilidad que complementan a Pensamiento Matemático I y que le serán de utilidad sin importar el camino que sea elegido al terminar el bachillerato.



Esta UAC va más allá de revisar definiciones, pues al tener el carácter de “TALLER” se trabajarán ejercicios, experimentos y problemas para abordar los tópicos de espacio muestral, técnicas avanzadas de conteo y cálculo de probabilidades, teorema de Bayes, variables aleatorias, función de probabilidad, esperanza matemática, caminos aleatorios concluyendo con distribuciones de probabilidad: Bernoulli, binomial, Poisson, exponencial y normal.

En este Taller de Probabilidad y Estadística I es prioridad evitar los desarrollos rigurosos y exhaustivos, optando por la naturaleza creativa y vivencial de la probabilidad. Si bien se presentarán contenidos fundamentales para el modelaje de diversas situaciones, se espera que el desarrollo progresivo de la UAC sea un andamiaje atractivo que ofrezca nuevas interpretaciones del mundo a la par de conocimientos matemáticos, aplicación coherente de la realidad probabilística de los eventos y el desarrollo de una intuición lógica-deductiva acerca de lo que ocurre a su alrededor.



Ubicación de la UAC

1er Semestre	2do Semestre	3er Semestre	4to Semestre	5to Semestre	6to Semestre		
Pensamiento Matemático I	Pensamiento Matemático II	Pensamiento Matemático III	Temas Selectos de Matemáticas I		Temas Selectos de Matemáticas II		
La materia y sus interacciones	La conservación de la energía y su interacción con la materia	Ecosistemas: interacciones, energía y dinámica	Reacciones químicas: conservación de la materia en la formación de nuevas sustancias	La energía en los procesos de la vida diaria	Organismos: estructuras y procesos. Herencia y evolución biológica		
Humanidades I	Humanidades II	Humanidades III					
Inglés I	Inglés II	Inglés III				Inglés IV	
Lengua y comunicación I	Lengua y comunicación II	Lengua y comunicación III					
Cultura digital I	Cultura digital II						
Ciencias sociales I	Ciencias sociales II		Ciencias sociales II				
			Conciencia histórica I. Perspectivas del México antiguo. Los contextos globales			Conciencia histórica II. México durante el expansionismo capitalista	Conciencia histórica III: La realidad actual en perspectiva histórica
						Taller de probabilidad y estadística I	Taller de probabilidad y estadística II
						Componente de formación fundamental extendido (UAC Optativas)	
			Componente de formación laboral básico				
Componente de formación fundamental extendido (UAC Obligatorias)							
Componente de formación ampliada							
Componente de formación fundamental							

POR UNA EDUCACIÓN QUE GENERA CAMBIO

Temario

BLOQUE DE PROGRESIONES	PROGRESIÓN	CONTENIDOS
Bloque 1: Fundamentos de la Probabilidad y Técnicas de Conteo <i>Relación:</i> Ambas progresiones sientan las bases del análisis probabilístico, desde los fundamentos teóricos hasta las técnicas de conteo para calcular probabilidades.	Progresión 1: Analiza y resuelve problemáticas en las que se requiera cuantificar la probabilidad a través de los enfoques teórico y experimental para que identifique, retome y aplique los conceptos básicos de probabilidad variable aleatoria y espacio muestral, haciendo uso de los recursos tecnológicos a su alcance.	Progresión 1: Fundamentos de la Probabilidad 1.1 Conceptos básicos de probabilidad - Definición de probabilidad - Espacio muestral y eventos - Enfoques de la probabilidad: clásico, frecuencial y subjetivo 1.2 Variables aleatorias y su representación - Variables aleatorias discretas y continuas - Funciones de probabilidad y distribución - Aplicación de la probabilidad clásica en eventos simples y complejos dentro de experimentos simples. 1.3 Uso de recursos tecnológicos para modelado probabilístico
	Progresión 2: Experimenta y profundiza en las técnicas de conteo (ordenaciones, ordenaciones con repetición, permutaciones y combinatoria) de manera reflexiva y participativa para el cálculo de probabilidades en eventos aleatorios de su entorno, utilizando recursos tecnológicos disponibles relacionándose de forma colaborativa.	Progresión 2: Principios de Conteo y Probabilidad Combinatoria 2.1 Técnicas de conteo (parte teórica) - Principio de la multiplicación y adición - Arboles de probabilidad como introducción al análisis combinatorio. - Permutaciones y combinaciones - Variaciones con y sin repetición 2.2 Aplicación de técnicas de conteo en problemas de probabilidad (parte práctica) - Cálculo de probabilidades en eventos compuestos - Uso de software y tecnologías para resolver problemas

BLOQUE DE PROGRESIONES	PROGRESIÓN	CONTENIDOS
Bloque 2: Probabilidad Condicional y Modelado de Experimentos Relación: La probabilidad condicional permite modelar eventos dependientes, lo que se refuerza con el cálculo de la esperanza matemática para tomar decisiones basadas en probabilidades.	Progresión 3: Aplica el Teorema de Bayes, recuperando los conocimientos de probabilidad condicional, eventos independientes y eventos mutuamente excluyentes, usándolos para analizar casos de su contexto donde la ocurrencia de un evento está relacionada con otro, favoreciendo su propio pensamiento crítico.	Progresión 3: Probabilidad Condicional y Teorema de Bayes 3.1 Eventos condicionales - Definición y cálculo de probabilidades condicionales - Regla del producto 3.2 Eventos independientes y mutuamente excluyentes 3.3 Teorema de Bayes y sus aplicaciones - Interpretación y aplicación en contextos reales
	Progresión 4: Explora los resultados de diferentes experimentos probabilísticos para entender el concepto de función de distribución y su importancia en el modelado de fenómenos presentes en su contexto.	Progresión 4: Modelado de Experimentos Probabilísticos 4.1 Experimentos aleatorios y funciones de distribución - Definición y propiedades de la función de distribución (probabilidad teórica) 4.2 Interpretación de resultados experimentales - Comparación entre frecuencias relativas y probabilidades teóricas - Uso de simulaciones para validar modelos probabilísticos 4.3 Modelado de fenómenos mediante distribuciones - Aplicaciones en fenómenos físicos, sociales y económicos - Análisis de datos reales mediante distribuciones
Bloque 3: Esperanza	Progresión 5:	Progresión 5: Esperanza Matemática y Toma de Decisiones

BLOQUE DE PROGRESIONES	PROGRESIÓN	CONTENIDOS
Matemática y Caminos Aleatorios Relación: Ambas progresiones se centran en la representación y análisis de distribuciones de probabilidad en fenómenos reales.	Conoce e interpreta la esperanza matemática comparando de forma colaborativa diversos resultados de experimentos y situaciones, con los obtenidos analíticamente para identificar su importancia en la toma de decisiones sobre eventos probabilísticos diversos.	5.1 Esperanza matemática y su interpretación - Definición y propiedades - Interpretación en términos de valores esperados 5.2 Comparación de resultados experimentales con análisis teóricos - Relación entre la esperanza matemática y la media muestral - Aplicación en juegos de azar y decisiones económicas 5.3 Aplicación en la toma de decisiones - Uso de la esperanza matemática en problemas de optimización - Evaluación de riesgos en diferentes escenarios
	Progresión 6: Identifica el concepto de caminos aleatorios reconociendo su utilidad en situaciones diversas para visualizar el comportamiento de diferentes distribuciones de probabilidad favoreciendo el uso de tecnologías a su alcance por medio del trabajo colaborativo.	Progresión 6: Caminos Aleatorios y Distribuciones de Probabilidad 6.1 Concepto de caminos aleatorios - Definición y ejemplos básicos - Caminos aleatorios en procesos físicos y biológicos 6.2 Visualización de distribuciones de probabilidad - Uso de software para representar distribuciones - Comparación de distribuciones experimentales y teóricas
Bloque 4: Distribuciones de Probabilidad Relación: Estas progresiones abordan diferentes tipos de	Progresión 7: Utiliza, compara y calcula las probabilidades de distribuciones discretas Bernoulli, binomial y Poisson para modelar	Progresión 7: Distribuciones Discretas de Probabilidad 7.1 Distribución de Bernoulli - Definición y propiedades - Aplicaciones en experimentos con dos posibles resultados 7.2 Distribución binomial

BLOQUE DE PROGRESIONES	PROGRESIÓN	CONTENIDOS
distribuciones, distinguiendo entre distribuciones discretas y continuas, además de su aplicación en la modelación de datos reales.	fenómenos, apoyándose en herramientas tecnológicas a su alcance entendiendo las situaciones en donde puede aplicarlas.	- Modelo de ensayos independientes con éxito/fracaso - Cálculo de probabilidades y su relación con la normal 7.3 Distribución de Poisson - Modelado de eventos raros en intervalos de tiempo o espacio - Aplicaciones en fenómenos como llamadas telefónicas y fallos de sistemas 7.4 Modelado y aplicaciones en contextos reales - Comparación de modelos discretos con datos observados - Elección de la distribución más adecuada para un problema
	Progresión 8: Utiliza, compara y calcula las probabilidades de distribuciones continuas exponencial y normal para modelar fenómenos, apoyándose en herramientas tecnológicas a su alcance entendiendo las situaciones en donde puede aplicarlas.	8.1 Distribución exponencial - Definición y aplicaciones en tiempos de espera - Relación con la distribución de Poisson 8.2 Distribución normal - Propiedades y teorema del límite central - Uso en modelado de fenómenos naturales y sociales 8.3 Aplicaciones y herramientas tecnológicas para el análisis de datos - Uso de software estadístico para modelado - Simulación de datos y ajuste de distribuciones



Progresiones

Taller de Probabilidad y Estadística I

El Taller de Probabilidad y Estadística I (TPEI) es una unidad que se centra en el análisis e interpretación de datos para la toma de decisiones informadas en el contexto del siglo XXI. Dirigido al estudiantado con conocimientos previos en probabilidad y estadística básica, el taller profundiza en conceptos y técnicas probabilísticas esenciales para abordar problemas del mundo real en diversos campos.

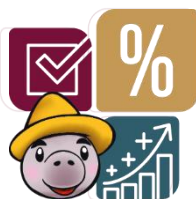


Conoce tu Guía Didáctica (Simbología)

Ícono	Descripción
	Lectura: Indica que el estudiante deberá realizar la lectura correspondiente a los conocimientos básicos del Programa de Estudio. Esta lectura proporciona los fundamentos teóricos esenciales para el desarrollo del submódulo.
	Material audio visual: Representa recursos audiovisuales complementarios que refuerzan los contenidos básicos del Programa de Estudio. Se sugiere visualizar el material a través de un video, generalmente indicado con un código QR proporcionado por el docente.
	Tarea aula: Sección destinada a una actividad teórica o escrita que permite al estudiante aplicar, reflexionar o consolidar los aprendizajes esperados del Programa de Estudio. Su producto puede ser utilizado como parte de la evaluación formativa.
	Práctica: Momento para realizar una actividad práctica guiada que vincula la teoría con la práctica. Permite aplicar los conocimientos adquiridos y suele acompañarse del instrumento de evaluación o reporte de prácticas correspondiente.
	Docente explica: Espacio sugerido para que el docente profundice, ejemplifique o adapte los conocimientos del Programa de Estudio al contexto de su grupo o comunidad educativa.
	Actividad SIGA: Indica la actividad o producto que debe ser registrado en la plataforma SIGA como evidencia obligatoria del avance del estudiante. La palabra “EVIDENCIA” debe aparecer resaltada.
	Evaluación Diagnóstica: Actividad inicial del submódulo que permite identificar los conocimientos previos del estudiante. Sus resultados orientan la planeación didáctica y las estrategias de acompañamiento.

Ícono	Descripción
	Instrumento de evaluación: Documento que establece los criterios, niveles de desempeño y ponderaciones que se utilizarán para evaluar el producto esperado. Puede presentarse como rúbrica, lista de cotejo u otro formato adecuado.
	Encuadre: Presenta el esquema de evaluación del submódulo, señalando los porcentajes asignados a cada tipo de actividad o evidencia, así como acuerdos generales entre docente y estudiantes.
	Dosificación: Calendario que muestra la distribución de los conocimientos del Programa de Estudio a lo largo del semestre. Incluye fechas, temas y actividades a desarrollar.
	PAEC: Proyecto Aula-Escuela-Comunidad, una estrategia de innovación educativa que vincula el aprendizaje con el entorno social. Aquí se trabajan productos integradores o actividades comunitarias.
	Estudio independiente: Actividad diseñada para que el estudiante trabaje de manera autónoma. Refuerza contenidos, promueve la autoevaluación y fomenta hábitos de estudio fuera del aula.
	Conflicto Cognitivo: Presenta una situación problema, caso o pregunta retadora que genera duda o sorpresa, motivando al estudiante a cuestionar sus ideas previas y activar su pensamiento crítico.
	Audio o Podcast: Recurso auditivo que complementa el contenido. Puede incluir entrevistas, narraciones, explicaciones o reflexiones, y está diseñado para fomentar la comprensión auditiva y la autonomía del estudiante.
	Tarea (Extramuros): Actividad que se desarrolla fuera del horario escolar, en casa o en el entorno del estudiante. Refuerza lo aprendido en clase y promueve la vinculación del conocimiento con la vida cotidiana.

Ícono	Descripción
	Material Didáctico: Recursos físicos o digitales sugeridos para apoyar la comprensión de los contenidos. Pueden ser hojas de trabajo, objetos manipulables, apps o sitios web, entre otros.
	Actividad lúdica: Propuesta de aprendizaje basada en el juego, diseñada para fomentar la participación, la creatividad y la comprensión de los contenidos de forma dinámica y significativa; empleando gamificación o ludificación.
	Retroalimentación: Momento para que el docente brinde comentarios constructivos sobre el desempeño del estudiante, con el fin de fortalecer su proceso de aprendizaje y orientar mejoras.
	Reforzamiento: Actividades propuestas para repasar, practicar o ampliar los contenidos que el estudiante no ha dominado aún. Incluye actividades adicionales o adaptadas para facilitar su comprensión. Se desarrolla durante las “SEMANAS DE REFORZAMIENTO”.
	¿Quién era?: Espacio destinado a presentar la vida y obra de personajes históricos y de aportación relevante y relacionada con el contenido de la UAC. Favorece la conciencia histórica.
	Recordatorio: Nota breve que resalta información importante, fechas clave o instrucciones específicas que el estudiante debe tener presentes durante su trabajo.
	Importante: Indicación destacada de un contenido, concepto o dato que requiere especial atención por su relevancia en la comprensión general del tema.
	COBA-nota: Espacio dedicado a compartir noticias, curiosidades, casos reales o experiencias significativas relacionadas con el contenido, vinculando el aprendizaje con la actualidad.



Encuadre de la UAC PRIMER PARCIAL

Taller de Probabilidad y Estadística I

Primer Parcial.

Icono	Actividad	Puntuación	Porcentaje
	Evaluación Diagnostica SA1 y SA2	0	0%
	Actividades de reforzamiento SA1 y SA2	1	10%
	Tareas evaluables SA1 y SA2	3	30%
	Situación de Aprendizaje 1 “Tentando a la suerte”	1.5	15%
	EVIDENCIA SIGA/ Situación de Aprendizaje 2 “Somos lo que comemos”	1.5	15%
	Cuestionario tipo CENEVAL	1	10%
	Examen Primer Parcial	2	20%
		Total	100%

POR UNA EDUCACIÓN QUE GENERA CAMBIO





Situación de Aprendizaje 1:

“Tentando a la suerte”

SESIÓN 1



Situación de Aprendizaje 1

Estrategia didáctica: Informe

Propósito de la situación

En **equipo de 5 integrantes** **elaborar un informe** de resultados que resuelva la situación didáctica “Tentando a la suerte”, registrando los resultados en tablas, *usando herramientas tecnológicas como Excel, Google Sheets, Geogebra y simuladores en línea (Desmos, Seeing Theory, TinkerPlots) donde describan el fenómeno planteado, el análisis probabilístico e interpretación, aplicando conceptos de probabilidad y técnicas de conteo, socializando sus resultados en plenaria.*

Problema del contexto

De acuerdo con las experiencias compartidas en colegiado por los docentes del Colegio de Bachilleres de Tabasco, se ha detectado que los estudiantes de 5to. semestre presentan dificultades para comprender la aplicación en su contexto de los conceptos básicos de probabilidad y técnicas de conteo, por lo que el COBATAB ha decidido llevar a cabo una Feria de Juegos de Azar dentro el aula de clase, con la cual se pretende que pongan en práctica aprendizaje experiencial a través de los juegos como tirar una moneda, lanzar un dado, usar una ruleta, tiro al blanco, lotería, UNO, entre otros, lo que les permitirá realizar inferencias sobre los resultados, analizando fenómenos cotidianos que implican incertidumbre y variabilidad, para desarrollar habilidades de análisis, predicciones y toma de decisiones.

Conflicto cognitivo

1. De acuerdo con los juegos que hay en la Feria escribe cual sería el espacio muestral de cada uno y variable ¿Cómo pudieron identificarlo?
2. Teniendo en cuenta el juego seleccionado y la cantidad de jugadores, ¿Qué enfoque de probabilidad aplicarías para saber qué posibilidades tienes de ganar?
3. Si para participar en la feria debe seguirse un orden en los juegos. ¿De cuantas maneras pueden elegirse 3 juegos?
4. Si un estudiante escoge 3 juegos del total de ellos. ¿Cuál es la probabilidad de escoja la ruleta?
5. Si elegiste jugar “UNO” y se reparten 3 cartas a un jugador de un mazo de 108, ¿Cuántas combinaciones posibles hay? ¿Cuántas combinaciones diferentes se pueden hacer si las 3 cartas deben ser del mismo color?
6. En una ronda de “UNO”, ¿Cómo podrías predecir la probabilidad de que un jugador tenga una carta +4 en su mano? ¿Te basarías en un enfoque clásico, frecuencial o subjetivo? Justifica tu elección.



Objetivos de Aprendizaje

Las Progresiones de Aprendizaje son unidades didácticas innovadoras y flexibles para la descripción secuencial de los aprendizajes asociados a la comprensión y solución de necesidades y problemáticas personales y/o sociales

Subcategorías

Conceptual (Conocimientos integradores)	Procedimental (Componentes de áreas sugeridas)	Porcentaje Actitudinal (Aprendizaje de Trayectoria)
Progresión 1 Tema: Fundamentos de la Probabilidad	1.4 Conceptos básicos de probabilidad - Definición de probabilidad - Espacio muestral y eventos - Enfoques de la probabilidad: clásico, frecuencial y subjetivo 1.5 Variables aleatorias y su representación - Variables aleatorias discretas y continuas - Funciones de probabilidad y distribución - Aplicación de la probabilidad clásica en eventos simples y complejos dentro de experimentos simples. 1.6 Uso de recursos tecnológicos para modelado probabilístico	- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal. - Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana). - Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas. - Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.
Progresión 2 Tema: Principios de Conteo y Probabilidad Combinatoria	2.3 Técnicas de conteo (parte teórica) - Principio de la multiplicación y adición - Arboles de probabilidad como introducción al análisis combinatorio. - Permutaciones y combinaciones - Variaciones con y sin repetición 2.4 Aplicación de técnicas de conteo en problemas de probabilidad (parte práctica) - Cálculo de probabilidades en eventos compuestos - Uso de software y tecnologías para resolver problemas	





Evaluación Diagnostica PRIMER PARCIAL

Nombre _____. Grupo _____.

Instrucciones: Responde las siguientes cuestiones.

1. ¿Cuál de las siguientes opciones representa un evento imposible?

- a) Sacar un número par al lanzar un dado
- b) Que mañana salga el sol
- c) Sacar un 8 al lanzar un dado de seis caras
- d) Obtener cara o cruz al lanzar una moneda

2. Al lanzar un dado justo de seis caras, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 3?

- a) $1/6$
- b) $1/2$
- c) $2/6$
- d) $4/6$

3. ¿Qué es el espacio muestral en un experimento aleatorio?

- a) El conjunto de datos más probables
- b) El número total de resultados posibles
- c) El conjunto de todos los resultados posibles
- d) El resultado más probable de un experimento

4. Si en una bolsa hay 4 bolas rojas, 3 azules y 3 verdes, ¿cuál es la probabilidad de sacar una bola roja al azar?

- a) $3/10$
- b) $1/3$
- c) $4/10$
- d) $3/9$

6. Un docente del área de ciencias debe escoger tres estudiantes para asistir a una conferencia de Prevención y Atención de desastres naturales. Hay cinco opciones Juan, Pedro, María, Pamela y Juana. ¿De cuantas formas se puede elegir tres de estos estudiantes? Por ejemplo, Juan, Pedro y María.

- a) 10
- b) 30
- c) 20
- d) 15

7. Si tengo 2 pantalones y 3 camisas, ¿Cuántos outfits diferentes puedo hacer?

- a) 6
- b) 3
- c) 12
- d) 5





Preguntas para socializar con el grupo

1. ¿Alguna vez has expresado “tuve mala suerte”? ¿Crees que eso tiene algo que ver con la probabilidad?
2. ¿Como podrías saber si un juego de azar (como una ruleta o un dado) es justo o esta manipulado?
3. ¿Qué es más probable ganar la lotería o que te caiga un rayo?





Progresión 1

Analiza y resuelve problemáticas en las que se requiera cuantificar la probabilidad a través de los enfoques teórico y experimental para que identifique, retome y aplique los conceptos básicos de probabilidad variable aleatoria y espacio muestral, haciendo uso de los recursos tecnológicos a su alcance.

Metas de Aprendizaje	Categorías	Subcategorías
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	C2. Procesos de intuición y razonamiento	S1. Capacidad para observar y conjeturar
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.		S3. Pensamiento formal
C4M1. Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S3. Ambiente matemático de comunicación.





SESIÓN 2

Lectura: Conceptos básicos de probabilidad

Concepto básico de probabilidad

Definición de probabilidad

La probabilidad es el valor entre cero y uno, ambos inclusive, que mide la factibilidad de que cierto resultado, al que llamaremos evento, ocurre. (Imagen 1)



imagen tomada

https://cdn.goconqr.com/uploads/media/image/39026286/desktop_e985cbdc-cc57-4f0b-8266-ccf949494d08.jpg el día 12 de junio de junio del 2025

A continuación, se definirán los conceptos más relevantes de la teoría de la probabilidad:

Experimento:	Operación que consiste en observar los resultados en ciertas condiciones Ejemplo: Lanzar un dado y observar el número que cae hacia arriba.
Espacio muestral:	Conjunto de todos los posibles eventos o resultados que puedan ocurrir. Ejemplo en una tirada de dados los posibles eventos serian: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Punto muestral:	Cada uno de los elementos o valores del espacio muestral: De acuerdo con el ejemplo anterior: $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$.
Evento:	Conjunto de uno o más resultados de un experimento
Evento simple	Es el resultado del espacio muestral con una sola característica. Que sea un número par (una sola característica), es decir, $(2, 4, 6)$
Evento conjunto:	Se refiere al resultado del espacio muestral con dos o más características. Que sea un número par mayor a 4 (dos características), es decir, (6)

(Martinez, 2020)



Infografía:

ENFOQUES Y ELEMENTOS DE PROBABILIDAD



Experimento, espacio muestral y evento

- Un experimento aleatorio, es aquel que, repetido bajo las mismas condiciones iniciales, da lugar a resultados distintos. Se consideran simples o compuestos.

- Espacio muestral o espacio de muestreo consiste en el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento

EXPERIMENTO SIMPLE:



Son aquellos experimentos en los que no se puede predecir el resultado.

EVENTO O SUCESO

Es un subconjunto de un espacio muestral, es decir, un conjunto de posibles resultados que se pueden dar en un posible pero muy lejano experimento aleatorio. Se denota por letras Mayúsculas.



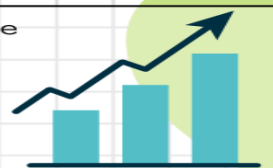
EXPERIMENTO COMPUESTO:

Los experimentos aleatorios compuestos resultan de realizar uno tras otro, varios experimentos aleatorios simples.



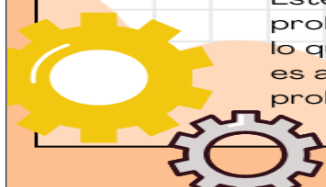
Para definir la probabilidad y determinar valores de probabilidad, se han desarrollado 3 enfoques conceptuales:

- Enfoque clásico de la probabilidad
- Enfoque de frecuencias relativas
- Enfoque subjetivo de la probabilidad.



ENFOQUE CLÁSICO DE LA PROBABILIDAD (A PRIORI)

Este enfoque permite determinar valores de probabilidad antes de ser observado el experimento por lo que se le denomina enfoque a priori. El enfoque clásico es aplicado cuando todos los resultados son igualmente probables y no pueden ocurrir al mismo tiempo.





Espacio muestral y eventos:

PROBABILIDAD DE UN EVENTO

Espacio muestral = { , , , , , }

A = { } F = { , }

B = { } G = { , , }

C = { }

D = { }

E = { }

$P(A) = \frac{\text{\# de casos favorables}}{\text{\# de casos posibles}}$

Como se mencionó anteriormente el espacio muestral, está formado por los elementos de la muestra; al contrario, el espacio probabilístico engloba todos los elementos, incluso aunque no salgan recogidos en la muestra. El espacio muestral se denota con la letra S o

la letra griega Ω (Omega). (López, 2019)

Ilustración de Probabilidad de un evento tomada de <https://i.ytimg.com/vi/FMb1oojrGA4/maxresdefault.jpg> mayo 2025

Espacio muestral							
(1,1)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	
(2,1)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	
(3,1)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	
(4,1)	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	
(5,1)	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	
(6,1)	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)	
(7,1)	(7,1)	(7,2)	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)	
(8,1)	(8,1)	(8,2)	(8,3)	(8,4)	(8,5)	(8,6)	

Ejemplo 1. Espacio muestral del Experimento lanzamiento de dos dados: Son todas las

combinaciones que se pueden obtener al lanzar dos dados simultáneamente, por lo tanto, el espacio muestral de dos dados está formado por 36 elementos.

Suma	Resultado de los dados	Numero de eventos que generan esta suma	Probabilidad
2	(1,1)	1	$\frac{1}{36}$
3	(1,2), (2,1)	2	$\frac{1}{18}$
4	(1,3), (2,2), (3,1)	3	$\frac{1}{12}$





5	(1,3), (2,2), (3,2), (4,1)	4	$\frac{1}{9}$
6	(1,5), (2,4), (4,2), (5,1)	5	$\frac{5}{36}$
7	(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)	6	$\frac{1}{6}$
8	(2,6), (3,5), (4,4), (6,3), (6,2)	7	$\frac{5}{36}$
9	(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)	8	$\frac{1}{9}$
10	(4,6), (5,5), (6,4)	9	$\frac{1}{12}$
11	(5,6), (6,5)	10	$\frac{1}{18}$
12	(6,6)	11	$\frac{1}{36}$

Ejemplo 2. Experimento lanzamiento de dos monedas: Está formado por cuatro sucesos elementales, ya que al lanzar cada moneda hay dos posibles eventos. Por lo tanto, el espacio muestral de dos monedas es:

$$\Omega = \{(cara, cara), (cara, cruz), (cruz, cara), (cruz, cruz)\}.$$

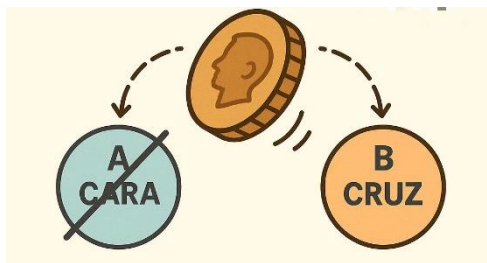
Eventos

Cuando hablamos de un **evento o suceso**, nos referimos a cualquier resultado que puede surgir de un experimento aleatorio. La comprensión de estos eventos no solo es vital en matemáticas y estadística, sino que también se extiende a la toma de decisiones informadas en diversas áreas, como la administración, la economía y la ciencia. (Flores, 2022)



Tipos de Eventos: Mutuamente Excluyentes, Dependientes e Independientes

Eventos Mutuamente Excluyentes: Son aquellos que no pueden suceder al mismo tiempo. Por ejemplo, al lanzar una moneda, los resultados «cara» y «cruz» son mutuamente excluyentes. Si el evento A ocurre (sale cara), no puede ocurrir el evento B (que salga cruz).



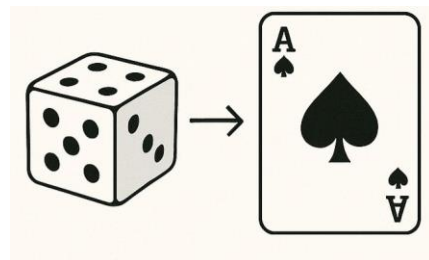
Eventos Dependientes: Son aquellos cuyos resultados están relacionados entre sí. Por ejemplo, si tienes una urna con bolas de diferentes colores y sacas una bola sin reemplazarla, la probabilidad de los resultados posteriores depende del primer resultado. Este es un aspecto clave a considerar en la evaluación de riesgos y toma de decisiones.

Eventos Independientes: Son aquellos en los que el resultado de uno no afecta al resultado del otro. Por ejemplo, lanzar un dado y sacar una carta de una baraja son eventos independientes, ya que el resultado de uno no tiene ningún impacto sobre el otro. (Flores, 2022)

Enfoque de la probabilidad: Clásica, Frecuencias, Subjetivo:
Probabilidad Clásica (a priori)

En la vida diaria, escuchamos frases como:

- Es muy probable que llueva mañana.
- Con 99% de probabilidad apruebo el examen de estadística.
- La probabilidad de que tenga un accidente es de 1%.
- La probabilidad de que muera de influenza es 2%.
- Probablemente mañana mi tía venga a cenar.
- Posiblemente me operen.



La escuela empírica expone que la probabilidad es una medida de nuestro grado de incertidumbre respecto al verdad de una afirmación o la ocurrencia de un hecho. (Martinez, 2020)

El valor de la probabilidad se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$P(A) = \frac{\text{Numeros de casos favorables } A}{\text{Numeros de casos favorables } S}$$

Ejemplo 1. Calcula la probabilidad de obtener un 3 al lanzar un dado.



Solución: Primero se debe identificar el espacio muestral.

$$s = (1,2,3,4,5,6)$$

Ahora debemos definir nuestro evento A.

$$A = 3$$

Empleamos la formula:

$$P(A) = \frac{\text{Numeros de casos favorables } A}{\text{Numeros de casos favorables } S}$$

$$P(A) = \frac{1}{6} = 0.1667 = 16.67\%$$

Ejemplo 2. Calcula la probabilidad de obtener águila y un número par al lanzar una moneda y un dado.

Solución: Primero se debe identificar el espacio muestral.

$$= ((\text{águila}.1). (\text{águila}.2). (\text{águila}.3). (\text{águila}.4). (\text{águila}.5). (\text{águila}.6). (\text{Sol}.1). (\text{Sol}.2). (\text{Sol}.3). (\text{Sol}.4). (\text{Sol}.5). (\text{Sol}.6))$$

Ahora debemos definir nuestro evento A

$$A = (\text{Águila}, 2) (\text{Águila}, 4), (\text{Águila}, 6))$$

Empleamos la fórmula.

$$P(A) = \frac{\text{Numeros de casos favorables } A}{\text{Numeros de casos favorables } S}$$

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$$

Probabilidad de frecuencia relativa o de Kolmogorov

La interpretación frecuentista considera que un experimento es aleatorio si éste se puede realizar un número indefinido de veces, al menos teóricamente; cada repetición nos da un resultado que forma uno de los puntos del espacio muestral. Definimos que el evento A ha ocurrido en una repetición si el resultado obtenido es uno de los puntos que caracterizan favorable a A. (MATEPEDIA, 2016)





Supongamos que se hacen N repeticiones y sea N el número de ellas en las que el evento A ocurrió. La fracción $N, /N$ se denomina frecuencia relativa de A en las N repeticiones, así, a medida que N crece, la frecuencia (Martinez, 2020)

Características

- La frecuencia relativa es una medida estadística que indica la proporción de veces que ocurre un evento en relación con el total de eventos observados.
- Se calcula dividiendo la frecuencia absoluta de un evento entre el total de eventos observados.
- La frecuencia relativa siempre se expresa en términos de porcentaje o proporción.
- Es una medida útil para comparar la frecuencia de eventos en diferentes conjuntos de datos.
- La suma de todas las frecuencias relativas de un conjunto de datos siempre es igual a 1.
- La frecuencia relativa puede ser utilizada para calcular la probabilidad de un evento.
- Es una medida más precisa que la frecuencia absoluta, ya que toma en cuenta el tamaño del conjunto de datos. (Planificada, 2023)

La probabilidad de que ocurra un evento corresponde a la frecuencia relativa del evento.

Ejemplo 1. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar una moneda el resultado sea águila?

Si se realizó el experimento y se obtuvo el siguiente espacio muestral.

$$S = \{\text{sol, águila, águila, sol, sol, águila, sol, sol, águila, águila.}\}$$

Ahora debemos definir nuestro evento A .

$$A = \{(\text{Águila}), (\text{Águila}), (\text{Águila}), (\text{Águila}), (\text{Águila})\}$$

Ahora empleamos la formula.

$$P(A) = \frac{\text{Numeros de casos favorables } A}{\text{Numeros de casos favorables } S}$$

$$P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0.50 = 50\%$$



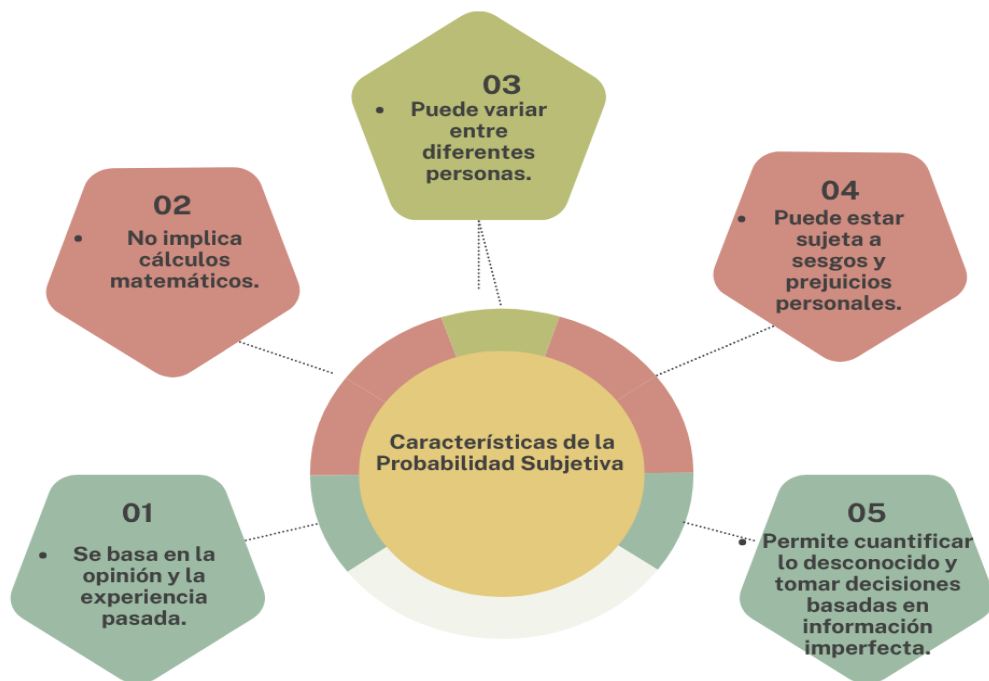


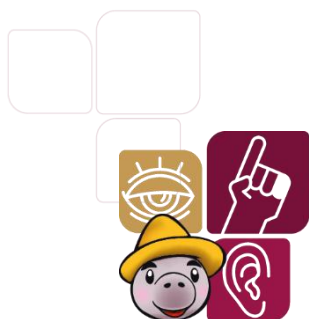
Material audio visual:

Definición de Probabilidad y sus enfoques: Clásico, Frecuentista y Subjetivo. En este video se explica la definición de probabilidad y tres de sus enfoques, además, se dan ejemplos y se menciona la ley de los números grandes.



Enfoque Subjetivo. La probabilidad de ocurrencia de un evento es el grado de creencia por parte de un individuo de que ocurra un evento, basado en toda la evidencia a su disposición. Bajo esta premisa se puede decir que este enfoque es adecuado cuando solo hay una oportunidad de ocurrencia del evento. Es decir, que el evento ocurrirá o no ocurrirá una sola vez; el valor de probabilidad bajo este enfoque es un juicio personal. (Alianza B@UNAM, CCH & ENP ante la pandemia, 2024)





Ejemplo 1: Encontrar un objeto valioso.

Supongamos que estás utilizando un detector de metales para buscar objetos valiosos en una playa. Basado en tus experiencias anteriores y en la efectividad del detector de metales, puedes asignar una probabilidad subjetiva del 90% de encontrar un objeto valioso. Esta probabilidad se basa en tu conocimiento y confianza en el dispositivo y en tus experiencias previas de encontrar objetos valiosos en la playa.

Si bien no puedes garantizar que encontrarás un objeto valioso cada vez que uses el detector de metales, la probabilidad subjetiva te permite evaluar la posibilidad en función de tus experiencias pasadas y tu confianza en el dispositivo. Esta información puede ser útil para decidir si debes seguir buscando o si debes cambiar de ubicación.





SESIÓN 3



Actividad 1: Enfoques de la probabilidad: clásico, frecuencial y subjetivo

Propósito

Analizar y resolver problemáticas a través de los enfoques clásico, frecuencial y subjetivo de manera experimental para que identifique, retome y aplique los conceptos básicos de probabilidad.

Realizar las siguientes actividades utilizando los dados tetraédricos

Parte 1: Probabilidad teórica básica



Materiales sugeridos:

Un dado tetraédrico numerado del 1 al 4
Guía Taller de Probabilidad y Estadística I
Lápiz, lapicero, borrador

Instrucciones

Contesta las siguientes preguntas:



1. ¿Cuál es el espacio muestral de un tetraedro?

Area for writing the answer to question 1.

2. ¿Cuál es la probabilidad teórica de cada uno de los números del tetraedro?

Area for writing the answer to question 2.





3. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número par?

4. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número mayor que 2?

5. ¿Cuál es la probabilidad de que salga el número 1?

Parte 2: Lanzamiento y registro



Materiales sugeridos:

Un dado tetraédrico.

Tabla de registro (guía) y un lápiz

Guía Taller de Probabilidad y Estadística I

Instrucciones

1. Lanza el dado 20 veces.
2. Llena la siguiente tabla:





Cara (Resultado)	Frecuencia absoluta (f)	Frecuencia relativa (fr)
1		
2		
3		
4		
Total		

3. Compara con la probabilidad teórica.
¿Se parecen los resultados? ¿Por qué sí o por qué no?



Parte 3: Sumas con dos tetraedros



Materiales sugeridos:

Dos dados tetraédricos
Guía
Lápiz, borrador, lapicero

Instrucciones:

1. Lanza ambos tetraedros al mismo tiempo 20 veces. Suma los valores.
2. Registra los resultados y contesta:
 - ¿Cuántas veces obtuviste una suma igual a 4? _____
 - ¿Cuántas veces obtuviste una suma mayor que 5? _____
 - ¿Cuál fue la suma más frecuente? _____





¿Qué suma crees que es más probable? ¿Por qué?

3. Completa la siguiente tabla del lanzamiento de dos tetraedros y determina cual es el espacio muestral

Cuadro: Suma de dos dados tetraédricos (valores del 1 al 4)

Lanzamiento	Dado 1	Dado 2	Suma
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			





Producto esperado

Problemario de reforzamiento

Tiempo estimado

50 minutos

SESIÓN 4



Lectura: Variables aleatorias y su representación

Variables aleatorias discretas y continuas

Variable Aleatoria

Las Variables Aleatorias que se observan en la naturaleza poseen ciertas características y se pueden clasificar según su tipo. Por ejemplo: el número de insectos que se mueren al aplicar una dosis de insecticida, suponiendo que sólo estamos interesados en el número de insectos muertos. Entonces los resultados pueden representarse por los números $0, 1, 2, 3, \dots, n$.

Si consideramos esos números como valores tomados por una variable X , entonces esa variable toma valores de acuerdo con los resultados de un experimento aleatorio, y podemos pensar en X como en una variable aleatoria, que en este caso representa el número de insectos muertos.

La Variable aleatoria asume un valor numérico único para cada uno de los resultados que aparecen en el espacio

muestral de un experimento de probabilidad.

Dicho de otra manera, la variable aleatoria es una función que asocia un número real con cada elemento del espacio muestral. (UNAM, CCH & ENP, 2024) REFERENCIA

Variable Aleatoria Discreta

Una variable aleatoria discreta tiene un número finito de valores o un número de valores contable, es decir podría haber un número infinito de valores, pero que pueden asociarse con un proceso de conteo, de manera que el número de valores es 0 o 1 o 2 o 3 etcétera (Triola, Estadística, 2013)

Variable cualitativa

En estadística, una variable cualitativa es un tipo de variable cuyos valores son cualidades o características. Es decir, una variable cualitativa no admite valores numéricos, sino



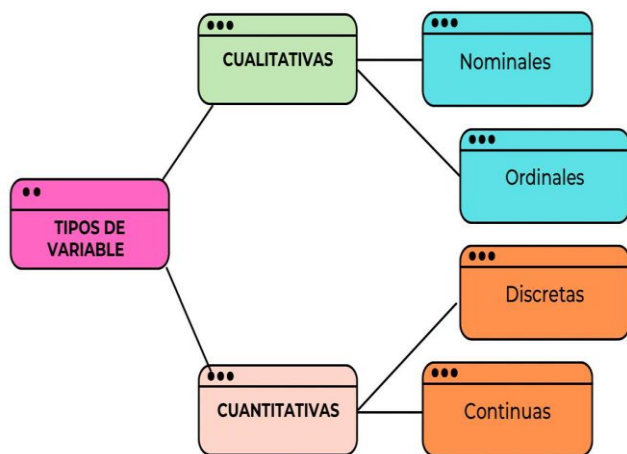


que solo puede tomar un valor que represente una cualidad o una categoría.

Las variables cualitativas también se conocen como variables categóricas, ya que sus valores son categorías no numerales. (Probabilidad y estadística next de academia balderix, 2024)

Variable cuantitativa

En estadística, una variable cuantitativa es un tipo de variable que solo admite cantidades numéricas. Debido a las características de las variables cuantitativas, se pueden hacer operaciones aritméticas con ellas. Asimismo, se pueden calcular parámetros estadísticos de este tipo de variables, por lo que son muy

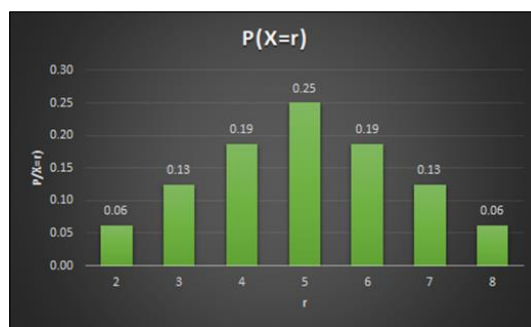
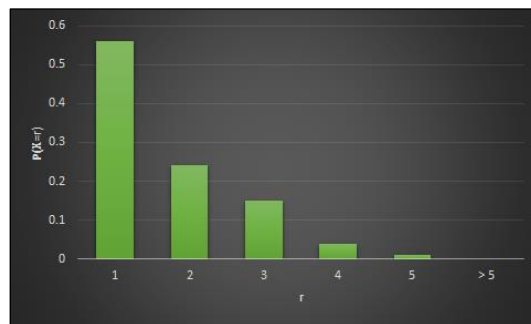


Ejemplo 1. Se lanzan dos dados tetraédricos, cada uno con caras etiquetadas como 1, 2, 3 y 4, y la variable aleatoria X representa la suma de los números que se muestran en los dados.

útiles en estadística. (Probabilidad y estadística next de academia balderix, 2024)

Diagramas de variables aleatorias discretas

El diagrama más apropiado para ilustrar una variable aleatoria discreta es un **gráfico de líneas barras**. La **figura 2** muestra un diagrama de la distribución de probabilidad de X , el número de personas por automóvil. Ten en cuenta que es idéntico en forma al diagrama de frecuencia correspondiente en la **figura 1**. La única diferencia real es el cambio de escala en el eje vertical.





(i) Encuentra la distribución de probabilidad de X.

(ii) Ilustrar la distribución y describir la forma de la distribución.

(iii) ¿Cuál es la probabilidad de que cualquier lanzamiento de dados resulte en un valor de X que es un número impar?

SOLUCIÓN(i). La tabla muestra todos los totales posibles cuando se lanzan los dos dados.

PRIMER DADO

**SEGUNDO
DADO**

	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

r	2	3	4	5	6	7	8
P(X=r)	1/16	2/16	3/16	4/16	3/16	2/16	1/16



(ii) El gráfico de barras de la figura 3 ilustra esta distribución, que es “simétrica”.

(iii) La probabilidad de que X sea un número impar

$$(X = 3) + P(X = 5) + P(X = 7) = 2/16 + 4/16 + 2/16 = 1/2$$

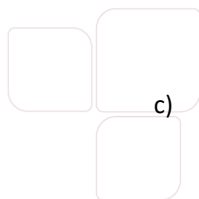
Variable continua. Es un tipo de variable que puede tomar cualquier valor dentro. Además, las variables continuas siempre son variables cuantitativas, ya que siempre representan valores numéricos. (Probabilidad y estadística de academia baldarix, 2024)

Ejemplos de variables continuas:

a) El peso de un grupo de personas: 74.5 kg, 58.14 kg, 62.39 kg, 94.72 ...

b) La temperatura de una habitación: 25 °C, 19.50 °C, 12.83 °C, 17.52 °C, 29.4 °C...





c) El tiempo que tarda un atleta en recorrer los 100m:
9.81 s, 10.02 s, 9.52 s, 9.74 s, 11.25 s ...

d) La cantidad de agua bebida durante un día: 2.1 L, 3.4 L, 1.5 L, 0.9 L, 2.75

Como puedes comprobar, las variables continuas pueden tomar valores decimales.

Variable discreta. Una variable discreta solo puede tomar los valores que pertenecen al conjunto. Por ejemplo, el número de personas que hay en una sala puede ser **34, 15, 29, 49...** pero no puede ser **24.947** ya que una persona no puede ser decimal. En general, una manera de diferenciar las variables continuas de las variables discretas es mediante el tipo de números que pueden valer. Normalmente, una variable continua puede tomar cualquier valor incluyendo números decimales, mientras que las variables discretas solo pueden tomar números enteros. (Probabilidad y estadística academia balderix, 2024)

Ejemplos de variables discretas

- a) El número de camas de una habitación: 1, 3, 2...
- b) El número de hijos en una familia: 4, 2, 1, 0, 5
- c) Los posibles resultados de tirar un dado
- d) El número de respuestas correctas en un examen.





SESIÓN 5



Tarea TPEI-SA1-T01: “Tipos de Variables”

Propósito de la tarea

Analiza y resuelve problemáticas en las que se requiera cuantificar la probabilidad a través de los enfoques teórico y experimental para que identifique, retome y aplique los conceptos básicos de probabilidad y variable aleatoria.

Instrucciones

1. Observa la siguiente tabla que clasifica a las variables, atendiendo sus características y completa con un ejemplo en cada caso.

Descripción del Tipo de variable	Subtipos	Ejemplos
Cualitativa:	Nominal:	
Cualitativa:	Ordinal:	
Cuantitativa:	Discreta:	
Cuantitativa:	Continua:	





2. Explica por qué tu ejemplo corresponde a ese tipo.



Producto esperado

- Tabla de Tipos de Variable
- Conclusiones (Justificación a la pregunta)

Tiempo estimado

50 minutos





Instrumento de evaluación

TPEI-SA1-T01: "Tipos de Variables"

Lista de Cotejo

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes		Matricula	
Producto esperado		Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Criterios de evaluación	Indicadores	Si	No
20 %	La tabla incluye correctamente los tipos principales: cualitativa y cuantitativa.		
20 %	Se proporciona una definición clara y precisa para cada tipo de variable.		
20 %	Se identifican correctamente los subtipos: nominal y ordinal (cualitativas); discreta y continua (cuantitativas).		
20 %	Se presenta al menos un ejemplo correcto y relevante por cada subtipo.		
20 %	La tabla está bien presentada, sin errores ortográficos y con buena distribución del espacio.		

Calificación

Aspectos para mejorar:





Funciones de probabilidad y distribución

Se define como una función que asigna un valor de probabilidad a cada resultado en un espacio muestral, siguiendo dos condiciones clave: todas las probabilidades están entre 0 y 1, y la suma de todas las probabilidades es igual a 1.

$$f(x) = P(X = x)$$

Ejemplo de función de probabilidad

Por ejemplo, la probabilidad de sacar cualquier número al lanzar un dado es de $1/6$ (un dado tiene seis caras), por lo tanto, la función de probabilidad asociada a este espacio muestral será igual a $1/6$ para cualquier valor. (Probabilidad y estadística de academia baldarix, 2024)

Tabla de Función de probabilidad

Suceso	Resultados muestreo	Probabilidad experimental (Frecuencia relativa)	Función de probabilidad $P(X = X_0)$
Salir un 1	149	0.149	$1/6$
Salir un 2	178	0.178	$1/6$
Salir un 3	177	0.177	$1/6$
Salir un 4	184	0.184	$1/6$
Salir un 5	152	0.152	$1/6$
Salir un 6	160	0.160	$1/6$
Total	1000	1	

Función de distribución (Acumulativa)

Llamamos función de distribución de una variable aleatoria X y la denotamos por $F(x)$, a la función que asocia a cada valor x la probabilidad acumulada para todos los valores menores o iguales a:

$$x: F(x) = P(X \leq x).$$

Podemos decir, por tanto, que la función de distribución nos permite estudiar el comportamiento probabilístico de la variable aleatoria X que tiene asociada cualquier experimento aleatorio. (Laura, 2013)





PROPIEDADES

Cualquier función que cumpla estas cinco propiedades diremos que es una función de distribución, y recíprocamente; toda función de distribución tiene que cumplir estas cinco propiedades por el simple hecho de ser función de distribución:

1. Su imagen está entre el 0 y el 1. $0 \leq f(x) \leq 1$.
2. Para valores de la variable aleatoria en el más infinito (los valores mayores de los que están definidos), la función de distribución tiende a 1: $f(x) \rightarrow 1$ cuando $x \rightarrow +\infty$. Es decir:
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$$
3. Por el contrario, para los valores de la variable aleatoria en el menos infinito (los valores más pequeños de los que están definidos), la función de distribución tiende a cero: $f(x) \rightarrow 0$ cuando $x \rightarrow -\infty$. Es decir:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

4. $f(x)$ es una función monótona creciente, es decir, si $x_1 < x_2$, entonces $f(x_1) \leq f(x_2)$.
5. $f(x)$ es continua por la derecha, por tanto, se cumple: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \quad \forall a \in \mathbb{R}$

Ejemplo. Hallar la función de distribución de la siguiente variable aleatoria que viene dada por la siguiente función de probabilidad:

x	4	4.5	5	5.5	6	6.5
P(X=x)	0.16	0.25	0.28	0.18	0.1	0.03

Como nuestra variable aleatoria toma valores entre el 4 y el 6.5; nuestra función de distribución, cuando $x < 4$, entonces $F(x) = 0$, y cuando $x \geq 6.5$ entonces $f(x) = 1$.

Para hallar el resto, los iremos sumando, ya que tenemos que ir hallando las probabilidades acumuladas, de tal forma que:





$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 4 \\ 0.16 & \text{si } 4 \leq x \leq 4.5 \\ 0.41 & \text{si } 4.5 \leq x \leq 5 \\ 0.69 & \text{si } 5 \leq x \leq 5.5 \\ 0.87 & \text{si } 5.5 \leq x \leq 6 \\ 0.97 & \text{si } 6 \leq x \leq 6.5 \\ 1 & \text{si } x \geq 6.5 \end{cases}$$

Aplicación de la probabilidad clásica en eventos simples y complejos dentro de experimentos simples.

El deseo de anticipar las cosas forma parte de la naturaleza humana en todas las épocas: todos nos preguntamos si lloverá al día siguiente o si determinado equipo de fútbol jugará o no en la primera división la próxima temporada. Existe evidencia arqueológica de que las personas jugaban juegos de azar hace unos 40.000 años. (Lifeder, 2025)

La **probabilidad clásica** es un caso particular del cálculo de la probabilidad de un evento. Se define como el cociente entre los eventos favorables a dicho evento y el total de eventos posibles, con la condición de que cada uno de estos eventos sean todos igualmente probables. También se le conoce como probabilidad a priori o probabilidad teórica.

Cálculo en probabilidad clásica

Esta forma de calcular la probabilidad de un evento es una aplicación de la regla de Laplace, enunciada inicialmente en 1812 por el matemático francés Pierre de Laplace (1749-1827). Sea A un evento del cual queremos conocer su probabilidad de ocurrencia $P(A)$, entonces:

$$P(A) = \frac{\text{Numeros de casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

El resultado de esta operación es siempre un número positivo entre 0 y 1. Si un evento tiene probabilidad 0 de ocurrir significa que no pasará.





En cambio, si la probabilidad de ocurrencia es igual a 1, quiere decir que sucederá de cualquier forma y en todo caso, la probabilidad de que un suceso ocurra, sumada con la probabilidad de que no ocurra, es igual a 1: $P(A) + \overline{P(A)} = 1$

Hemos denotado la probabilidad de que el suceso A no ocurra mediante una barra encima de las letras.

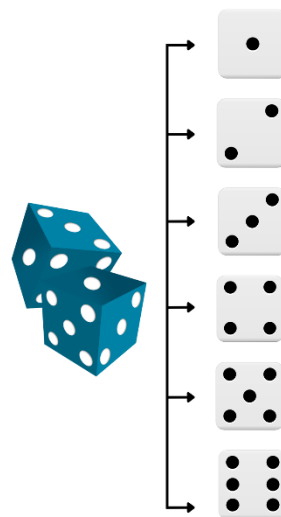
Aplicación en eventos simples

Ejemplo 1: Lanzar un dado de 6 caras

- Definir Evento A: Obtener un 4.
- Casos favorables: 1 (el número 4).
- Casos posibles: 6 lados del dado (números del 1 al 6).
- Probabilidad: $P(A) = \frac{1}{6} = 0.1666 = 16.66\%$

Aplicación en eventos complejos

Un evento complejo involucra dos o más resultados.



Ejemplo 2: Lanzar un dado

- Definir Evento A: Obtener un número par.
- Casos favorables: Números pares en un dado: 2, 4, 6 (3 casos favorables).
- Casos posibles: Total de casos 6.
- Probabilidad: $P(\text{A Numero par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$





Uso de recursos tecnológicos para modelado probabilístico

¿Qué es el modelado probabilístico?

En la medida que la tecnología computacional ha cobrado importancia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y estadística, ha surgido la necesidad de que su uso constituya un verdadero instrumento que auxilie en el desarrollo de razonamiento estadístico y probabilístico. Se requiere no sólo la indagación en prácticas con uso de tecnología que propicien tales razonamientos, sino también en herramienta tecnológica accesible a la realidad escolar y social de nuestro país, en el que no todas las escuelas cuentan con recursos tecnológicos avanzados. (Ruiz, y otros, 2003)

El modelado probabilístico es una herramienta matemática que utiliza **modelos** (como diagramas, simulaciones o funciones) para representar situaciones donde interviene el azar, permitiendo hacer predicciones, analizar riesgos o tomar decisiones. Como ejemplo tenemos las siguientes herramientas tecnológicas:

Nombre del Software	Utilización en Probabilidad	Descripción	Imagen
Excel	Cálculo de probabilidades, generación de distribuciones, gráficos estadísticos.	Imagen de hoja de cálculo con fórmulas, histogramas y funciones como =PROBABILIDAD().	 https://www.microsoft.com/es-mx/microsoft/office/office.aspx
Google Sheets	Análisis estadístico colaborativo, funciones de probabilidad, visualización de datos.	Imagen de hoja de Google con gráfico de barras y función =NORMDIST().	 https://www.google.com/sheets/about
TinkerPlots	Simulaciones estadísticas, creación de modelos, visualización de datos para análisis de azar	Gráfica de curvas normales o binomiales con sliders interactivos.	 https://www.tinkerplots.com/
Desmos	Representación gráfica de funciones de densidad y distribución de probabilidad.	Gráfica de curvas normales o binomiales con sliders interactivos	 https://www.desmos.com/calculator
Seeing Theory	Enseñanza visual de conceptos de probabilidad y estadística mediante simulaciones dinámicas.	Imagen de interfaz interactiva mostrando diagramas de Venn o simulaciones de dados/monedas.	 https://seeing-theory.brown.edu/





Progresión 2

Experimenta y profundiza en las técnicas de conteo (ordenaciones, ordenaciones con repetición, permutaciones y combinatoria) de manera reflexiva y participativa para el cálculo de probabilidades en eventos aleatorios de su entorno, utilizando recursos tecnológicos disponibles relacionándose de forma colaborativa.

Metas de Aprendizaje	Categorías	Subcategorías
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C1. Procedural	S1. Elementos aritmético-algebraicos S4. Manejo de datos e incertidumbre
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	C3. Solución de problemas y modelación	S1. Uso de modelos





SESIÓN 6



Lectura: Técnicas de conteo.

Cuando enumeramos puede parecer algo sencillo al estudiar aritmética; sin embargo, también tiene aplicaciones en otras áreas como teoría de códigos, probabilidad y estadística, el análisis de algoritmos entre otros.



Tal vez te hayas preguntado:

¿Cuántos Smartphone existen en uso en la ciudad de Villahermosa, Tabasco?, ¿Cuántas tabletas se entregaron en total a los estudiantes de secundaria?, ¿Cuál es la probabilidad de que existan más equipos de ciertas marcas?



La solución puede ser complicada, se puede optar por contar, cuando no se conoce la forma de resolverlo; el proceso mediante el cual se puede calcular la gama de posibilidades o la solución a la pregunta es a lo que llamamos **técnicas de conteo**.

Las técnicas de conteo las podemos entender como los procedimientos que son usados para enumerar eventos difíciles de cuantificar. (López J., 2015).

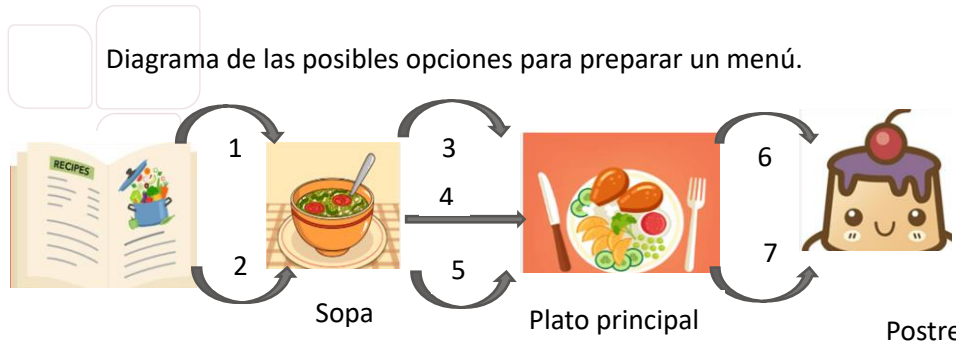
El estudio de las matemáticas discreta y combinatoria comienza con dos principios básicos del conteo: La regla de la suma y del producto, los cuales permiten resolver problemas complejos.

Principio de la multiplicación y adición.

Algunos problemas de probabilidad pueden resolverse aplicando este principio. Veamos un ejemplo para comprender el principio de la multiplicación.

Ejemplo 1: Una persona desea preparar un almuerzo para sus amigos y tiene dos recetas para la sopa, tres para el plato principal y dos para el postre. ¿De cuántas maneras puede el anfitrión hacer su menú?





Adaptado de Estadística compleja
(probabilidad) (p. 27), por A. Morales,
200, UNAD, Bogotá D. C.

Solución: De acuerdo con esto, las alternativas que tiene el anfitrión son:

$\{1, 3, 6\}\{1, 3, 7\}\{1, 4, 6\}\{1, 4, 7\}\{1, 5, 6\}\{1, 5, 7\}\{2, 3, 6\}\{2, 3, 7\}\{2, 4, 6\}\{2, 4, 7\}\{2, 5, 6\}\{2, 5, 7\}$

Por lo tanto, en total se tiene 12 maneras diferentes de preparar el menú. Aplicando el principio multiplicativo: $2 \times 3 \times 2 = 12$

Principio multiplicativo

• Si un evento A puede ocurrir de n maneras diferentes y otro evento B puede ocurrir m maneras diferentes, entonces el número total de formas diferentes en que ambos eventos pueden ocurrir, en el orden indicado ($A \times B$), es igual a $n \times m$. Y al mismo tiempo cada evento es independiente del otro.

El **principio multiplicativo** se aplica cuando el experimento se puede descomponer en un conjunto de acciones secuenciales o independientes, cada resultado del experimento se conforma con una posibilidad de cada una de estas acciones. Por otro lado, en el **principio aditivo**, un evento ocurre sin la necesidad de que otro lo haga.

Principio aditivo

• Si un evento A puede ocurrir de n maneras diferentes y otro evento ajeno B puede ocurrir de m maneras diferentes, entonces el número total de formas diferentes en que los eventos A o B pueden ocurrir en el orden indicado es $n + m$.

Ejemplo 2: En el restaurante La Cevichería Tabasco, especializado en mariscos y ceviches fresco se prepara mariscos como plato principal para lo cual encuentran cinco maneras diferentes de hacerlo





al horno, dos para hacerlo frito y tres para prepararlo cocido, ¿De cuantas maneras diferentes en total se puede cocinar los mariscos?

Analizando la situación, cada manera de preparar los mariscos es excluyente de las otras, es decir, si deciden preparar un platillo ya no podrá hacer el otro, por lo tanto, aplicando el principio aditivo, las maneras diferentes que puede preparar el pescado es $5 + 2 + 3 = 10$.

Material audio visual:

Principio Aditivo y Principio Multiplicativo explicados detalladamente.
En este video se muestran los conceptos básicos del principio aditivo y multiplicativo.
Aprende a determinarlos y a diferenciarlos.



Escaneame



SESIÓN 8

Árboles de probabilidad como introducción al análisis combinatorio.

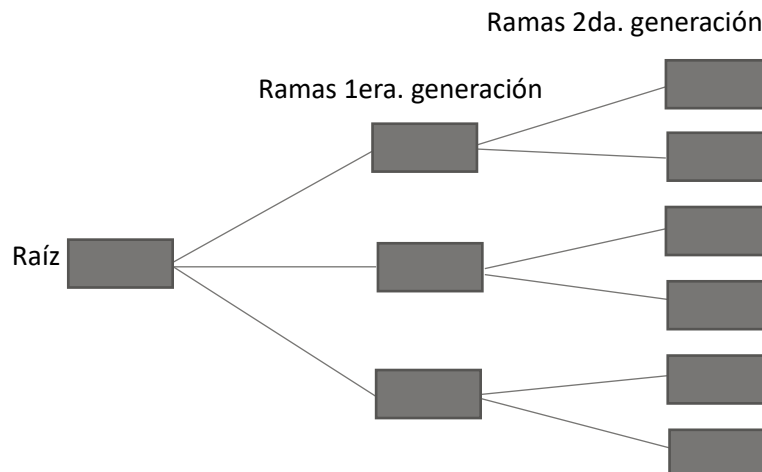
Regularmente representamos problemas usando diagramas, figuras, entre otros; lo que facilita la comprensión e influye en la forma en el que se organiza e interpreta la información dada. Un árbol de probabilidad es esencial en combinatoria para comprender como han de combinarse una serie de elementos.

Los diagramas de árbol de probabilidad son mecanismos empleados para enumerar todas las posibilidades de ocurrencia o probabilidades de una secuencia de eventos de forma gráfica, donde cada evento puede ocurrir en un número finitos de formas. (Lopez J. 2015)

Elementos de un diagrama de árbol:

- **Raíz (tronco, nodo):** De la que salen diferentes caminos y donde parte el árbol de probabilidad.
- **Ramas de primera generación:** Caminos que salen de la raíz. Estas ramas deben representar todas las posibilidades que pueden aparecer en la primera fase de la construcción del diagrama, y terminan en vértices del grafo denominados nudos.
- **Ramas de segunda generación:** Sale del último nodo y depende del tipo de experimento. Tras un número finitos de fases, se llega a nudos terminales de donde ya no salen más ramas.

Diagrama de árbol





En el diagrama de árbol se integra otro elemento la “probabilidad”, las cuales se escriben junto a las ramas en formato de fracciones, las sumas de las probabilidades de las ramas que salen de cada nodo deben ser 1; entre otras cosas nos permite encontrar:

- Total de resultados posibles $n(E)$ de un experimento E .
- Números de resultados favorables $n(A)$ a cualquier suceso A de interés.
- Calcular probabilidad.

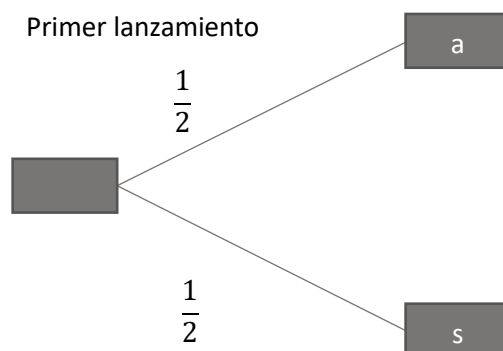
Ejemplo 1. Experimento simple: Lanzar una moneda.



- Paso 1: **Descripción del experimento:** Experimento simple.
- Paso 2: **Establecer el espacio muestral.** $n(E) = 2$.
- Paso 3: **Resultados favorables y cálculo de probabilidad:**

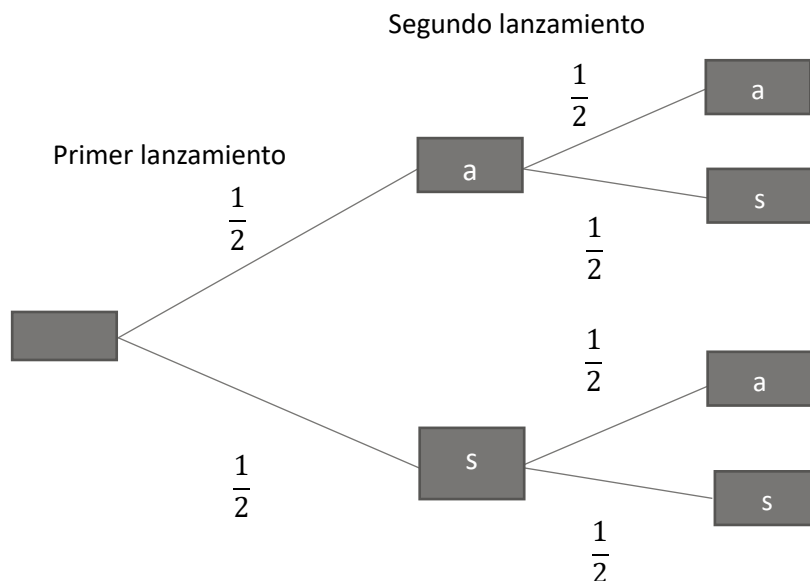
Probabilidad de cada resultado es: $P(s) = 1/2$, $P(a) = 1/2$. donde $s = sol$ y $a = águila$.

- Paso 4: **Diagrama de árbol:**



Ejemplo 2. Sea el experimento: Lanzar dos monedas simultáneamente.

- Paso 1: **Descripción del experimento:** Es un experimento compuesto de dos experimentos simples.
- Paso 2: **Establecer el espacio muestral.** $n(E) = 4$.
- Paso 3: **Resultados favorables y cálculo de probabilidad:**
En el primer lanzamiento, la probabilidad de cada resultado es: $P(s) = 1/2$, $P(a) = 1/2$ donde $s = sol$ y $a = águila$.
En el segundo lanzamiento, el resultado de la segunda moneda no depende de lo que salió en la primera, es decir, los lanzamientos son independientes. Por lo que las probabilidades son las mismas.
- Paso 4: **Elaboración del Diagrama de árbol.**





SESIÓN 7



Ejercicios TPEI-SA1-ACT03: “Cuadro comparativo de experimentos simples y compuestos”

Instrucciones

Completar el cuadro comparativo de experimentos simples y aleatorios, con el acompañamiento del docente.

	Experimento simple	Experimento compuesto
Definición		
Características		
Ejemplo		
Numero de posibles resultados		
Cálculo de probabilidad		
Análisis del ejemplo.		





SESIÓN 9

Permutaciones y combinaciones.

Antes de explicar estos temas daremos a conocer conceptos importantes necesarios para la comprensión y el abordaje de estos.

Definición: Para un entero $n \geq 0$, n factorial (se denota $n!$) se define como:

- $0! = 1$
- $n! = n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$ para $n \geq 1$.
- Además, para cada $n \geq 0$, $(n+1)! = (n+1)(n!)$.

Ejemplo 1: ¿Cuál es el factorial de 2, 4 y 5?

Por la definición anterior:

Factorial de 2	Factorial de 4	Factorial de 5
$2! = 2(2-1) = 2(1)$ $= 2$	$4! = 4(4-3)(4-2)(4-1)$ $= 4(1)(2)(3)$ $= 24$	$5! = 5(1)(2)(3)(4)$ $= 120$

Se puede hacer uso de la calculadora para verificar estos resultados, empleando el símbolo de factorial visualizado en tu calculadora científica.



Permutaciones

Permutar es variar la disposición u orden en el que estaban dos o más cosas. Es necesario precisar si son o no indistinguibles. Si tenemos el conjunto $S = \{a, b, c\}$ una permutación de estos elementos es el acomodo u ordenación de ellos: $abc \quad acb \quad bac \quad bca \quad cab \quad cba$

En total habrá seis formas de poder acomodarlo y se puede calcular buscando el factorial de tres: $3! = 6$. Por lo que el número de permutaciones de n elementos distintos, tomados todos a la vez, se denota por $n!$.

Si tenemos un conjunto de n elementos, una ordenación de un número r de elementos de este conjunto con $r < n$ se denomina permutación, para la primera posición se puede seleccionar cualquiera de los n objetos, para la segunda uno de los restantes $n - 1$, así hasta la r -ésima posición. En este momento se han empleado $r - 1$ objetos quedando $n - (r - 1)$ objetos para hacer la selección. Por lo tanto, el número de permutaciones P de n objetos si se toma r a la vez es:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

En el caso de que $n = r$, la expresión queda reducida a que el número de permutaciones es $n!$

Ejemplo 1: Se tiene las letras a, b, c, d ¿Cuántos ordenamientos diferentes podemos hacer que contengan tres letras cada uno?

Solución:

Datos:

Total de elementos $n = 4$

Total de ordenaciones $r = 3$

Aplicando la fórmula: $P(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$

Analizamos particularmente casos de permutación con repetición y sin repetición.

Permutaciones con repetición

Cuando uno o varios elementos están repetidos, el cálculo de las permutaciones varía; en este caso se habla de permutaciones con repetición. El número de permutaciones de m objetos de los cuales existen datos o elementos que se repiten, es decir, son iguales es:

$$\frac{m!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_r!}$$

Donde $n_1, n_2, \dots, n_r$ son los elementos u objetos que se repiten.

Ejemplo 1: En la palabra **funaron** comúnmente utilizada en el contexto actual entre los estudiantes, encuentre las formas de acomodar la palabra.

Solución: Esta palabra contiene siete letras en total, de las cuales se repite la letra n , dos veces. Por lo tanto $m = 7$, $n_1 = 2$. Sustituyendo

$$\frac{7!}{2!} = 2,520 \text{ Las formas de ordenar esta palabra.}$$

Ejemplo 2: De la palabra COBACHITO, ¿Cuántas formas de acomodar esta palabra se tendrá?

Solución: La palabra está formada con 9 letras en total, se toma en cuenta la repetición de la letra O y C dos veces cada una. Por lo que el cálculo quedaría:

$$\frac{9!}{2! \cdot 2!} = 90,720$$

Es decir, habría 90,720 formas de ordenar la palabra COBACHITO.

Ejemplo 3: Suponga ahora que la palabra es **Otorrinolaringólogo**, ¿Cuántos formas de ordenar sería para este caso?

OBSERVE:

Está
formado por
19 letras.

Se repite la
letra o , Seis
veces

Se repite la
letra r tres
veces

Por lo tanto, para este caso el resultado sería:



$$\frac{19!}{6! 3!} = 2.81 \times 10^{13} \text{ el total de formas a ordenar.}$$

Permutaciones sin repetición

Si tengo un conjunto formado por m elementos distintos, recibe el nombre de permutación sin repetición de estos m elementos, a cada uno de los distintos grupos que pueden formarse de manera que cada uno de ellos contenga los m elementos dados, cuya diferencia de un grupo y otro, es únicamente el orden de colocación de sus elementos. Para calcular el total de permutaciones sin repetición de m elementos, se aplica la siguiente fórmula:

$$P_m = m!$$

Donde P_m denota el número de permutaciones sin repetición.

Ejemplo 1: Un grupo de estudiantes se organizó con su docente para salir de excursión, el cual durara un día, para poder recorrer diferentes lugares cercanos: la playa, el museo, un parque de diversiones. ¿Cuántas rutas diferentes pueden elegir los estudiantes para realizar recorrido?



Solución: Son tres lugares que desean visitar, pueden iniciar con cualquiera, se toma todos los elementos, es una permutación sin repetición donde $m = 3$. Entonces

$$P_3 = 3! = 6 \text{ Por lo que, pueden elegir seis rutas diferentes.}$$

Combinación

Una combinación es una disposición de todos los elementos de un conjunto, sin tener en cuenta el orden de ellos. El número de combinaciones o subconjuntos no ordenados, en donde cada uno está formado por elementos que se obtienen de un conjunto de elementos, está dada por:

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{o} \quad \left[\begin{matrix} n \\ r \end{matrix} \right] = \frac{n!}{(n-r)!r!}; \text{ donde } C(n, r) \text{ representa el número de combinaciones.}$$





Características

Permutación

- Parte de n elementos diferentes tomados de r maneras ($r \leq n$).
- El orden en el que disponen los elementos no es importante.

Combinación

- El orden es importante.
- Parte de n elementos distintos, se toma distintas ordenaciones de esos elementos.

Ejemplo 1: Un estudiante realiza una prueba en la UAC de Taller de Probabilidad y Estadística I de 20 preguntas de las cuales debe responder correctamente 12 para aprobar dicha prueba. ¿Cuál sería el número de alternativas que tiene para poder aprobar?

Solución:

Datos:

Total de datos: $n = 20$

Total de ordenamientos: $r = 12$

Sustituyendo los valores

$$C(20, 12) = \frac{20!}{(20-12)!12!} = \frac{20!}{8!12!} = 125,970 \text{ alternativas diferentes para poder aprobar.}$$

Combinaciones con repetición

Sea un conjunto formado por m elementos todos ellos distintos entre sí recibe el nombre de combinaciones con repetición de orden n de m elementos; cada grupo formado por n elementos, distintos o repetidos, tomados de los m dados. El total de esos grupos ordenados se indica por $CR_{m,n}$. El número de combinaciones con repetición de orden n que pueden formarse con los de m elementos de un conjunto, está dado por:

$$CR_{m,n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!} \text{ Donde } CR_{m,n} \text{ representa el número de combinaciones con repetición.}$$



Combinaciones sin repetición

Un conjunto formado por m elementos distintos, recibe el nombre de combinación simple de orden n de esos m elementos ($n \leq m$); cada grupo formado por n elementos tomados de los m y tal que dos combinaciones se considerarán distintas si difieren en alguno de sus elementos. El total de combinaciones simples de orden n que pueden formarse con los m elementos de un conjunto dado, es:

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!} \quad \text{Donde } C_{m,n} \text{ es el número de combinaciones sin repetición.}$$

Variaciones con y sin repetición.

Una ordenación de un número r de elementos del conjunto de n elementos, $r \leq n$, se denomina variación. Son permutaciones en las que implica un orden en la colocación de los elementos, tomando únicamente una parte de los elementos.

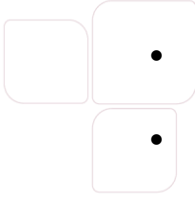


Una variación puede construirse seleccionando el elemento que será colocado en la primera posición del arreglo de entre los n elementos, para luego seleccionar el elemento de la segunda posición de entre los $n - 1$ elementos restantes, para seleccionar después el tercer elemento de entre los $n - 2$ restantes, y así sucesivamente. Se trata pues de una permutación de n elementos tomando r a la vez, (Morales A. 2007).

Ejemplo 1: En la biblioteca de un plantel, los encargados desean ordenar los libros de acuerdo con la asignatura. Se tiene cuatro tipos de asignaturas, Probabilidad (P), Química (Q), Historia (H) y Dibujo (D) y en cada estante colocarán estos libros. ¿De cuantas maneras diferentes se puede ordenar estos cuatro libros en un estante, sin repetir ninguno?

Solución:

Observe que:



- Cualquier libro puede ir en la primera posición, entonces habrá cuatro opciones para este caso.
- En la segunda posición habrá solo tres opciones, ya que no se puede repetir y así sucesivamente.

Por lo tanto, quedaría representado de la siguiente manera.

4	3	2	1
---	---	---	---

En este ejercicio se solicita conocer el número de permutaciones de cuatro elementos distintos, tomados todos.

Por tanto: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 = 4!$ Tenemos 24 formas diferentes de ordenar los libros.

Ejemplo 2: Consideremos el ejemplo anterior, ordenación de los libros, supongamos ahora que se va a ordenar dos de ellos. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ordenar?

Solución:

- Para la primera posición se tiene cuatro opciones.
- En la segunda habrá tres opciones dado que no se puede repetir.

El total de formas diferentes de ordenar queda de la siguiente manera:

4	3
---	---

En este caso se trata de un problema tipo de variación, en donde se pide el número de permutaciones de 4 elementos distintos tomados 2 a la vez.

$$P(4, 2) = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 12 \text{ formas diferentes de ordenarse.}$$

Variaciones con repetición

Sea un conjunto formado por m elementos distintos, recibe el nombre de variación con repetición de orden n cualquier grupo formado por n elementos, no necesariamente distintos, tomados entre los m del conjunto original. Al poder repetir elementos puede que sea $n > m$. Según (C. Ortiz, A. Méndez, E. Martín y J. Sendra, 2011).





El total de variaciones con repetición de orden n que pueden formarse con los m elementos de un conjunto dado, es

$VR_{m,n} = m^n$ donde $VR_{m,n}$ es el número de variaciones con repetición.

Ejemplo 1: Actualmente se sabe que los expertos en fraude encuentran diversas maneras de robar la contraseña de una persona para acceder a un sitio o aplicación de interés. Al analizar esta situación un estudiante de Taller de probabilidad y estadística I del COBATAB desea investigar cómo encontrar diversas formas de crear su contraseña, comienza tomando las nueve cifras del sistema decimal. ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con las nueve cifras del sistema decimal?

Solución:

- El orden importa ya que se trata de números.
- No indica que sean cifras distintas, por lo que pueden repetirse.
- Aplicamos la ecuación para variaciones con repetición

$$VR_{9,3} = 9^3 = 729$$

Observe que al ser una contraseña hay ciertas reglas que se debe cumplir por recomendación y seguridad, para analizar este caso, veremos el siguiente tema.

Variación sin repetición

Serán variaciones sin repetición cuando todos los elementos de que disponemos son distintos y se define como las variadas formas de ordenar todos esos elementos distintos, por lo que la única diferencia entre ellas es el orden de colocación de los elementos. El número de variaciones sin repetición de n objetos tomados r en r es:

$P(n) = n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$ con n y r naturales, $P(n)$ número de variaciones sin repetición.

Las características que permiten determinar si el experimento se trata de una variación sin repetición son, dos muestras difieren: En el orden de sus elementos o por lo menos en un elemento, los elementos no se repiten en la misma muestra.





Ejemplo: ¿Cuántos números de tres cifras diferentes se pueden formar con los dígitos que componen el número 24756?

Solución:

Podemos tomar algunas muestras: 756, 567, 247.

Revisemos si cumple las características: **Difieren**

Orden de sus elementos: 756, 567	Por lo menos en un elemento: 756, 247	Los elementos no se repiten en la misma muestra.
--	--	---

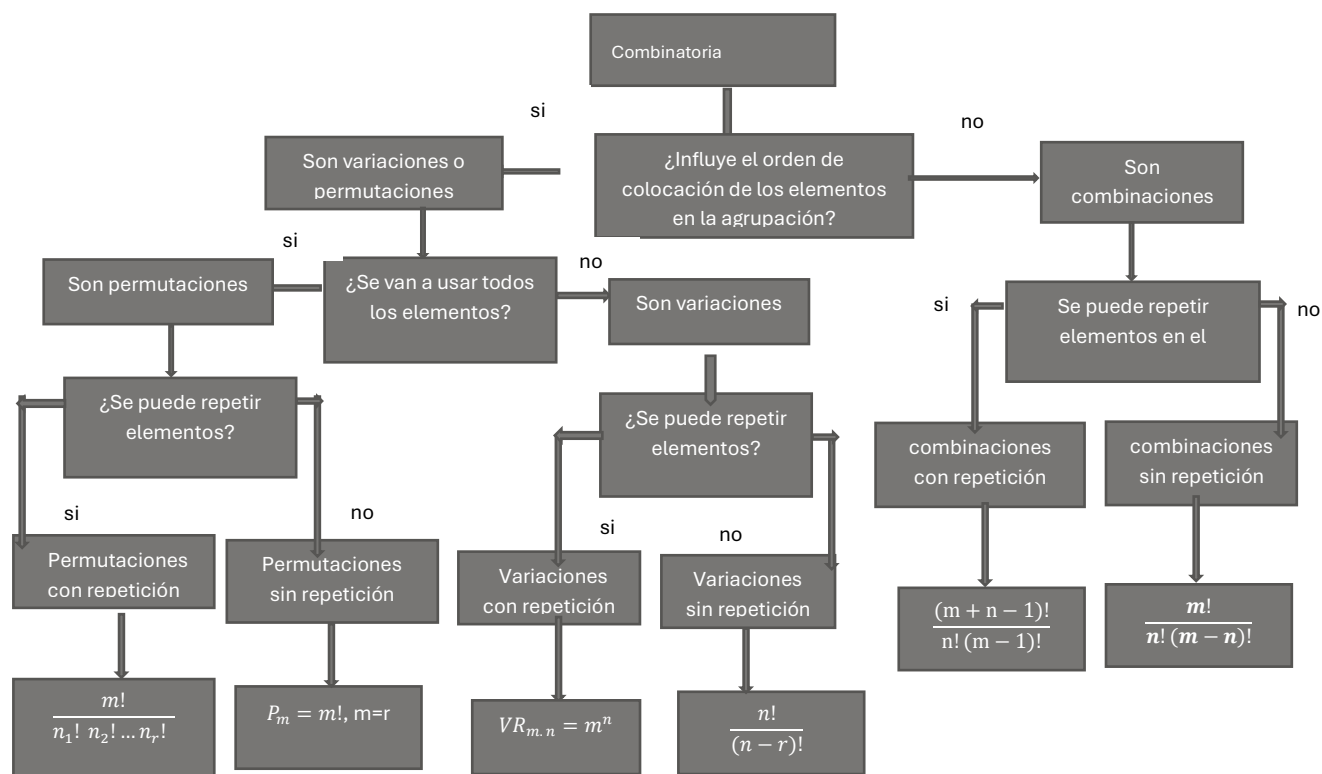
Es un caso de variación sin repetición.

Tabla de comparación de casos		
Ejemplo	Solución	Tipo técnica de conteo
¿Cuántos números de tres cifras pueden hacerse con las cifras 2, 4, 6, 8, 10 y 12 ? Que sean diferentes.	Se puede formar el número 246 y con estos mismos números se forman 462. Tienen los mismos elementos, pero son números diferentes. Influye el orden de colocación.	Variación
Con los números 1, 2, 3, 4, 5 . ¿Cuántas sumas diferentes de tres sumandos cada una puede hacerse?	Solución: Podemos tomar $3 + 4 + 5 = 12$, con los mismos números sumamos $5 + 4 + 3 = 12$, observe que el resultado es el mismo. En este caso no influye el orden de colocación de los elementos.	Combinación.





En el siguiente esquema podemos observar, un resumen de los temas de combinatoria.



Nota: Adaptado de Guía de aprendizaje N. 2, (p. 6) por Bejar

H. I. Departamento de Matemáticas.



Aplicación del conteo en problemas de probabilidad

En el estudio de la probabilidad, el conteo es una herramienta fundamental para determinar el número total de resultados posibles de un experimento, es decir de eventos favorables sin necesidad de enumerar manualmente cada caso. Este enfoque es especialmente útil cuando se trabaja con experimentos que tienen múltiples etapas o combinaciones posibles.

Como vimos en temas anteriores las técnicas de conteo permiten calcular la cantidad de formas en que puede ocurrir un evento, calcula de formas más fácil el número de casos totales como resultado de un experimento probabilístico. Entre las técnicas más relevantes se encuentran:

Técnicas de conteo

Principio multiplicativo: técnica para calcular el número total de formas en que pueden ocurrir varios eventos secuenciales

Principio aditivo: Si dos eventos no pueden ocurrir al mismo tiempo, el número total de formas es la suma de las formas de cada uno.

Combinaciones: Selección de elementos donde el orden no importa.

Permutaciones: Arreglos de elementos donde el orden importa.

Diagrama de árbol: útil para listar posibles resultados de eventos sucesivos.

Cálculos probabilísticos en eventos compuestos

Un evento compuesto es aquel que está formado por dos o más eventos simples. Para calcular probabilidades en eventos compuestos, debes identificar si los eventos son independientes o dependientes, y luego utilizar las reglas de probabilidad correspondientes.

Para eventos independientes, se multiplican las probabilidades individuales; para eventos dependientes, se considera la probabilidad condicional.

- 1. Eventos Independientes:** La ocurrencia de un evento no afecta la ocurrencia del otro. Si dos eventos A y B son independientes, la probabilidad de que ambos ocurran se calcula multiplicando las probabilidades de cada evento: $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$.





Ejemplo: Lanzar una moneda dos veces.

La probabilidad de obtener cara en el primer lanzamiento es $1/2$.

La probabilidad de obtener cara en el segundo lanzamiento es $1/2$.

La probabilidad de obtener cara en ambos lanzamientos es $(1/2) * (1/2) = 1/4$.

- 2. Eventos Dependientes:** Si dos eventos, A y B, son dependientes, la probabilidad de que ambos ocurran se calcula considerando la probabilidad condicional de que B ocurra dado que A ya ocurrió: $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B|A)$.

Ejemplo 1: Sacar una carta de una baraja, no reemplazarla, y luego sacar otra carta.

La probabilidad de sacar un as en la primera extracción es $4/52$.

La probabilidad de sacar un as en la segunda extracción, dado que ya sacaste un as en la primera, es $3/51$.

La probabilidad de sacar dos ases es $(4/52) * (3/51) = 1/221$.

Ejemplo 2. Probabilidad de eventos dependientes (extracción sin reemplazo)

En una urna hay 5 bolas blancas y 3 negras. Se extraen dos bolas sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean blancas?

- Probabilidad de que la primera bola sea blanca: $5/8$
- Después de sacar una blanca, quedan 4 blancas y 7 bolas en total.
- Probabilidad de que la segunda bola sea blanca: $4/7$

Por ser eventos dependientes:

$$P(2 \text{ blancas}) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14} \approx 0.357$$

Eventos Mutuamente Excluyentes (O): En el caso de estos elementos de orden cuantificable se dice que Si dos eventos, A y B, son mutuamente excluyentes (no pueden ocurrir al mismo tiempo), la probabilidad de que al menos uno de ellos ocurra se calcula sumando las probabilidades de cada evento: $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$. por lo tanto la ocurrencia de los resultados es una a la vez, sin que afecte el resultado del otro.





Ejemplo: Lanzar un dado.

La probabilidad de obtener un número par es $3/6$ (o $1/2$).

La probabilidad de obtener un número impar es $3/6$ (o $1/2$).

La probabilidad de obtener un número par o impar es $1/2 + 1/2 = 1$.

3. Eventos No Mutuamente Excluyentes (O):

Una de las características de estos tipos de conteo es que se muestran dos eventos de manera simultánea, se presenta durante la ejecución del problema probabilístico. Si dos eventos, A y B, no son mutuamente excluyentes, la probabilidad de que al menos uno de ellos ocurra se calcula sumando las probabilidades de cada evento y restando la probabilidad de que ambos ocurran:

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$$

Ejemplo: Sacar una carta de una baraja. La probabilidad de sacar una carta roja es $26/52$ (o $1/2$).

La probabilidad de sacar una carta de picas es $13/52$ (o $1/4$).

La probabilidad de sacar una carta roja o de picas es $1/2 + 1/4 - (1/4) = 1/2$.

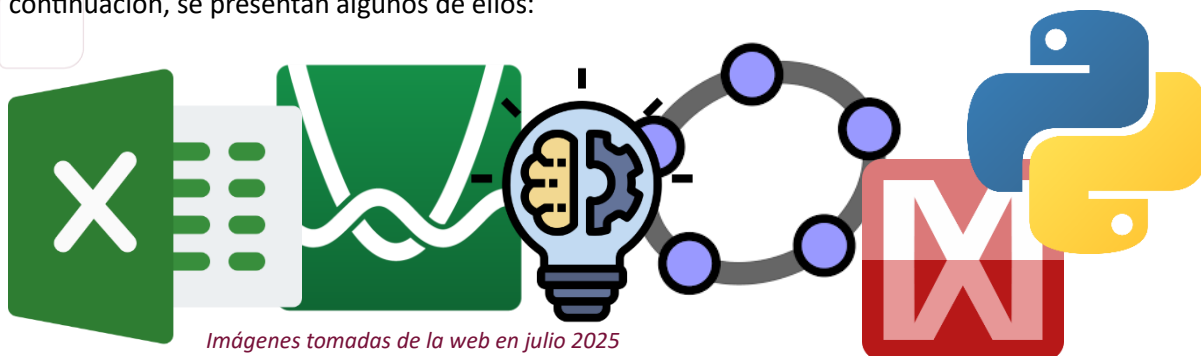
USO DE SOFTWARE Y TECNOLOGÍAS PARA RESOLVER PROBLEMAS.

En el contexto educativo actual, la incorporación de **software y tecnologías digitales** es fundamental para el aprendizaje efectivo de la probabilidad y estadística. Estas herramientas permiten automatizar cálculos complejos, facilitar la visualización de datos y conceptos, promover un aprendizaje activo y contextualizado, acorde con los principios de la Nueva Escuela Mexicana que impulsa el uso de tecnologías para fortalecer competencias digitales y matemáticas en los estudiantes (DGB, 2024)





El uso de software estadístico y tecnologías facilita la solución de problemas de probabilidad y técnicas de conteo, permitiendo realizar cálculos complejos rápidamente y visualizar resultados. A continuación, se presentan algunos de ellos:



Imágenes tomadas de la web en julio 2025

Excel	https://www.microsoft.com/es-mx/microsoft-365/excel Cálculo de combinaciones, tablas, gráficos, simulaciones sencillas.
GeoGebra	https://www.geogebra.org/?lang=es Visualización gráfica, diagramas de árbol, simulaciones interactivas.
Mathway	https://www.mathway.com/es/Algebra Resolución paso a paso de problemas, Interpretación de fórmulas.
R / Python	https://www.python.org/ Automatización de cálculos, análisis de datos, simulaciones complejas.
Desmos	https://www.desmos.com/calculator?lang=es Gráficas interactivas, Probabilidad visual en rectas y áreas





Actividad de aprendizaje con ejemplo práctico. ¿Será la suerte?

Instrucciones: Después de haber revisados los ejemplos de las técnicas de conteo en probabilidad vamos a crear un archivo en Excel para resolver los siguientes problemas, para hacer el cálculo de probabilidad formados en binas elaboran la práctica guiada **¿Será la suerte?**

Practica 1 los dados.

En la feria del pueblo, hay un puesto de juegos de azar, en ella se entregan premios de acuerdo con la suma de los resultados que arroja los lanzamientos después de 10 tiros de los 2 dados, se quiere conocer las combinaciones que se dan durante el proceso,

Datos:

Dado 1

Dado 2

Suma de los dados:



Para obtener el número de cada tiro utilizamos la siguiente formula que anotaremos en las celdas de cada dado como, por ejemplo: =ALEATORIO.ENTRE(1,6)

Se suman las cantidades del resultado del tiro de cada dado en la celda D3, por lo que utilizamos la siguiente formula =B3+C3 (esto dependerá del espacio dentro de la hoja de cálculo donde haya colocado los datos).

B3			=ALEATORIO.ENTRE(1,6)		
			A	B	C
			NO. LANZAMIENTO	DADO 1	DADO 2
			1	5	2
			2	6	5
			3	3	2
			4	6	1
			5	5	6
			6	5	4
			7	2	3
			8	6	2
			9	2	1
			10	1	2
			11	2	3

Actualmente existen plataformas que también nos ayudan a realizar el tiro de dados como:

Escaneame





Practica 2. Tiro moneda: Águila o Sol

Un grupo de amigos se reunieron para pasar la tarde y uno de ellos sacó una moneda y propuso jugar verdad o reto, donde el águila representaba verdad y sol al reto. Para llevar un mejor control realizaron una hoja de cálculo con los datos de cada ronda, se acordó realizar 50 tiros, al final querían saber ¿Cuántas veces callo sol? y ¿Cuántas águilas?

Colocaron dos columnas:

Columna A = lanzamientos

Columba B = moneda

No. LANZAMIENTO	LADO MONEDA
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

=SI(ALEATORIO() $\leq$ 0.5,"Águila","Sol")	
A	B
2	Águila
3	Sol
4	Sol
5	Sol
6	Sol

Para saber el resultado de cada lanzamiento escribir en la celda B2: =SI(ALEATORIO() $\leq$ 0.5;"Águila";"Sol")

Después de realizar los 50 lanzamientos y se registrar cada tiro, se visualiza el resultado de Sol y Águila, anotar la formula, CONTAR SI, por lo que en la celda D3 escribiremos "ÁGUILA", y en la celda D4 colocaremos "SOL".

En la celda E3, se coloca la formula
=CONTAR.SI(B2:B51;"Águila")

En la celda E4, se anota la formula
=CONTAR.SI(B2:B51;"Sol")

=CONTAR.SI(B2:B51,"Águila")				
	C	D	E	F
		ÁGUILA	=CONTAR.SI(B2:B51,"Águila")	
		SOL	29	

Escaneame



Podemos utilizar la aplicación <https://app-sorteos.com/es/apps/cara-o-cruz> para jugar el reto



Practica 3 sorteo:

En la ciudad hay un restaurant que registra sus clientes para tener control sobre sus ventas, debido a la demanda y como publicidad ofrecen una rifa a los primeros 30 clientes que asisten durante el día por lo que al entrar se le entrega un boleto con el número de cliente que le asigna el sistema, para tener control crearon una tabla en Excel con los siguientes datos:

Columna A1: No. del cliente

Columna B1: No. Asignado

Columna C1: Resultado

	A	B	C	D
1	Cliente	Número Asignando	Resultado	
2	cliente 1			
3	cliente 2			
4	cliente3			
5	cliente 4			

Para saber el numero asignado que se registra en el sistema utilizaremos la siguiente formula: =ALEATORIO.ENTRE(1;30), en la celda B2, se colocara su registro.

	A	B	C
1	Cliente	Número Asignando	Result
2	cliente 1	=ALEATORIO.ENTRE(1,30)	
3	cliente 2	ALEATORIO.ENTRE(inferior, superior)	11 No
4	cliente3		1 No

Para asignar al ganador, se utiliza la columna C, donde se coloca la formula =SI(B2=18;"Sí";"No") por lo que el numero asignado debe ser del 1 al 30, comparado entre los clientes.

	B	C	D
	Número Asignando	Resultado	ganador
	2	=SI(B2=25,"Sí","No")	
	24	No	PERDEDOR
	22	Sí	GANADOR
	3	No	PERDEDOR
	17	No	PERDEDOR

Después de registrar los resultados se anuncia al ganador, el premio que se ofrece es que el servicio es gratis.

	A	B	C	D	E	F
	Cliente	Número Asignando	Resultado	Ganador		
	cliente 1		16 No	=SI(C2:C31="sí", "GANADOR", "PERDEDOR")		
	cliente 2		15 No	PERDEDOR		
	cliente3		15 No	PERDEDOR		
	cliente 4		24 No	PERDEDOR		
	cliente 5		16 No	PERDEDOR		



SESIÓN 9

La probabilidad a lo largo de la historia siempre ha cumplido una función dentro de la sociedad, ya que facilita la resolución de problema, especialmente para aquellos que involucran cálculos complejos o requieren un muestreo sobre una situación del contexto, de ahí que por necesidad hayan surgidos herramientas que ayuden a resolverlas como el ábaco, las calculadoras, entre otras, que de acuerdo a los cambios sociales y las tecnologías se han perfeccionado, garantizando mejor rendimiento para el análisis, la interpretación y el resultado, con la finalidad de utilizarse en las diferentes áreas de conocimiento como la física, las estadísticas, las matemáticas y la filosofía. Con el inicio de la era global y el auge del mundo informativo la sociedad ha apostado a la digitalización de las cosas y el mundo virtual, en el caso de la probabilidad le beneficio el cambio, debido a la generación de programas informático basado en la realidad aumentada y la inteligencia artificial que simulan situaciones de la vida real, de ahí la facilidad de realizar un muestreo con resultados casi precisos.

Uso de software y tecnologías para resolver problemas

Aplicación del conteo en problemas de probabilidad

En el estudio de la probabilidad, el conteo es una herramienta fundamental para determinar el número total de resultados posibles de un experimento, de eventos favorables sin necesidad de enumerar manualmente cada caso, así como el número de resultados favorables. Este enfoque es especialmente útil cuando se trabaja con experimentos que tienen múltiples etapas o combinaciones posibles.

Descripción

Las técnicas de conteo permiten calcular la cantidad de formas en que puede ocurrir un evento, lo cual es esencial para determinar probabilidades. Se utilizan especialmente cuando los eventos tienen una estructura combinatoria compleja, y se dividen en tres técnicas principales: **principio de la multiplicación, permutaciones y combinaciones.**

Características principales

1. **Rápido cálculo:** Facilitan la obtención del total de casos posibles sin listar cada uno.
2. **Ahorro de tiempo y esfuerzo:** Permiten resolver problemas grandes de forma eficiente.
3. **Aplicabilidad amplia:** Se usan en problemas de selección, ordenamiento y distribución.



4. **Dependen del contexto:** La técnica elegida varía si el orden importa o si hay repetición.

Elementos de las técnicas de conteo

1. Principio de la multiplicación:

Si un experimento se puede dividir en etapas independientes, y cada etapa tiene un número determinado de formas de realizarse, el total de formas se obtiene multiplicando esos valores.

Ejemplo: Si una contraseña se forma con 2 letras (26 opciones cada una) y 1 número (10 opciones), hay $26 \times 26 \times 10 = 6760$ contraseñas posibles.

2. Permutaciones:

Se utilizan cuando se desea contar de cuántas maneras se pueden ordenar elementos y **el orden importa**.

- Sin repetición: $P(n) = n$

- Con repetición: $P(n; n_1, n_2, \dots) = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots}$

3. Combinaciones:

Se aplican cuando el orden **no importa**, y se desea saber de cuántas maneras se puede seleccionar un subconjunto de elementos.

- Fórmula: $C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Ventajas

- **Precisión matemática:** Proveen resultados exactos y confiables.
- **Generalización de problemas:** Son aplicables a una gran variedad de situaciones.
- **Reducción de complejidad:** Evitan el uso de listas o diagramas extensos.
- **Base para el cálculo de probabilidades:** Son la base para usar la fórmula clásica de probabilidad:

$$P(\text{eventos}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Desventajas

- **Requieren comprensión teórica:** Pueden resultar abstractas para quienes no dominan la lógica matemática.



- **Confusión entre técnicas:** Es común no saber si aplicar combinaciones o permutaciones.
- **Sensibles al contexto:** Un pequeño cambio en el enunciado puede cambiar completamente la técnica adecuada.
- **No se aplican bien en todos los casos:** En experimentos con muchas dependencias o incertidumbre continua, no siempre son útiles.

Ejemplo práctico:

Problema:

Una caja contiene 5 pelotas rojas y 3 pelotas azules. Se extraen al azar 2 bolas sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas bolas extraídas sean rojas?

Paso 1: Determinar el número total de formas de extraer 2 pelotas sin importar el color.

Aquí aplicamos el conteo mediante combinaciones, ya que el orden de extracción no importa:

$$\text{Total de formas} = \binom{8}{2} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28$$

Paso 2: Determinar el número de formas favorables (ambas pelotas rojas).

Como hay 5 bolas rojas, el número de formas de elegir 2 rojas es:

$$\text{Formas favorables} = \binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

Paso 3: Calcular la probabilidad.

Usamos la fórmula de probabilidad clásica:

$$P(2 \text{ rojas}) = \frac{\text{Formas favorables}}{\text{Formas posibles}} = \frac{10}{28} = 145$$

Gracias a las técnicas de conteo, como el uso de combinaciones, podemos calcular de forma precisa la probabilidad de eventos compuestos sin necesidad de enumerar todos los casos manualmente. Esta metodología es especialmente valiosa en contextos donde el número de posibilidades es grande o cuando el orden no es relevante.

Cálculos probabilísticos en eventos compuestos

Para calcular probabilidades en eventos compuestos, debes primero identificar si los eventos son independientes o dependientes, y luego utilizar las reglas de probabilidad correspondientes. Para





eventos independientes, se multiplican las probabilidades individuales; para eventos dependientes, se considera la probabilidad condicional.

Eventos Independientes:

Si dos eventos A y B son independientes, la probabilidad de que ambos ocurran se calcula multiplicando las probabilidades de cada evento:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B).$$

Eventos Dependientes:

Si dos eventos, A y B, son dependientes, la probabilidad de que ambos ocurran se calcula considerando la probabilidad condicional de que B ocurra dado que A ya ocurrió:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B|A).$$

Eventos Mutuamente Excluyentes (O):

Si dos eventos, A y B, son mutuamente excluyentes (no pueden ocurrir al mismo tiempo), la probabilidad de que al menos uno de ellos ocurra se calcula sumando las probabilidades de cada evento:

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B).$$

Eventos No Mutuamente Excluyentes (O):

Si dos eventos, A y B, no son mutuamente excluyentes, la probabilidad de que al menos uno de ellos ocurra se calcula sumando las probabilidades de cada evento y restando la probabilidad de que ambos ocurran:

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$$

Ejemplos:

1. Eventos independientes:

Lanzar una moneda dos veces. La probabilidad de obtener cara en el primer lanzamiento es $1/2$. La probabilidad de obtener cara en el segundo lanzamiento es $1/2$. La probabilidad de obtener cara en ambos lanzamientos es $(1/2) \cdot (1/2) = 1/4$.



2. Eventos dependientes:

Sacar una carta de una baraja, no reemplazarla, y luego sacar otra carta. La probabilidad de sacar un as en la primera extracción es $4/52$. La probabilidad de sacar un as en la segunda extracción, dado que ya sacaste un as en la primera, es $3/51$. La probabilidad de sacar dos ases es $(4/52) * (3/51) = 1/221$.

3. Eventos mutuamente excluyentes:

Lanzar un dado. La probabilidad de obtener un número par es $3/6$ (o $1/2$). La probabilidad de obtener un número impar es $3/6$ (o $1/2$). La probabilidad de obtener un número par o impar es $1/2 + 1/2 = 1$.

4. Eventos no mutuamente excluyentes:

Sacar una carta de una baraja. La probabilidad de sacar una carta roja es $26/52$ (o $1/2$). La probabilidad de sacar una carta de picas es $13/52$ (o $1/4$). La probabilidad de sacar una carta roja o de picas es $1/2 + 1/4 - (1/4) = 1/2$.

Para la concentración de datos compuestos de los problemas de probabilidad se puede hacer mediante una tabla de doble entrada, donde se registren los resultados con las posibles combinaciones.

Ejemplo: Evento compuesto con permutaciones

Una empresa quiere asignar 3 puestos distintos a 5 empleados. ¿De cuántas formas puede hacerlo?

Solución:

$$p(5,3) = \frac{5!}{(5,3)!} = \frac{120}{2} = 60 \text{ formas}$$

Ejemplo 2: Probabilidad con combinaciones

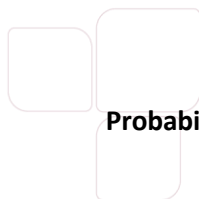
En una rifa se eligen 3 ganadores de un total de 10 boletos. ¿Cuál es la probabilidad de que tú ganes si compraste 1 boleto?

Total de combinaciones:

$$C(10,3) = \frac{10!}{3! 7!} = 120$$

Combinaciones que incluyen tu boleto:





Probabilidad:

$$C(9,2) = \frac{9!}{2!7!} = 36$$

$$p = \frac{36}{120} = 0.3 = 30\%$$

2. Uso de software y tecnologías para resolver problemas

Hoy en día es común usar herramientas tecnológicas para resolver problemas de probabilidad y conteo. Algunas opciones son:

Python (con librerías como math y itertools)

```
from math import comb, perm

# combinaciones de 10 elementos tomados de 3 en 3

print("combinaciones:", comb(10,3))#Output: 120

# permutaciones de 5 elementos tomados de 3 en 3

print("permutaciones:", perm(5,3))#Output: 60
```

Ejercicios prácticos

Ejercicio 1

Una caja contiene 6 pelotas rojas, 4 verdes y 5 azules. Se extraen 2 pelotas sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean del mismo color?

Ejercicio 2

¿Cuántas placas de auto distintas se pueden formar con 3 letras seguidas de 4 números si no se repite ningún carácter?

Ejercicio 3

En un grupo de 8 hombres y 6 mujeres, ¿de cuántas formas se puede formar un comité de 4 personas que incluya exactamente 2 mujeres?

Ejercicio 4 (tecnología)

Usa Excel para calcular la probabilidad de que, en 6 tiros de una moneda, salgan exactamente 4 caras. Usa la función BINOM. DIST.

En la vida cotidiana, estas técnicas se aplican en situaciones como organizar horarios, juegos de azar, distribución de recursos, combinaciones de contraseñas, rifas, entre otros. Para resolver estos





problemas de forma más eficiente y precisa, se puede hacer uso de software como **Excel**, **Python**, **GeoGebra** o calculadoras científicas.

1. Microsoft Excel

Función principal en probabilidad

Excel es una hoja de cálculo que permite realizar cálculos estadísticos y probabilísticos mediante funciones integradas. Es útil para calcular combinaciones, permutaciones, distribuciones de probabilidad, simulaciones y representaciones gráficas.

Funciones útiles en probabilidad

- $\text{COMBIN}(n, r)$: para combinaciones.
- $\text{PERMUT}(n, r)$: para permutaciones.
- $\text{BINOM.DIST}(x, n, p, \text{cumulative})$ para distribuciones binomiales.
- $\text{NORM.DIST}(x, \text{media}, \text{desviación}, \text{acumulado})$ — Distribución normal

Gráficos de barras, histogramas y diagramas de dispersión.

Ventajas

- Interfaz amigable y fácil de usar
- No requiere conocimientos de programación
- Visualización inmediata de resultados en tablas y gráficas
- Amplia disponibilidad en escuelas y oficinas

Desventajas

- Capacidad limitada para cálculos muy complejos
- Menor flexibilidad para simulaciones personalizadas
- Algunas funciones estadísticas avanzadas requieren versiones recientes

2. Python

Función principal en probabilidad

Python es un lenguaje de programación de alto nivel que permite realizar cálculos estadísticos complejos, simulaciones y análisis de datos a gran escala. Se utiliza con librerías como **math**, **numpy**, **scipy**, **pandas** y **matplotlib**.

Funciones útiles en probabilidad





- `math.comb(n, r)` – Combinaciones
- `math.perm(n, r)` – Permutaciones
- `scipy.stats.binom.pmf(k, n, p)` – Distribución binomial
- `numpy.random.choice()` – Simulaciones aleatorias
- `matplotlib.pyplot` – Gráficas de distribución

Ventajas

- Permite resolver problemas complejos y personalizados
- Ideal para automatizar cálculos repetitivos
- Se puede integrar con bases de datos y análisis de grandes volúmenes de datos
- Gratuito y de código abierto

Desventajas

- Requiere conocimientos de programación
- Curva de aprendizaje inicial moderada
- Necesita instalación de software y librerías adicionales

Python (con librerías como `math` y `itertools`)

- `from math import comb, perm`
- `# combinaciones de 10 elementos tomados de 3 en 3`
- `print("combinaciones:", comb(10, 3))` #Output: 120
- `# permutaciones de 5 elementos tomados de 3 en 3`
- `print("permutaciones:", perm(5, 3))` #Output: 60

3. GeoGebra

Función principal en probabilidad

GeoGebra es una herramienta interactiva diseñada para representar gráficamente conceptos matemáticos. En probabilidad, permite simular experimentos aleatorios, visualizar distribuciones y construir diagramas.

Funciones útiles en probabilidad

- Simulación de tiradas de monedas, dados y urnas
- Representación gráfica de distribuciones (binomial, normal, etc.)
- Diagramas de árbol





- Probabilidad condicional y eventos compuestos

Ventajas

- Interfaz visual e intuitiva
- Ideal para el aprendizaje visual y didáctico
- Útil para estudiantes de nivel medio superior y licenciatura
- Gratuito y en línea

Desventajas

- Limitado en cálculos estadísticos complejos
- No tan eficiente para análisis de grandes datos
- Menor flexibilidad comparado con Python

Ejemplo 1: Organización de una contraseña (Permutaciones)

Situación: María quiere crear una contraseña de 4 letras usando las letras A, B, C, D, E, sin repetir ninguna letra. ¿Cuántas contraseñas posibles puede formar?

Solución manual:

Como se trata de una **permutación sin repetición**, usamos la fórmula:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

$$P(5, 4) = \frac{5!}{(5 - 4)!} = \frac{120}{1} = 120 \text{ contraseñas posibles}$$

Solución con Excel:

Usa la función:

$$= \text{PERMUT}(5, 4) \rightarrow \text{Resultado: } 120$$

Solución con Python:

```
from math import perm  
print(perm(5, 4)) # Output: 120
```

Ejemplo 2: Sorteo de una rifa (Combinaciones)





Situación: En una rifa escolar se elegirán 3 ganadores entre 10 alumnos. ¿Cuántas combinaciones diferentes pueden obtenerse?

Solución manual:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$C(10, 3) = \frac{10!}{3!7!} = \frac{3628800}{6 \times 5040} = 120$$

Solución con Excel:

$$= COMBIN(10, 3) \rightarrow \text{Resultado: } 120$$

Solución con Python:

```
from math import comb  
  
print(comb(10, 3)) # Output: 120
```

Ejemplo 3: Probabilidad de sacar una combinación de colores en una caja (Uso de combinaciones y probabilidad)

Situación: En una caja hay 3 pelotas rojas y 2 azules. Se sacan 2 pelotas al azar sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean rojas?

Total de formas de sacar 2 pelotas de 5:

$$C(5, 2) = 10$$

Formas de sacar 2 rojas de las 3 disponibles:

$$C(3, 2) = 3$$

Probabilidad:

$$P = \frac{3}{10} = 0.3 = 30\%$$



En Excel:



$$= \text{COMBIN}(3,2)/\text{COMBIN}(5,2)$$

→ Resultado: 0.3

En Python:

```
print(comb(3,2) / comb(5,2)) # Output: 0.3
```

Ejemplo 4: Uso de software para calcular probabilidades binomiales

Situación: Una persona lanza una moneda 5 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara exactamente 3 veces?

Se usa la **distribución binomial** con:

$$n = 5 \text{ (intentos)}$$

$$k = 3 \text{ (éxitos)}$$

$$p = 0.5 \text{ (probabilidad de cara)}$$

Fórmula binomial:

$$P(X = k) = C(n, k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

$$P(X = 3) = C(5, 3) \cdot (0.5)^3 \cdot (0.5)^2 = 10 \cdot 0.125 \cdot 0.25 = 0.3125$$

En Excel:

$$= \text{BINOM.DIST}(3, 5, 0.5, \text{FALSE})$$

→ Resultado: 0.3125

En Python:

```
from math import comb
```

```
p = comb(5,3) * (0.5)**3 * (0.5)**2
```

```
print(p) # Output: 0.3125
```



SESIÓN 10 Y 11



Abordaje de la Situación de Aprendizaje 1: Tentando a la suerte

Estrategia didáctica: Informe

Propósito de la situación

En **equipo de 5 integrantes** **elaborar un informe** de resultados que resuelva la situación didáctica “Tentando a la suerte”, registrando los resultados en tablas, *usando herramientas tecnológicas como Excel, Google Sheets, Geogebra y simuladores en línea (Desmos, Seeing Theory, TinkerPlots)* **donde describan el fenómeno planteado, el análisis probabilístico e interpretación, aplicando conceptos de probabilidad y técnicas de conteo, socializando sus resultados en plenaria.**

Problema del contexto

De acuerdo con las experiencias compartidas en colegiado por los docentes del Colegio de Bachilleres de Tabasco, se ha detectado que los estudiantes de 5to. semestre presentan dificultades para comprender la aplicación en su contexto de los conceptos básicos de probabilidad y técnicas de conteo, por lo que el COBATAB ha decidido llevar a cabo una Feria de Juegos de Azar dentro el aula de clase, con la cual se pretende que pongan en práctica aprendizaje experiencial a través de los juegos como tirar una moneda, lanzar un dado, usar una ruleta, tiro al blanco, lotería, UNO, entre otros, lo que les permitirá realizar inferencias sobre los resultados, analizando fenómenos cotidianos que implican incertidumbre y variabilidad, para desarrollar habilidades de análisis, predicciones y toma de decisiones

Conflicto cognitivo

1. De acuerdo con los juegos que hay en la Feria escribe cual sería el espacio muestral de cada uno y variable ¿Cómo pudieron identificarlo?
2. Teniendo en cuenta el juego seleccionado y la cantidad de jugadores, ¿Qué enfoque de probabilidad aplicarías para saber qué posibilidades tienes de ganar?
3. Si para participar en la feria debe seguirse un orden en los juegos. ¿De cuantas maneras pueden elegirse 3 juegos?
4. Si un estudiante escoge 3 juegos del total de ellos. ¿Cuál es la probabilidad de escoja la ruleta?
5. Si elegiste jugar “UNO” y se reparten 3 cartas a un jugador de un mazo de 108, ¿Cuántas combinaciones posibles hay? ¿Cuántas combinaciones diferentes se pueden hacer si las 3 cartas deben ser del mismo color?
6. En una ronda de “UNO”, ¿Cómo podrías predecir la probabilidad de que un jugador tenga una carta +4 en su mano? ¿Te basarías en un enfoque clásico, frecuencial o subjetivo? Justifica tu elección



Instrumento de evaluación

TPEI-SA1: "Tentando a la suerte"

Lista de Cotejo

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes	*	*	
	*		
	*		
Producto esperado	Informe	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Criterios de evaluación	Indicadores	Si No	
		Si	No
20%	Reconocen el espacio muestral y eventos, variables aleatorias, y el enfoque probabilístico para resolverlo.		
20%	Elaboran de manera coherente y ordenada el reporte: presentación, desarrollo, conclusión y bibliografías.		
20%	Resuelven correctamente el conflicto cognitivo aplicando los tipos de probabilidad y de técnicas de conteo.		
20%	Utiliza las herramientas digitales para procesar e interpretar la información de las tablas y comparar los resultados obtenidos.		
10%	Se relaciona con sus compañeros de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.		
10%	Entrega el reporte en tiempo y forma, presentándolo ante el grupo.		
Calificación			

Aspectos para mejorar:



SESIÓN 12



Presentación de los resultados

Estrategia didáctica: Informe Situación de Aprendizaje 1

En plenaria, pasaran por equipo a exponer su informe (física o digitalmente) de los resultados obtenidos en la solución de la SA1 "Tentando a la suerte" que da respuesta al conflicto cognitivo para recuperar experiencias de aprendizaje.



Cierre de la Situación de aprendizaje



Referencias Bibliográficas SA1

(s.f.). Obtenido de

http://asesorias.cuautitlan2.unam.mx/Laboratoriovirtualdeestadistica/CARPETA%203%20INFERENCIA_ESTADISTICA/DOC_%20INFERENCIA/TEMA%204/08%20PRUEBA%20DE%20CHICUADRADA.pdf

Awada, N., Buchanan, L., Chang, J. W., Kemp, E., La Rondie, P., Jill, S., & Thompson, E. (2022). *Matemáticas: análisis y enfoques*. Obtenido de https://www.google.com.mx/books/edition/Oxford_IB_Diploma_Programme_Matem%C3%A1ticas/VSebEAAAQBAJ?hl=en&gbpv=1&dq=%22TABLA+DE+FRECUENCIA+ES%22&pg=PA283&printsec=frontcover&bsh=nce/1

Balderix, A. (2024). *Probabilidad y estadística*. Obtenido de <https://www.probabilidadyestadistica.net/variable-continua/>

balderixs, p. y. (2021). *probabilidad y estadística de academia balderixs*. Obtenido de probabilidad y estadística de academia balderixs: <https://www.probabilidadyestadistica.net/espacio-muestral/>

Bluman, A. G. (2014). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias* (8.ª ed.). McGraw-Hill Education

Christensen, H. (2001). *Estadística paso a paso*. México: Trillas.

Conceptualista. (2025). *Conceptualista*. Obtenido de <https://conceptualista.com/probabilidad-subjetiva/>

Enfoques de la Probabilidad. (2024). En C. & Apoyo B@UNAM, *Colegio de Ciencias y Humanidades, Estadística y probabilidad I*.

Ferrer, G. G. (2005). *Investigación comercial*. Madrid: ESIC. Obtenido de https://www.google.com.mx/books/edition/Investigaci%C3%B3n_comercial/F0YdeWv2nAEC?hl=en&gbpv=1&dq=medidas+de+tendencia+central&pg=PA135&printsec=frontcover&bsh=nce/1

Flaticon. (Mayo de 2021).

Flores, B. (2022). *eventos y sucesos*. Obtenido de Matematix: <https://matematix.org/que-es-un-evento-o-suceso/>

Freepik. (Junio de 2020). Obtenido de <https://www.freepik.es/home>

GeoGebra Team. (2024). *GeoGebra Online Calculator Suite*. <https://www.geogebra.org>

Guerrero, A., Buitrago, M. V., & Curieses, M. d. (2007). *Estadística Básica*. ITM. Obtenido de https://www.google.com.mx/books/edition/Estad%C3%ADstica_B%C3%A1sica/pLF16E8nF6gC?hl=en&gbpv=1&dq=que+es+una+tabla+de+frecuencia+simple&pg=PA31&printsec=frontcover&bsh=nce/1





Integración B@UNAM, C. &. (2024). *Estadística y Probabilidad II*. Colegio de Ciencias y HumanidadesS.

Laura. (2013). *LA GUIA MAT*. Obtenido de <https://matematica.laguia2000.com/general/funcion-de-distribucion>

lopez. (2019). *Economipedia*. Mexico.

López, J. F. (28 de FEBRERO de 2019). *ECONOMIPEDIA*. Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/espacio-muestral.html>

(s.f.). Obtenido de http://asesorias.cuautitlan2.unam.mx/Laboratoriovirtualdeestadistica/CARPETA%203%20INFERENCIA_ESTADISTICA/DOC_%20INFERENCIA/TEMA%204/08%20PRUEBA%20DE%20CHICUADRADA.pdf

Awada, N., Buchanan, L., Chang, J. W., Kemp, E., La Rondie, P., Jill, S., & Thompson, E. (2022). *Matemáticas: análisis y enfoques*. Obtenido de https://www.google.com.mx/books/edition/Oxford_IB_Diploma_Programme_Matem%C3%A1ticas/VSebEAAAQBAJ?hl=en&gbpv=1&dq=%22TABLA+DE+FRECUENCIA+ES%22&pg=PA283&printsec=frontcover&bsh=mnce/1

Balderix, A. (2024). *Probabilidad y estadística*. Obtenido de <https://www.probabilidadyestadistica.net/variable-continua/>

balderixs, p. y. (2021). *probabilidad y estadística de academia balderixs*. Obtenido de probabilidad y estadística de academia balderixs: <https://www.probabilidadyestadistica.net/espacio-muestral/>

Bluman, A. G. (2014). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias* (8.ª ed.). McGraw-Hill Education

Martínez, C. (2006). *Estadística básica aplicada*. Bogotá: ECOE ediciones.

Martinez, S. B. (2020). *probabilidad y estadística*. Mexico: patria.

MATEPEDIA. (2016). Obtenido de MATEPEDIA: <https://matepedia-estadistica.blogspot.com/2016/05/frecuencia-relativa.html>

MOVIL, M. (s.f.). *MATEMATICAS FISICA Y MUCHO MAS*. Obtenido de <https://matemovil.com/experimento-aleatorio-espacio-muestral-evento-y-probabilidad/>

PACE. (2019). Manual del algebra. *Ministerio de educación*, 1-85.

Peña, D. (2001). *Probabilidad y estadística* (2.ª ed.). Alianza Editorial

Planificada, E. (MAYO de 2023). Obtenido de <https://economiaplanificada.com/frecuencia-relativa/>





Pozo Cuevas, F., Navarro Ardoy, L., López Menchón, A., & Caro Cabrera, M. (2013).

Introducción al análisis de datos cuantitativos en criminología. Tecnos.

Probabilidad clásica: cálculo, e. e. (2025). Obtenido de

<https://www.lifeder.com/probabilidad-clasica/>

RBJLABS. (octubre de 2021). Obtenido de [https://www.rbjlabs.com/probabilidad-y-](https://www.rbjlabs.com/probabilidad-y-estadistica/diagramas-de-venn-explicacion/)

[estadistica/diagramas-de-venn-explicacion/](https://www.rbjlabs.com/probabilidad-y-estadistica/diagramas-de-venn-explicacion/)

Spiegel, M. (2000). *Probabilidad y estadística*. México: Mc Graw Hill.

Triola, M. F. (2017). *Estadística* (13.ª ed.). Pearson Educación

Triola, M. F. (2013). *Estadística*. Pearson.

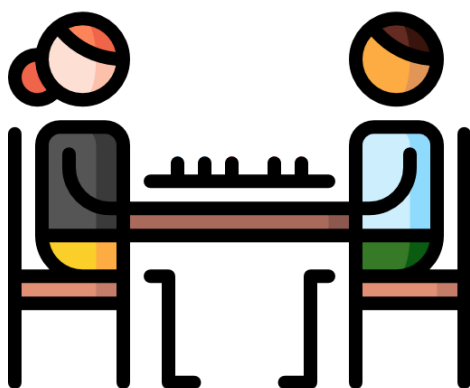
Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias* (9.ª ed.). Pearson Educación

Subsecretaría de Educación Media Superior. Dirección General del Bachillerato. (2024). Programa de Estudios de la UAC del Componente Fundamental Extendido Taller de Probabilidad y Estadística I. SEP.

(Flaticon, 2025)

(Freepik, 2025)

OpenAI. (2025). imágenes generadas por inteligencia artificial. ChatGPT.





Situación de Aprendizaje 2

“Somos lo que comemos”



Sesión 13



Situación de Aprendizaje 2

Estrategia didáctica: Reporte de investigación

Propósito de la situación

En equipos de 6 estudiantes **elaborar** un **reporte de investigación** en el que, utilizando la **probabilidad condicional y el teorema de Bayes**, y haciendo uso de información recolectada en una encuesta, y apoyados de un árbol de probabilidad, determinen el impacto del decreto presidencial sobre la eliminación de comida chatarra en su plantel **y nuestro sus resultados al grupo para su interpretación y socialización.**

Problema del contexto

El Gobierno de México ha emitido un decreto presidencial que prohíbe la venta de comida chatarra en todas las escuelas del país, incluyendo los planteles de COBATAB. La medida busca combatir problemas como la obesidad a edad temprana, enfermedades metabólicas y el bajo rendimiento académico. Aunque la iniciativa responde a una necesidad de salud pública, su implementación genera conflictos cognitivos entre estudiantes, docentes y administradores.

Conflicto cognitivo

Determine la probabilidad de que un estudiante de su plantel:

1. ¿Adopte hábitos saludables tras la prohibición?
2. Adopte hábitos saludables de alimentación si se sabe que antes de la prohibición, todos los días consumía comida chatarra en la escuela.
3. Adopte hábitos saludables de alimentación si se sabe que antes de la prohibición la principal razón por la que consumía comida chatarra en la escuela era la falta de opciones saludables atractivas.
4. Adopte hábitos saludables de alimentación si se sabe que las opciones saludables disponibles en la cafetería escolar son atractivas, variadas y accesibles.
5. ¿Cuál es el número esperado de estudiantes que adoptan hábitos saludables en su plantel?





Objetivos de Aprendizaje

Las Progresiones de Aprendizaje son unidades didácticas innovadoras y flexibles para la descripción secuencial de los aprendizajes asociados a la comprensión y solución de necesidades y problemáticas personales y/o sociales

Subcategorías

Conceptual (Conocimientos integradores)	Procedimental (Componentes de áreas sugeridas)	Porcentaje Actitudinal (Aprendizaje de Trayectoria)
Progresión 3 Tema: Probabilidad Condicional y Teorema de Bayes	3.4 Eventos condicionales - Definición y cálculo de probabilidades condicionales - Regla del producto 3.5 Eventos independientes y mutuamente excluyentes 3.6 Teorema de Bayes y sus aplicaciones - Interpretación y aplicación en contextos reales	- Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana). - Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas.
Progresión 4 Tema: Modelado de Experimentos Probabilísticos	4.4 Experimentos aleatorios y funciones de distribución - Definición y propiedades de la función de distribución (probabilidad teórica) 4.5 Interpretación de resultados experimentales - Comparación entre frecuencias relativas y probabilidades teóricas - Uso de simulaciones para validar modelos probabilísticos	

Progresión 3

Aplica el Teorema de Bayes, recuperando los conocimientos de probabilidad condicional, eventos independientes y eventos mutuamente excluyentes, usándolos para analizar casos de su contexto donde la ocurrencia de un evento está relacionado con otro, favoreciendo su propio pensamiento crítico.





Preguntas detonadoras SA2

Probabilidad Condicional y Teorema de Bayes

Actividad Introdutoria



- ¿Qué es el espacio muestral?
- ¿Qué es un conjunto?
- ¿Qué es un subconjunto?
- ¿Qué es un experimento?
- ¿Qué es un evento?



SESIÓN 14

Lectura: Eventos condicionales

Reglas de adición y multiplicación de probabilidades

Existen diferentes circunstancias en la vida diaria donde suelen ocurrir diferentes tipos de eventos, y sin darnos cuenta estamos adentrados en las reglas de la adición y multiplicación de probabilidades, tales casos como los juegos, en las compras, al elegir modas o colores de ropa, en los juegos de azar, etc. A continuación, se presentan a detalles estos tipos de eventos.

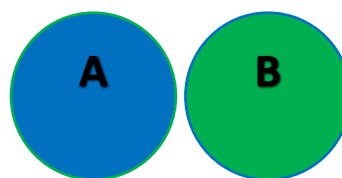
Eventos mutuamente excluyentes

Los eventos mutuamente excluyentes son **sucesos que no pueden ocurrir al mismo tiempo**. Es decir, 2 o más eventos son mutuamente excluyentes si la ocurrencia de uno de ellos excluye la posibilidad de ocurrencia de otro. Por ejemplo, al lanzar una moneda y esta cae águila, se excluye la posibilidad de que caiga sol, o a la inversa, pues no pueden ocurrir al mismo tiempo, entonces se dice que los eventos son mutuamente excluyentes.

Regla de la adición de probabilidades

Sin embargo, cuando se lanza un dado, puede caer un 5 o un 6, es decir, las probabilidades son 1 de 6 para cada evento, la suma de cualquiera de los dos eventos es la suma de ambas probabilidades. En este argumento

probabilístico existe como condición que se presente uno u otro evento y, además, estos son eventos mutuamente excluyentes, en estos casos en probabilidad se utiliza la regla especial de adición:



$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$$

$P(A)$ = probabilidad de ocurrencia del evento A.
 $P(B)$ = probabilidad de ocurrencia del evento B.

Ejemplo 1:

Se tiene una bolsa de chocolates M&M, ¿cuál es la probabilidad que al sacar uno, este sea rojo si se sabe que hay 12 verdes y 8 rojos?



El espacio muestral $S = \{20\}$ que es el total de chocolates.

$P(A) = \frac{12}{20} = \frac{6}{10}$ Esta es la probabilidad de sacar un chocolate verde.

$P(B) = \frac{8}{20} = \frac{4}{10}$ Esta es la probabilidad de sacar un chocolate rojo.

$P(A \text{ o } B) = \frac{6}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10} = 1$ 100% Sería la probabilidad de sacar un chocolate, ya sea uno rojo o uno verde.





Eventos no excluyentes

Los eventos no excluyentes son aquellos **sucesos que sí pueden ocurrir al mismo tiempo**. Por ejemplo, al lanzar un dado y una moneda al mismo tiempo es posible que ocurran al mismo tiempo el evento A {Caiga 2} y el evento B {Caer águila}. Entonces se dice que son eventos no excluyentes.

Regla de la multiplicación de probabilidades

En el caso anterior se establece como condición que se presente uno u otro evento y, además, éstos son eventos no excluyentes debe considerarse que la probabilidad de que ocurran ambos está incluidos en ellos, por lo que debe restarse esa probabilidad de la suma directa, esto es: si A y B son no excluyentes.

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$$

Siendo:

$P(A)$ = probabilidad de ocurrencia del evento A.

$P(B)$ = probabilidad de ocurrencia del evento B.

$P(A \text{ y } B)$ = probabilidad de ocurrencia simultánea de los eventos A y B.



Ejemplo 2: Cual es la probabilidad de que al lanzar un dado el resultado sea menor o igual a 4 y además este sea divisible entre 2.

En este caso, el espacio muestral es 6, que son todos los posibles resultados en el que puede caer.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ Probabilidad de caer un número menor o igual a 4.}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ Probabilidad de caer un número divisible entre 2.}$$

$$P(A \text{ y } B) = \{2, 4\} \text{ Resultados probables que sea menor o igual a 4 y este sea divisible entre 2}$$

$$P(A \text{ y } B) = \frac{2}{6} + \frac{1}{3}$$



$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$$

$P(A \text{ o } B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{7}{6} - \frac{1}{3} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6} = 0.8.33$ 8.3% es la probabilidad que el resultado sea menor o igual a 4 y además este sea divisible entre 2.

Eventos independientes

Dos eventos o sucesos son **independientes** si el resultado de un primer evento **no afecta** los resultados de un segundo evento, por ejemplo, al lanzar dos monedas si una cae sol, este resultado no afecta el resultado de la segunda moneda. El evento A = {lanzar moneda 1}, evento B = {lanzar moneda 2}, el resultado del evento A no afecta el resultado del evento B.

Otro ejemplo es: en una bolsa tengo 4 canicas rojas y 6 verdes, en un evento A = {saco una canica roja **la observó y la devuelvo**}, en el evento B = {saco una segunda canica **la observó y la devuelvo**}, la probabilidad de que, en el evento B, la canica sea del mismo color que en el evento A no se ve afectada puesto que el número de caicas siguen siendo lo mismo, es decir, el espacio muestral no cambia siguen siendo 10 al igual que las probabilidades. En el caso anterior, cuando se tiene como condición que se presenten uno y otro evento y, además se trata de eventos independientes, se utiliza la regla especial de multiplicación.

Regla de multiplicación de probabilidades

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ejemplo 3: El espacio muestral es 10, que es el total de canicas:

$$P(A) = \frac{4}{10} \quad \text{Sacar canica roja}$$

$$P(B) = \frac{6}{10} \quad \text{Sacar canica Verde}$$

$$P(A \text{ y } B) = \frac{4}{10} * \frac{6}{10} = \frac{24}{100} = \frac{6}{25} = 24\%$$

Eventos dependientes

Dos eventos o sucesos son **dependientes** si el resultado de un primer evento **si afecta** los resultados de un segundo evento. Por ejemplo: En una bolsa tengo 4 canicas rojas y 6 verdes, en un evento A = {saco una canica roja **sin devolverla**}, en el evento B = {saco una segunda canica **sin de volverla**}, la probabilidad de que, en el evento B, la canica sea del mismo color que en el evento A se ve afectada



puesto que el número de caicas disminuyo, es decir, el espacio muestral cambio de 10 a 9 y con ello las probabilidades. El caso anterior también se conoce como probabilidad condicional.

Regla de la Multiplicación de Probabilidades

$P(A/B)$ indica la probabilidad de que ocurra un evento A si se sabe que ya ocurrió el evento B.

$P(B/A)$ indica la probabilidad de que ocurra un evento B si se sabe que ya ocurrió el evento A.

Ejemplo 4: En el caso anterior de eventos dependientes el espacio muestral es 10, que es el total de canicas:

$$P(A) = \frac{4}{10} \quad \text{Sacar canica roja}$$

Sacar canica verde dado que ya sacaron una roja (ya ocurrió el evento A)

$$P(B \text{ y } A) = \frac{4}{10} * \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15} = 26.6\% = 26.6\%$$

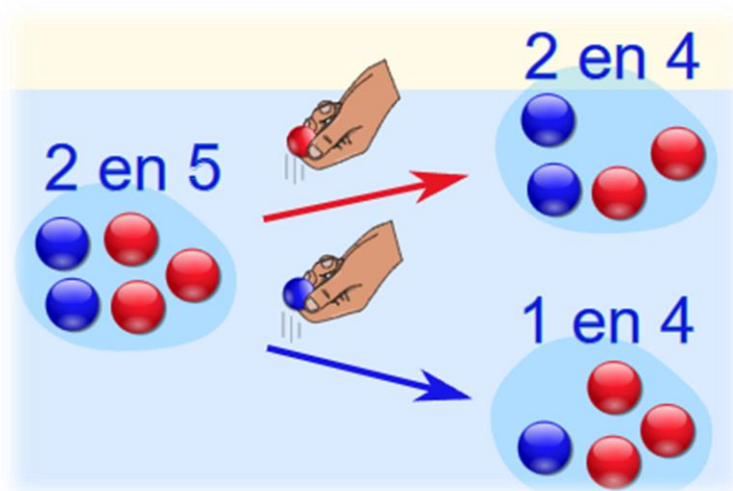


Imagen tomada de Probabilidad condicional. (s. f.). <https://www.disfrutalasmaticas.com/datos/probabilidad-eventos-condicional.html> en julio 2025



SESIÓN 15



Actividad TPEI-SA2-ACT01: Matriz de Clasificación de Eventos

Propósito

En equipo de 4 estudiantes identifiquen y seleccionen con una (✓) para cada evento, si aplicaran la regla general de la adición o de la multiplicación y si pertenece al grupo de eventos no excluyentes o mutuamente excluyentes, de igual forma si son eventos dependientes o independientes.

Posteriormente, calculen sus probabilidades.

EVENTOS	Adición		Multiplicación	
	No Excluyentes	Mutuamente excluyentes	Dependientes	Independientes
1. Se tiene una bolsa con 15 Cubos. Si de ellos, dos son azules y tres rojos ¿cuál es la probabilidad de sacar uno azul y uno rojo? (Si no se regresa el primero antes de sacar el segundo).				
2. Hallar la probabilidad de que caiga una cara con un número menor o igual que 3 o una cara con un número mayor que 5 en un lanzamiento de dado.				
3. Se extraen dos cartas en sucesión al azar de 52 cartas, sin reemplazar la primera carta antes de extraer la segunda, determina la probabilidad de extraer dos reyes.				
4. Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que salga 6 en todos.				
5. De una tómbola que contiene 3 bolas rojas y 5 blancas, Matías extrae tres bolas, devolviendo a la tómbola la bola extraída, calcular la probabilidad de que las tres bolas extraídas sean: Una roja y dos blancas				
6. Tu mp3 player está cargado con 200 canciones, de las cuales 40 son de Shakira y 16 de Thalía, ¿cuál es la probabilidad de que al poner una al azar, ésta sea de Shakira o de Thalía?				
7. En un grupo de 40 alumnos, 15 de ellos tienen bicicleta, 23 tienen patines y 8 tienen ambos. ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir un alumno al azar, este tenga bicicleta o patines?				





1. Se tiene una bolsa con 15 Cubos. Si de ellos, dos son azules y tres rojos ¿cuál es la probabilidad de sacar uno azul y uno rojo? (Si no se regresa el primero antes de sacar el segundo).

2. Hallar la probabilidad de que caiga una cara con un número menor o igual que 3 o una cara con un número mayor que 5 en un lanzamiento de dado.

3. Se extraen dos cartas en sucesión al azar de 52 cartas, sin reemplazar la primera carta antes de extraer la segunda, determina la probabilidad de extraer dos reyes.

4. Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que salga 6 en todos.





5. De una tómbola que contiene 3 bolas rojas y 5 blancas, Matías extrae tres bolas, devolviendo a la tómbola la bola extraída, calcular la probabilidad de que las tres bolas extraídas sean: Una roja y dos blancas

6. Tu mp3 player está cargado con 200 canciones, de las cuales 40 son de Shakira y 16 de Thalía, ¿cuál es la probabilidad de que al poner una al azar, ésta sea de Shakira o de Thalía?

7. En un grupo de 40 alumnos, 15 de ellos tienen bicicleta, 23 tienen patines y 8 tienen ambos. ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir un alumno al azar, este tenga bicicleta o patines?





Instrumento de evaluación

TPEI-SA2-ACT01: Matriz de Clasificación

Lista de Cotejo

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes	* *	* *	
Producto esperado	Matriz de clasificación de eventos con la finalidad fortalecer sus aprendizajes.	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Criterios de evaluación	Indicadores		
		Sí	No
20	Identifica con claridad los eventos y los clasifica correctamente.		
20	Identifica con claridad tanto el principio aditivo como el principio multiplicativo.		
20	Desarrolla paso a paso su actividad describiendo el procedimiento y las acciones que le permiten determinar la solución.		
20	Se relaciona colaborativamente mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.		
20	Los problemas resueltos muestran las fórmulas y resultados correctos.		

Calificación

Aspectos para mejorar:

POR UNA EDUCACIÓN QUE GENERA CAMBIO





SESIÓN 16

Lectura: Teorema de Bayes y sus aplicaciones

La **probabilidad condicional** y el **Teorema de Bayes** son conceptos fundamentales en probabilidad que nos permiten calcular la probabilidad de un evento dado que otro evento ya ha ocurrido. Estos conceptos son útiles en situaciones donde la información previa afecta la probabilidad de un suceso.

Probabilidad Condicional

La probabilidad condicional es la probabilidad de que ocurra un evento **A**, dado que ya ocurrió un evento **B**. Se denota como:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Donde:

- $P(A|B)$ Probabilidad de que ocurra **A** dado que **B** ya ocurrió.
- $P(A \cap B)$ = Probabilidad de que ocurran **A** y **B** simultáneamente (intersección).
- $P(B)$ = Probabilidad de que ocurra **B**.

Teorema de Bayes

El Teorema de Bayes enunciado por el matemático inglés Thomas Bayes (1702-1761) es un sistema de cálculo de probabilidades de conteo, pero hecho de forma inversa, es decir; permite calcular **la probabilidad de que ocurra un evento B si se sabe que ya ha ocurrido un evento A representado como $P(B | A)$.**

Por ejemplo, si vamos en coche y deja de avanzar podemos calcular las probabilidades de que eso suceda porque no tenemos gasolina o porque tiene un desperfecto; desarrollando más esto, si circulan diez coches de varias características diferentes (cuatro son de alta gama y están bien cuidados, otros cuatro son de gama media y se les hace más o menos un mantenimiento y dos son de cuarta mano y sus dueños no se ocupan de ellos) y uno de ellos se queda parado por



desperfecto o falta de gasolina, se puede calcular además el porcentaje de probabilidad de que, el que se para pertenezca a uno de los tres grupos.

Tiene mucha utilidad en diversos campos, desde la medicina, el juego de azar y hasta el método informático de datos. Una de las ventajas de aplicar el teorema de Bayes en la cotidianidad, es que se puede enfocar de manera tal de que se obtengan beneficios en algunos campos, es posible el análisis continuo de la información. Los especialistas en estadística tradicional piensan que el teorema de Bayes no es del todo exacto, pues creen que las únicas estadísticas correctas son las que están basadas en experimentos repetibles, más no en condiciones relativas, como es el caso de las estadísticas obtenidas mediante este teorema.

Tres pasos fundamentales para realizar el cálculo:

1. Conocer la probabilidad como frecuencia relativa de que ocurra el suceso A, o sea $P(A)$.
2. La probabilidad de que ocurra el suceso B es $P(B)$.
3. La probabilidad de que ocurra el suceso A, si sabemos que ya ocurrió el suceso B, es $P(A/B)$.

El teorema de Bayes se utiliza para estudiar probabilidades previamente calculadas cuando se posee nueva información. El teorema de Bayes es una extensión de lo que se ha aprendido hasta ahora acerca de la probabilidad condicional

Fórmula del teorema de bayes

Generalmente se inicia un análisis de probabilidades con una asignación inicial llamada probabilidad **a priori**. Cuando se tiene alguna información adicional se procede a calcular las probabilidades revisadas llamada a **posteriori**.

El teorema de Bayes permite calcular las probabilidades a posteriori y es:

Si $A_1, A_2, \dots, A_n$ es un sistema completo de eventos, cada uno con probabilidad distinta de cero y B es un evento cualquiera del que se conocen las probabilidades condicionales $P(B/A)$ entonces la probabilidad $P(A_i/B)$ viene dada por la expresión:

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B | A_i)}{P(A_1) \cdot P(B | A_1) + P(A_2) \cdot P(B | A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B | A_n)}$$

Jácome Cortés, G., & Loyo Sánchez, M. (2019). *Probabilidad y Estadística 2*. Nueva Imagen



Donde:

$P(A_i)$ recibe el nombre de probabilidad **a priori**

$P(A_i|B)$ se conoce como probabilidad **a posteriori**

$P(B|A_i)$ se denomina **verosimilitud**

IMPORTANTE

- **Verosimilitud:** *verdadero, real, creíble.*
- **A priori:** *significa con anterioridad a un hecho o a una circunstancia determinada.*
- **A posteriori:** *representa **posteriormente**, es decir; por lo que viene después. información de lo **sucedido** en un evento B.*

Supongamos que se tiene una partición de eventos en el que los eventos B, C, y D son mutuamente excluyentes y un evento A que es común a todos ellos. Dentro de este contexto podemos calcular las probabilidades que ocurra B, C o D sabiendo que ya ocurrió A, pero vamos a enfocarnos en solo una de esas posibilidades de determinación.

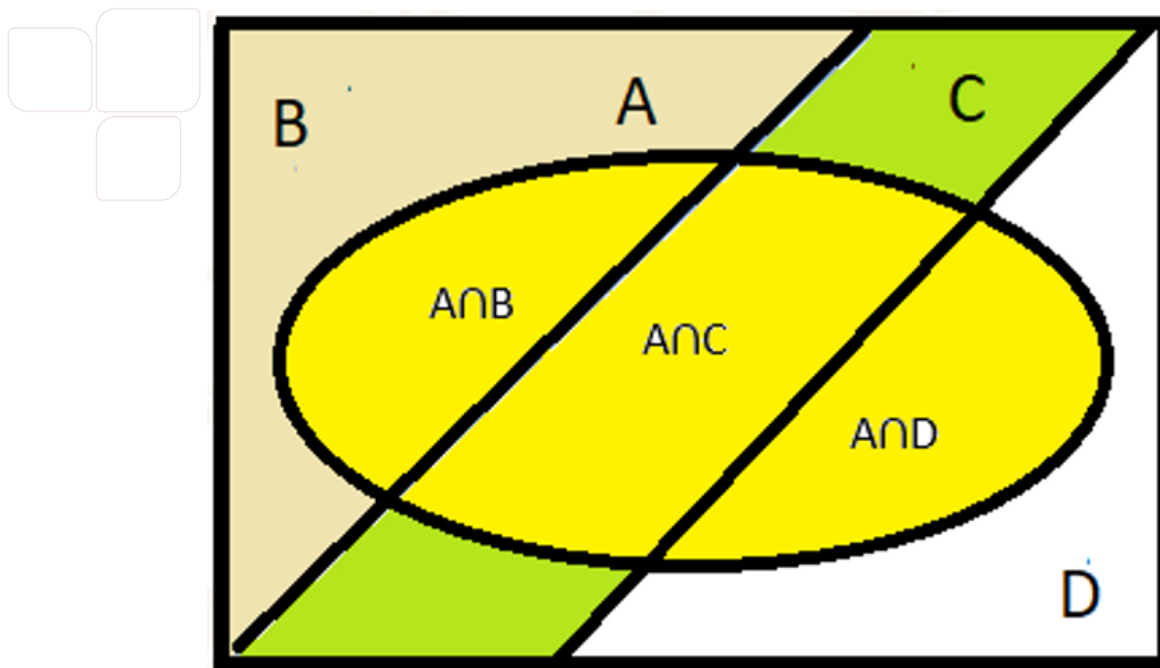
Vamos a referirnos a la probabilidad de que ocurra el evento D dado que ya ocurrió el evento A que en un lenguaje algebraico estará expresado así $P(D|A)$. Para ello es importante señalar que tenemos dos opciones de esa determinación, usando:

1. Un diagrama donde se muestre la partición de los eventos (Tipo diagrama de Venn).
2. Un árbol de probabilidad.

Una vez analizada cada una de las dos opciones puedes decidir la que más fácil te resulte para la resolución de problemas sobre este tema.

Veamos pues a cada opción:

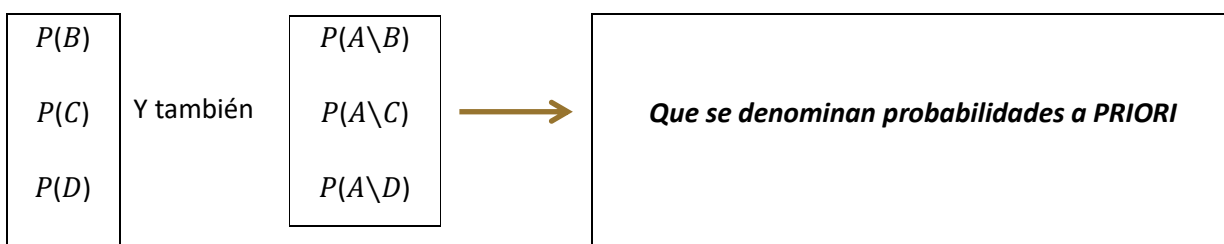
- **EL DIAGRAMA DE PARTICION DE EVENTOS SE MUESTRA ASÍ:**



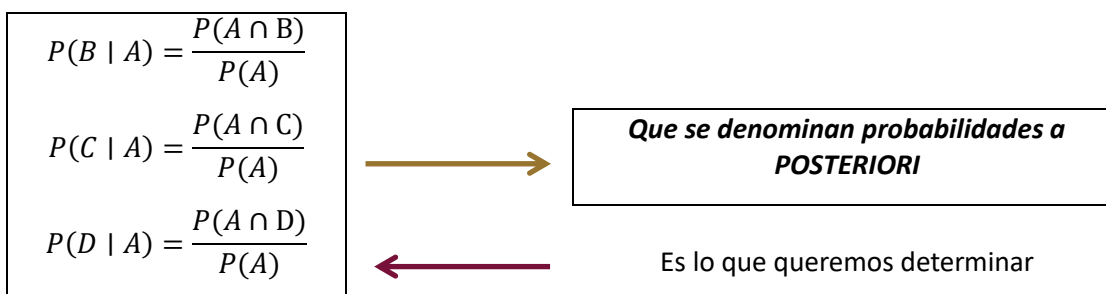
Con $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(A \cap D)$

Recordemos que los eventos B, C, y, D son mutuamente excluyentes y en términos probabilísticos la Situación para resolver puede escribirse como $P(D \setminus A)$

Según los datos conoceríamos



Pudiendo con esto verificar que ocurriendo el evento A, la probabilidad de que ocurran B, C o D es:





En las probabilidades conocidas (priori)

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



$$P(A \cap B) = P(A \setminus B) P(B)$$

$$P(A | C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)}$$



$$P(A \cap C) = P(A \setminus C) P(C)$$

$$P(A | D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$$



$$P(A \cap D) = P(A \setminus D) P(D)$$

Y en las probabilidades desconocidas a posteriori

$$P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$P(C | A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)}$$

$$P(D | A) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)}, \text{ pero como } P(B \cap A) = P(A \cap B), P(C \cap A) = P(A \cap C) \text{ y } P(D \cap A) = P(A \cap D)$$

$$P(B \cap A) = P(A \setminus B) P(B), P(C \cap A) = P(A \setminus C) P(C) \text{ y } P(D \cap A) = P(A \setminus D) P(D)$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \setminus B) P(B)}{P(A)}$$

$$P(C | A) = \frac{P(A \setminus C) P(C)}{P(A)}$$

$$P(D | A) = \frac{P(A \setminus D) P(D)}{P(A)}$$

$$\text{Y como } P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(A \cap D)$$

$$\text{entonces } P(A) = P(B)P(A \setminus B) + P(C)P(A \setminus C) + P(D)P(A \setminus D)$$

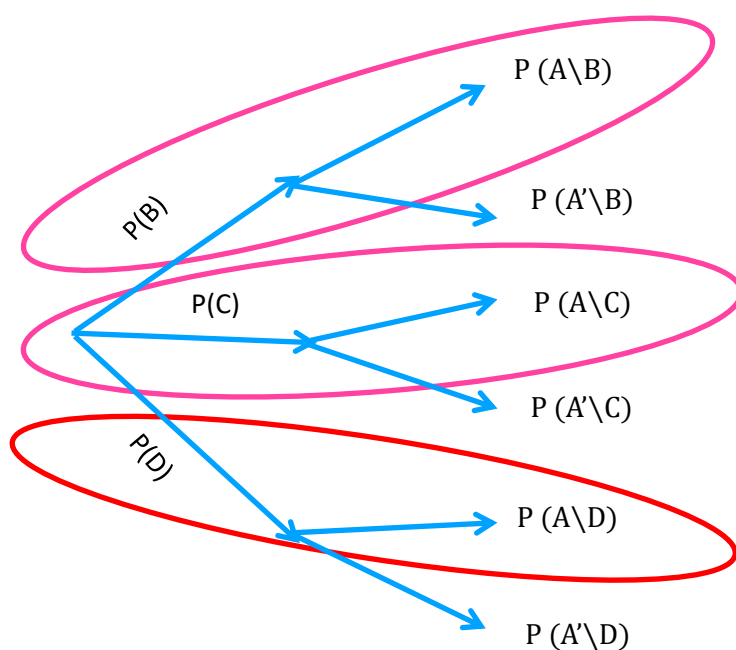
Teorema de Bayes

$$P(D | A) = \frac{P(D)P(A \setminus D)}{P(B)P(A \setminus B) + P(C)P(A \setminus C) + P(D)P(A \setminus D)}$$



Árbol de probabilidad

Para ello colocamos las probabilidades de ocurrencia de los eventos mutuamente excluyentes en el primer nodo de nuestro árbol y seguidamente las probabilidades de que **ocurra el evento A** dado **que ya ocurrió cada uno de los eventos mutuamente excluyentes** (B, C, D) que en todos los casos son probabilidades conocidas o llamadas también **a PRIORI** como se mencionó al inicio de estas demostraciones.



Recordemos que andamos buscando a $P(D | A) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)}$

Y que $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(A \cap D)$

Pero como en un árbol de probabilidad las probabilidades de intersección entre los eventos (independientes o dependientes) está dada por el producto de sus ramas entonces

Así la probabilidad pedida en la situación didáctica está dada por

$$P(D | A) = \frac{P(A \setminus D)P(D)}{P(B)P(A \setminus B) + P(C)P(A \setminus C) + P(D)P(A \setminus D)}$$

QUE ES EL MISMO *Teorema de Bayes* OBTENIDO POR DIAGRAMA DE PARTICIÓN

Academia P05/2021 referenciado *Mendoza 2021*



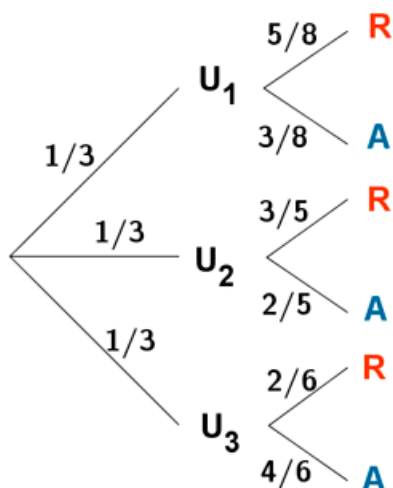
Analicemos los siguientes ejemplos para comprender mejor la aplicación del Teorema de Bayes

Ejemplo 1

Tenemos tres urnas distintas: **U1** con 5 bolas rojas y 3 azules, **U2** con 3 bolas rojas y 2 azules y **U3** con 2 bolas rojas y 4 azules. Escogemos una urna al azar y extraemos una bola.

a) Si la bola ha sido azul, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido extraída de la urna **U2**?

a) Sean los sucesos $R = \{\text{Sacar bola roja}\}$ y $A = \{\text{Sacar bola azul}\}$. En el diagrama de árbol podemos ver las distintas probabilidades de que ocurran R o A para cada una de las 3 urnas. La probabilidad pedida es $P(U2/A)$. Utilizando la regla de Bayes, tenemos:

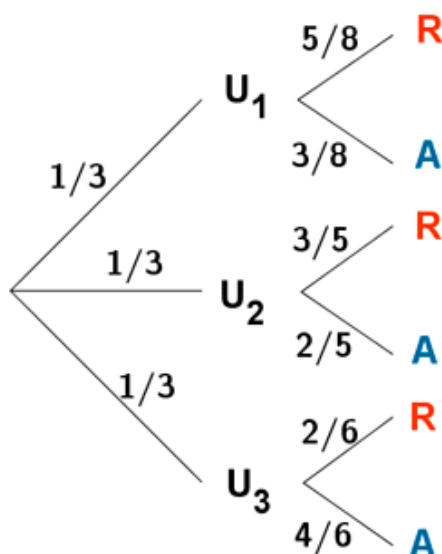




$$P(U_2 | A) = \frac{P(U_2)P(A | U_2)}{P(U_1)P(A | U_1) + P(U_2)P(A | U_2) + P(U_3)P(A | U_3)}$$

$$P(U_2 | A) = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{8}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{6}\right)} = \frac{\left(\frac{2}{15}\right)}{\frac{3}{24} + \frac{2}{15} + \frac{4}{18}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{173}{360}} = \frac{48}{173}$$

b) Sean los sucesos $R = \{\text{Sacar bola roja}\}$ y $A = \{\text{Sacar bola azul}\}$. En el diagrama de árbol podemos ver las distintas probabilidades de que ocurran R o A para cada una de las 3 urnas.



$$P(R) = \sum_1^3 P(U_i)P\left(\frac{R}{U_i}\right) = P(U_1)P\left(\frac{R}{U_1}\right) + P(U_2)P\left(\frac{R}{U_2}\right) + P(U_3)P\left(\frac{R}{U_3}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{5}{8}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{6}\right) = \frac{5}{24} + \frac{3}{15} + \frac{2}{18} = \frac{187}{360}$$





Ejemplo 2

El Sr Velázquez, tiene tres abarrotes en diferentes comunidades de tabasco que proporcionan servicio a toda la población. La abarrotera “bendición” atiende el 23% de la población, la abarrotera “El Ángel” atiende 48% y la abarrotera “La pasadita” 29%. Se ha detectado que un 5%, 9% y 4% de los productos vendidos en cada abarrotera respectivamente se considera defectuoso.

¿Cuál será la probabilidad de que el producto haya sido vendido por la abarrotera “El Ángel”?

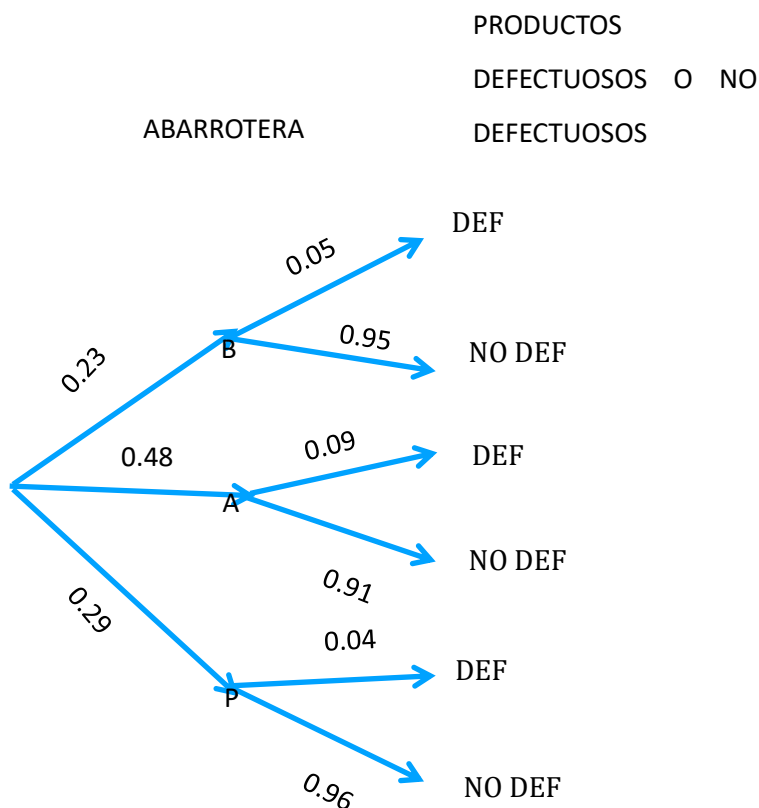
Solución.

Como se puede notar, en el ejemplo se solicita determinar:

A priori: La probabilidad de una CAUSA (producto vendido por una determinada abarrotera).

A posteriori: Dado un efecto (sea defectuoso)

Para encontrar la **probabilidad** solicitada, es necesario apoyarse del **diagrama de árbol** que represente la situación.





Donde:

Definiendo el experimento, el espacio muestral y los eventos:

Experimento: Dado que un producto está defectuoso, distinguir que abarrotera lo vendió

Espacio muestral: Todos los productos vendidos en cada abarrotera.

Evento B: BENDICION

Evento A: ANGEL

Evento M: Mirador

Evento Def: Defectuoso.

¿Cuál será la probabilidad de que el producto haya sido vendido por la abarrotera “El Ángel”?

Aplicando la formula del Teorema de bayes se tiene que:

$$P(A | def) = \frac{P(A)P(def | A)}{P(B)P(def | B) + P(A)P(def | A) + P(M)P(def | M)}$$

Sustituyendo los valores se obtiene:

$$P(A | def) = \frac{(0.48)(0.09)}{(0.23)(0.05) + (0.48)(0.09) + (0.29)(0.04)}$$

$$P(A | def) = \frac{0.0432}{0.0115 + 0.0432 + 0.0116} = \frac{0.0432}{0.0663} = 0.65158$$

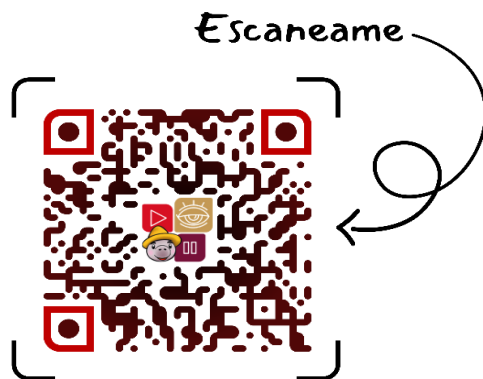
Por lo tanto, se puede concluir que la probabilidad de que el producto haya sido vendido

por la abarrotera “El Ángel” es de 0.65158 (65.158%).



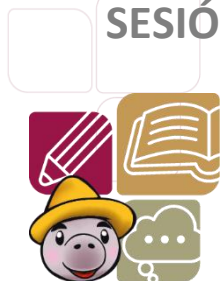
Material audio visual:

TEOREMA DE BAYES (EXPLICACIÓN COMPLETA CON EJERCICIO)
Explicación fácil y sencilla de la teoría del teorema de Bayes con su fórmula general con sumatoria y su fórmula condensada para casos prácticos con un ejercicio práctico.





SESIÓN 17



Actividad TPEI-SA2-ACT02: Problemario Teorema de Bayes

Propósito

Conformados en binas, emplea los conocimientos desarrollados en clase para resolver las situaciones que se te presentan.

1. De los 40 estudiantes de mi curso, a 25 le gustan las matemáticas, a 20 les gusta el inglés y a 6 les gustan las 2 materias, si se selecciona a un estudiante que le gusta las matemáticas, ¿cuál es la probabilidad que le guste inglés?

2. Una urna tiene 10 esferas, cuatro rojas y 6 azules numerados 1, 3, 4, 6, 8, 10. Si ya se sacó una esfera azul
 - a) ¿cuál es la probabilidad de que sea par?
 - b) Si sacamos una esfera al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea roja si se sabe que se sacó un número par?





3. En un acuario se tiene sólo 2 especies de peces, el 40% de los peces son de la especie azul, y el 60% son de la especie roja. De la especie azul, el 30% son machos, mientras que la especie roja, el 40% son hembras.

a) Si se selecciona un pez hembra, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la especie azul?

4. En el consultorio de Juan, el 40% de los pacientes fingen tener una enfermedad (para obtener un día de descanso médico). Además, el 10% de los pacientes del consultorio son hombres. La probabilidad de que un paciente finja una enfermedad dado que es hombre es del 50%. Calcula la probabilidad de que un paciente sea hombre dado que finge una enfermedad.





Instrumento de evaluación

TPEI-SA2-ACT02: : Problemario Teorema de Bayes

Lista de Cotejo

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes	*	*	
Producto esperado	Problemario	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Criterios de evaluación	Indicadores		
		Si	No
20	Identifica con claridad las probabilidades de cada evento		
20	Aplica el diagrama de árbol relacionado con los temas analizados en clases		
20	Desarrolla paso a paso su actividad describiendo el procedimiento y las acciones que le permiten encontrar el resultado		
20	Se relaciona colaborativamente mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.		
20	Los problemas resueltos muestran las fórmulas y resultados correctos.		

Calificación

Aspectos para mejorar:

POR UNA EDUCACIÓN QUE GENERA CAMBIO





Progresión 4

Explora los resultados de diferentes experimentos probabilísticos para entender el concepto de función de distribución y su importancia en el modelado de fenómenos presentes en su contexto.

Metas de Aprendizaje	Categorías	Subcategorías
C2M3. Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	C2. Procesos de intuición y razonamiento	S2. Pensamiento intuitivo
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	C3. Solución de problemas y modelación	S2. Construcción de modelos





SESIÓN 18

Lectura: Funciones de distribución

Recordando lo visto en la progresión 1, las funciones de probabilidad se definen como las funciones que asignan un valor de probabilidad a cada resultado en un espacio muestral, siguiendo dos condiciones clave:

1. Las probabilidades tienen que ser comprendidas entre 0 y 1.
2. La suma de todas las probabilidades tiene que ser igual a 1.

Las funciones de probabilidad las representaremos con la letra **P**, y, puesto que **x** representa el valor que asigna la variable aleatoria al resultado del espacio muestral, la notación **P(x)** representa la probabilidad que corresponde al valor **x**.

Como ejemplo podemos considerar el experimento de “lanzar tres monedas”, y en este caso la variable aleatoria **x** la tomaríamos como “el número de soles que caen boca arriba”. Para obtener la función de distribución de esta variable en probabilidad teórica nos concentraremos en observar el espacio muestral de este experimento:

$$S = \{aaa, aas, asa, ass, saa, sas, ssa, sss\}$$

De este espacio muestral podemos contar los resultados de la variable aleatoria **x** y obtenemos lo siguiente:

<i>x</i> Número de soles	Número de resultados posibles	P
0	1	1/8
1	3	3/8
2	3	3/8
3	1	1/8





Por lo tanto, la función de distribución $P(x)$ se determina como:

$$P(0) = \frac{1}{8}$$

$$P(1) = \frac{3}{8}$$

$$P(2) = \frac{3}{8}$$

$$P(3) = \frac{1}{8}$$

Podemos usar este mismo experimento como ejemplo para determinar la probabilidad relativa. Para esto vamos a realizar 20 ensayos del experimento “Lanzamiento de 3 monedas” y registrar cada uno de sus resultados:

<i>Lanzamiento de 3 monedas</i>			
AAS	AAA	SSA	AAS
SSA	SSS	SSS	SSA
ASA	SSA	AAS	AAA
AAA	SAA	ASA	SAS
SAA	AAS	ASS	ASA

De igual forma como se contó la variable del espacio muestral en la probabilidad teórica, vamos a contar la variable “el número de soles que caen boca arriba” de los resultados de los ensayos:

x Número de soles	Número de resultados favorables	P
0	3	3/20
1	9	9/20
2	6	6/20
3	2	2/20





Escribiendo los resultados para la función de distribución obtenemos los siguiente:

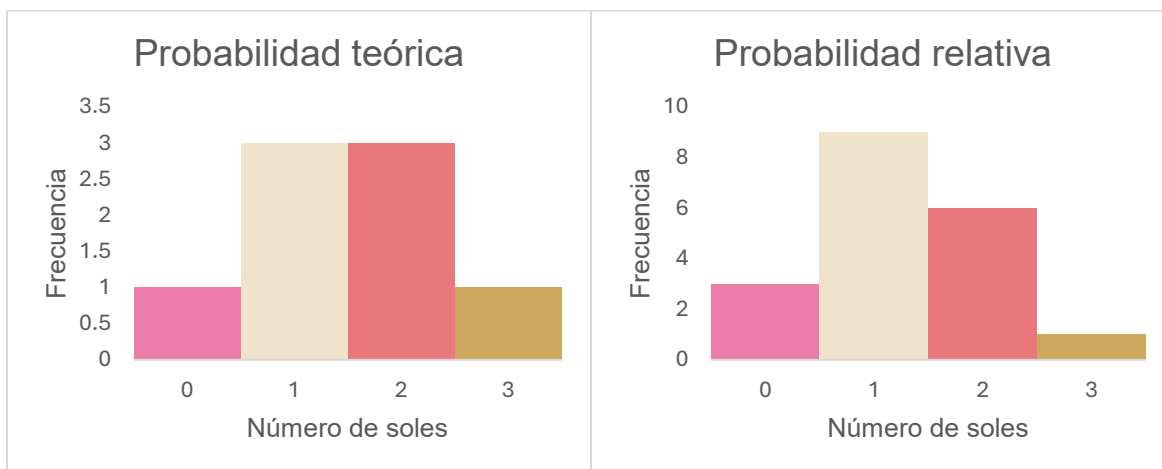
$$P(0) = \frac{3}{20}$$

$$P(1) = \frac{9}{20}$$

$$P(2) = \frac{6}{20}$$

$$P(3) = \frac{2}{20}$$

Para comparar las funciones de distribución del experimento en forma teórica y relativa podemos realizar un histograma de cada uno:



Siempre va a existir una diferencia entre lo teórico y lo relativo, es decir, lo que sucede en la vida real o en práctica, pero como podemos observar de las funciones de distribución de esta variable, el comportamiento es similar. Cabe mencionar que mientras más ensayos se realicen de un experimento, la distribución relativa de la variable tiende a acercarse a la distribución teórica de la misma variable en el mismo experimento.





Lectura: Aplicaciones de funciones de distribución

Debido a que la función de distribución de una variable es la descripción de las probabilidades con que ocurren los diversos valores de la variable, esta tiene utilidad en un espectro amplio de aplicación y áreas del conocimiento desde ingeniería, ciencias, economía, medicina, investigaciones y más. Por decir algunos ejemplos:

- **Economía:** La variabilidad relativa de los precios y costos de un mercado puede ser estudiada a través de su función de distribución, de hecho, es la mejor manera de capturar la volatilidad de los precios y sus cambios.
- **Ingeniería:** Con el estudio de funciones de distribución de una variable se puede modelar el ruido de señales y diseñar algoritmos. Se puede estudiar la probabilidad de falla de un sistema.
- **Ciencias Sociales:** El estudio y análisis de la mortalidad y tasa de vitalidad de una

población se realiza a través de su función de distribución.

- **Medicina:** El uso de la distribución exponencial está ampliamente extendido en el modelado de las tasas de eliminación de fármacos, lo que ayuda a pronosticar el tiempo necesario para que un fármaco se elimine del organismo. Se introducen distribuciones de probabilidad recurrentes con el fin de capturar y modelar la distribución de los factores de riesgo de enfermedades a nivel poblacional. Un ejemplo de esto sería la distribución normal utilizada para medir la presión arterial o los niveles de colesterol en toda la población.

Mientras exista un elemento, evento o fenómeno que puede adoptar varias formas o valores, es decir, una variable aleatoria, esta puede ser estudiada basada en el comportamiento de su distribución por lo tanto podemos aprender sobre su ocurrencia o probabilidad en distintos valores y usar esta información para tomar decisiones o realizar ajustes o cambios necesarios.





SESIÓN 19



Abordaje de la Situación de Aprendizaje 2: Somos lo que comemos

Estrategia didáctica: Reporte de investigación

Propósito de la situación

En equipos de 6 estudiantes **elaborar** un **reporte de investigación** en el que, utilizando la **probabilidad condicional y el teorema de Bayes**, y haciendo uso de información recolectada en una encuesta, y apoyados de un árbol de probabilidad, determinen el impacto del decreto presidencial sobre la eliminación de comida chatarra en su plantel **y nuestro sus resultados al grupo para su interpretación y socialización.**

Problema del contexto

El Gobierno de México ha emitido un decreto presidencial que prohíbe la venta de comida chatarra en todas las escuelas del país, incluyendo los planteles de COBATAB. La medida busca combatir problemas como la obesidad a edad temprana, enfermedades metabólicas y el bajo rendimiento académico. Aunque la iniciativa responde a una necesidad de salud pública, su implementación genera conflictos cognitivos entre estudiantes, docentes y administradores.

Conflicto cognitivo

Determine la probabilidad de que un estudiante de su plantel:

1. ¿Adopte hábitos saludables tras la prohibición?
2. Adopte hábitos saludables de alimentación si se sabe que antes de la prohibición, todos los días consumía comida chatarra en la escuela.
3. Adopte hábitos saludables de alimentación si se sabe que antes de la prohibición la principal razón por la que consumía comida chatarra en la escuela era la falta de opciones saludables atractivas.
4. Adopte hábitos saludables de alimentación si se sabe que las opciones saludables disponibles en la cafetería escolar son atractivas, variadas y accesibles.
5. ¿Cuál es el número esperado de estudiantes que adoptan hábitos saludables en su plantel?





FORMATO DE ENCUESTA SUGERIDO:

Encuesta: Impacto de la Prohibición de Comida Chatarra en Hábitos Alimenticios	
Busca evaluar cómo ha cambiado la percepción y los hábitos de alimentación de los estudiantes tras la prohibición de la venta de comida chatarra en las escuelas. Los resultados ayudarán a entender los factores que influyen en la transición hacia hábitos alimenticios más saludables.	
Datos Demográficos	
1. Edad: _____ años	
2. Sexo: ☐ Masculino ☐ Femenino ☐ Prefiero no responder	
3. Grado escolar: _____	
4. Escuela: _____	
Hábitos Alimenticios Previos a la Prohibición	
5 ¿Cuál era tu principal razón para consumir comida chatarra en la escuela?	
☐ Todos los días, porque es lo que ofrece la escuela	
☐ Facilidad y rapidez de acceso	
☐ Falta de opciones saludables atractivas	
Cambio en Hábitos Alimenticios	
6 Desde la prohibición, ¿has cambiado tu forma de alimentarte en la escuela?	
☐ Sí, ahora elijo opciones más saludables	
☐ Si, consumo comida chatarra con menor frecuencia	
☐ No, no me afectó la prohibición	
7 ¿Qué factores influirían en tu decisión de mantener una alimentación saludable dentro de la escuela?	
☐ Mayor variedad y calidad de los alimentos saludables	
☐ Educación nutricional y promoción de buenos hábitos	
☐ Preferencias personales y hábitos adquiridos	
8 ¿Qué otros factores influirían en tu decisión de mantener una alimentación saludable dentro de la escuela?	
☐ Facilidad y rapidez en su elaboración	
☐ Apoyo de la comunidad escolar (docentes, compañeros, familia)	
☐ Conservar la complexión física	

Este cuestionario permite analizar los factores clave en la resistencia o adopción de hábitos saludables tras la prohibición





Instrumento de evaluación

TPEI-SA2: "Somos lo que comemos"

Lista de Cotejo

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes	*	*	
	*	*	
	*	*	
Producto esperado	Reporte de investigación	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Criterios de evaluación	Indicadores		
		Si	No
20	Identifica con claridad las probabilidades de cada evento		
20	Aplica el diagrama de árbol relacionado con los temas analizados en clases		
20	Desarrolla paso a paso su actividad describiendo el procedimiento y las acciones que le permiten encontrar el resultado		
20	Se relaciona colaborativamente mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.		
20	Los problemas resueltos muestran las fórmulas y resultados correctos.		

Calificación

Aspectos para mejorar:





SESIÓN 20



Presentación de los resultados

Estrategia didáctica: Reporte de investigación

Situación de Aprendizaje 2

En plenaria, pasaran por equipo a exponer los resultados obtenidos en la resolución de la situación de aprendizaje No. 2 “somos lo que comemos”. para recuperar experiencias de aprendizaje.



Cierre de la Situación de aprendizaje



SESIÓN 21



EVALUACIÓN DE ENTRENAMIENTO PRIMER PARCIAL

TPE-EC01: Preguntas tipo CENEVAL

Lee cuidadosa e individualmente elige la opción de respuesta correcta

- ¿Cuál de los siguientes ejemplos representa una variable cualitativa ordinal?
 - Color de ojos
 - Marca de un automóvil
 - Espacio muestral
 - Nivel de satisfacción (bajo, medio, alto)
- Es el espacio muestral de lanzar dos monedas:
 - $S = \{11, 12, 13, 15\}$
 - $S = \{AA, AS, SA, SS\}$
 - $\{A, S\}$
 - $S = \{1A, 2S, 1S, 1A\}$
- En una distribución de probabilidad discreta la suma de todas las probabilidades debe ser:
 - Mayo que 1
 - Menor que 0
 - Igual a 1
 - Depende del número de eventos
- Es un valor numérico único para cada uno de los resultados que aparecen en el espacio muestral de un experimento de probabilidad:
 - Incógnita
 - Variable
 - Evento
 - Número
- El peso de un grupo de personas es una variable:
 - Cuantitativa discreta
 - Cuantitativa continua
 - Cualitativa nominal
 - Cualitativa ordinal
- En una urna hay 3 bolas rojas, 2 verdes y 5 azules. Si se extrae una bola, ¿Cuál es la probabilidad de que sea de color verde o azul?
 - 0.7
 - 1.2
 - 0.7
 - 1
- ¿Cuál de las siguientes es un ejemplo de un evento mutuamente excluyente?
 - Lanzar un dado y obtener un número par o impar
 - Lanzar una moneda y obtener sol o águila
 - Elegir una carta de naipes ingleses y que esta sea roja o negra
 - Todas las anteriores
- ¿Cuál es la diferencia entre permutaciones y combinaciones?
 - Las combinaciones se usan solo con letras
 - Las permutaciones no consideran el orden
 - Las combinaciones no consideran el orden
 - Ambas consideran el orden
- Si $P(A) = 0.4$ y $P(B) = 0.5$ y A y B son eventos independientes, ¿Cuál es $P(A \cap B)$?
 - 0
 - 0.2
 - 1.2
 - No se puede calcular
- ¿Cuál es el propósito principal del teorema de Bayes?:
 - Calcular permutaciones
 - Calcular la esperanza probabilística
 - Sumar probabilidades de eventos disjuntos
 - Determinar probabilidades condicionales



TPE-MA1 Mapa de aprendizaje (Autoevaluación) PRIMER PARCIAL

UAC:	Taller de Probabilidad y Estadística I	Progresiones	1, 2, 3, 4	Fecha:	
Nombre					
Semestre y grupo		Turno:			

Mapa de aprendizaje

1: Necesito ayuda

2: Puedo hacerlo solo

3: Puedo ayudar a otros

Progresión de Aprendizaje	Nivel			Que debo hacer para mejorar:
	1	2	3	
Analizo y resuelvo problemáticas en las que se requiera cuantificar la probabilidad a través de los enfoques teórico y experimental para que identifique, retome y aplique los conceptos básicos de probabilidad variable aleatoria y espacio muestral, haciendo uso de los recursos tecnológicos a mi alcance.				
Experimento y profundizo en las técnicas de conteo (ordenaciones, ordenaciones con repetición, permutaciones y combinatoria) de manera reflexiva y participativa para el cálculo de probabilidades en eventos aleatorios de mi entorno, utilizando recursos tecnológicos disponibles relacionándome de forma colaborativa.				
Aplico el Teorema de Bayes, recuperando los conocimientos de probabilidad condicional, eventos independientes y eventos mutuamente excluyentes, usándolos para analizar casos de contexto donde la ocurrencia de un evento está relacionada con otro, favoreciendo mi propio pensamiento crítico.				
Exploro los resultados de diferentes experimentos probabilísticos para entender el concepto de función de distribución y su importancia en el modelado de fenómenos presentes en mi contexto.				

Nombre y Firma del estudiante:	Firma del Facilitador





Referencias Bibliográficas SA2

Jácome Cortés, G., & Loyo Sánchez, M. (2019). *Probabilidad y Estadística 2*. Nueva Imagen

Juárez Duarte José Alfredo, Flores Arco Armando (2009), *Probabilidad*, Sinaloa, México, Servicios editoriales Once Ríos, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA.

Guía del estudiante de probabilidad y estadística II, COBATAB, edición diciembre 2021

(Flaticon, 2025)

(Freepik, 2025)

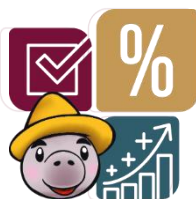
OpenAI. (2025). imágenes generadas por inteligencia artificial. ChatGPT.



Ilustración tomada de Canva en julio 2025

“Somos lo que comemos”





Encuadre de la UAC SEGUNDO PARCIAL

Taller de Probabilidad y Estadística I

Segundo Parcial.

Icono	Actividad	Puntuación	Porcentaje
	Evaluación Diagnostica SA3 a SA4	0	0%
	Actividades de reforzamiento SA3 y SA4	1	10%
	Tareas evaluables SA3 y SA4	3	30%
	Situación de Aprendizaje 3 “El dilema de la cafetería de la escuela”	1.5	15%
	EVIDENCIA SIGA/ Situación de Aprendizaje 4 “Una mirada matemática”	1.5	15%
	Cuestionario tipo CENEVAL	1	10%
	Examen Primer Parcial	2	20%
		Total	100%

POR UNA EDUCACIÓN QUE GENERA CAMBIO





Situación de Aprendizaje 3:

“El dilema de la cafetería de la escuela”



SESIÓN 22



Situación de Aprendizaje 3

Estrategia didáctica: Reporte

Propósito de la situación

En **equipos de 5 integrantes**, **elaborar** un reporte aplicando la metodología activa de resolución de problemas para comprender la **distribución de probabilidad, esperanza matemática y la toma de decisiones** de la venta de las frutas picadas de la cafetería en un plantel del COBATAB, **presentar** ante el grupo sus respuestas y **socializar** en el aula.

Problema del contexto

El gobierno de México ha implementado desde el 29 de marzo de 2025 un decreto que prohíbe la venta de comida chatarra en las escuelas, esto significa que queda prohibida la venta de productos ultra procesados con altos contenidos de azúcar, grasas saturadas y sodio, como refrescos, frituras, dulces y pastelillos, como parte de la estrategia nacional para combatir la obesidad infantil y promover hábitos alimenticios saludables. Es por ello por lo que el Colegio de Bachilleres de Tabasco (COBATAB) ha enviado un comunicado a los planteles EMSAD, Bachilleratos Interculturales y planteles oficiales a dejar de vender este tipo de comidas chatarra.

Juan y Diana al observar que este tipo de comidas ya no se venden en su plantel, preguntaron al vendedor de la cafetería ¿Cuál sería el nuevo menú que habría?, en respuesta a su pregunta el vendedor respondió que dentro del nuevo menú habría venta de: tacos, palomitas naturales y vasos de frutas picadas (mango, pepino y jícama) el cual tienen un costo de \$25.00 por vaso. Los estudiantes decidieron investigar cuanto saldría preparar un vaso y llegaron a la conclusión de que cada vaso incluyendo limón, frutas y chamoy le costó solo \$12.00, decidieron observar durante una semana en su receso la venta de las frutas y registraron en una tabla los vasos vendidos y la probabilidad de venta como se muestra a continuación:





Venta de vasos de frutas en una semana.	
Vasos vendidos	Probabilidad
0	5 %
5	15 %
10	30 %
15	30 %
20	20 %

Conflicto cognitivo

1. ¿Cuál es la distribución de probabilidad de las ventas de la cafetería?
2. ¿Cuál es el valor esperado (esperanza matemática) del número de vasos que la cafetería debe de vender en un día?
3. Calcula la ganancia neta esperada que venderá la cafetería si prepara y vende hasta 15 vasos por día.
4. ¿Qué pasa si la cafetería vende menos de 15 vasos? ¿Cuánto pierde por los vasos no vendidos?
5. Debería la cafetería preparar 15 o 10 vasos de frutas picadas por día (compara resultados y toma una decisión).



Ilustración tomada de Canva en julio 2025





Objetivos de Aprendizaje

Las Progresiones de Aprendizaje son unidades didácticas innovadoras y flexibles para la descripción secuencial de los aprendizajes asociados a la comprensión y solución de necesidades y problemáticas personales y/o sociales

Subcategorías

Conceptual (Conocimientos integradores)	Procedimental (Componentes de áreas sugeridas)	Porcentaje Actitudinal (Aprendizaje de Trayectoria)
Progresión 5 Tema: Esperanza Matemática y Toma de Decisiones	5.4 Esperanza matemática y su interpretación - Definición y propiedades - Interpretación en términos de valores esperados 5.5 Comparación de resultados experimentales con análisis teóricos - Relación entre la esperanza matemática y la media muestral - Aplicación en juegos de azar y decisiones económicas 5.6 Aplicación en la toma de decisiones - Uso de la esperanza matemática en problemas de optimización - Evaluación de riesgos en diferentes escenarios	- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal. - Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
Progresión 6 Tema: Caminos Aleatorios y Distribuciones de Probabilidad	6.3 Concepto de caminos aleatorios - Definición y ejemplos básicos - Caminos aleatorios en procesos físicos y biológicos 6.4 Visualización de distribuciones de probabilidad - Uso de software para representar distribuciones - Comparación de distribuciones experimentales y teóricas	- Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas. - Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.





Evaluación Diagnostica SEGUNDO PARCIAL

Nombre _____. Grupo _____.

Instrucciones: Responde las siguientes cuestiones.

1. ¿Cuál es la esperanza matemática de una variable aleatoria X con los valores $x_1 = 2, x_2 = 4$ y $x_3 = 6$ con probabilidades de $P(x_1) = 0.2, P(x_2) = 0.5$ y $P(x_3) = 0.3$?

- a) 4.0
- b) 3.8
- c) 5.0
- d) 4.2

2. Un estudiante tiene que decidir entre dos opciones: estudiar para un examen o salir con amigos. Si estudiar tiene una probabilidad de éxito del 80% y salir tiene una probabilidad de éxito del 50%, ¿qué decisión debería tomar según la teoría de toma de decisiones?

- a) Estudiar para el examen.
- b) Salir con amigos.
- c) Ambas opciones son igual de buenas.
- d) No se puede determinar.

3. ¿Cuál de las siguientes distribuciones de probabilidad es discreta?

- a) Normal
- b) Binomial
- c) Exponencial
- d) Uniforme continua

4. Si una variable aleatoria X sigue una distribución uniforme en el intervalo $[0,10]$, ¿cuál es la probabilidad de que X tome un valor entre 4 y 6?

- a) $1/5 = 0.20$
- b) $1/3 = 0.33$
- c) $1/2 = 0.5$
- d) $1/4 = 0.25$

5. ¿Qué representa la varianza de una variable aleatoria?

- a) La probabilidad de un evento.
- b) La dispersión de los valores alrededor de la media.
- c) La suma de los valores posibles.
- d) La mediana de los valores.

6. ¿Qué significa que un evento tenga probabilidad $P(A)=0$?

- a) El evento es imposible de ocurrir.
- b) El evento es seguro.
- c) El evento ocurre la mitad de las veces.
- d) El evento ocurre siempre.

7. ¿Qué representa el valor promedio de una variable aleatoria, es decir el resultado que se espera obtener en un experimento si se repite un gran número de veces?

- a) Medidas de tendencia central.
- b) La Esperanza matemática.
- c) Medias de dispersión.
- a) Distribuciones de probabilidad.

8. ¿Qué probabilidad tiene una persona que al lanzar por una única ocasión un dado obtenga un número par?

- a) Ninguna
- b) $3/5$
- c) $1/2$
- d) $2/8$

9. ¿Qué distribución se utiliza para modelar el tiempo entre eventos en un proceso de Poisson?

- a) Normal
- b) Binomial
- c) Exponencial
- d) Uniforme continua

10.- ¿Cuál es la esperanza matemática de una variable aleatoria X con los siguientes valores?

X	1	3	5	7	9
P(x)	0.5	0.6	0.4	0.1	0.9

- a) 13.9
- b) 13.5
- c) 13.1
- d) 13.8



Progresión 5

Conoce e interpreta la esperanza matemática comparando de forma colaborativa diversos resultados de experimentos y situaciones, con los obtenidos analíticamente para identificar su importancia en la toma de decisiones sobre eventos probabilísticos diversos

Metas de Aprendizaje	Categorías	Subcategorías
C1M2 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del pensamiento matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	C1 Procedural.	S4 Manejo de datos e incertidumbre.
C2M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieran explicación o interpretación.	C2 Procesos de intuición y razonamiento.	S2 Pensamiento intuitivo.
C4M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C4 Interacción y lenguaje matemático.	S2 Negociación de significados.





SESIÓN 23

Lectura: Esperanza matemática y toma de decisiones.

Esperanza matemática e Interpretación.

La **esperanza matemática**, conocida también como media o valor esperado, es un principio clave en la teoría de la probabilidad. Representa un número que señala el valor medio que se espera o anticipa obtener de una variable aleatoria a lo largo del tiempo. En términos simples, si realizamos un experimento aleatorio múltiples veces, la esperanza matemática nos indica cuál será el promedio de los resultados.



Ilustración Observación del águila y sol de una moneda de 10 pesos mexicanos, tomado de <http://www.monedas-bimetalicas.com/mexico.htm> en julio 2025.

Dicho de otra manera, la esperanza matemática nos ayuda a predecir el resultado promedio de un evento que se repite muchas veces. Por ejemplo, supóngase que se lanza una moneda al aire 10 veces, la esperanza matemática nos indica que la mitad de las veces saldrá sol y la otra mitad águila, aunque en cada lanzamiento individual no se puede saber el resultado, la esperanza matemática proporciona una idea del comportamiento

general a largo plazo.

La aplicación de la esperanza matemáticas puede ser en diferentes disciplinas como en la toma de decisiones en economía, planificación de seguros, en la valoración de activos y gestión de finanzas, comportamiento y decisiones en las ciencias sociales y en la medicina se utiliza para predecir la probabilidad de curación de una enfermedad o el éxito de un tratamiento, etc.

La esperanza matemática influye en la **toma de decisiones** al proporcionar un valor esperado para diferentes escenarios, lo que ayuda a evaluar la probabilidad de éxito o fracaso de cada opción y a elegir la que ofrezca el mejor resultado promedio a largo plazo. En otras palabras, ayuda a cuantificar las posibles ganancias o pérdidas asociadas con cada alternativa, permitiendo una elección más informada y racional, especialmente en situaciones de incertidumbre.



¿Cómo funciona la esperanza matemática en la toma de decisiones?

1	Identificar escenarios:	Se definen los posibles resultados de una decisión y se estiman las probabilidades de que ocurran.
2	Asignar valores:	A cada resultado se le asigna un valor numérico que represente su impacto (por ejemplo, ganancia, pérdida, beneficio, costo).
3	Calcular la esperanza:	Se multiplica el valor de cada resultado por su probabilidad y se suman los resultados. Esto da como resultado la esperanza matemática, que representa el valor promedio esperado de la decisión.
4	Comparar y elegir:	Se comparan las esperanzas matemáticas de las diferentes opciones y se elige aquella con la esperanza más alta (o la más baja, si se trata de minimizar pérdidas).

Tabla 5.1: Función de la esperanza matemática en la toma de decisiones, Elaborado por Chable Olan Roman Antonio, Plantel 30.

Las **propiedades de la esperanza matemática** son las siguientes:

La esperanza matemática de una variable aleatoria discreta tiene las siguientes propiedades.

- 1) Si $x \geq 0$ y existe $E(x)$, entonces $E(x) \geq 0$.
- 2) Si x es una variable aleatoria limitada dentro de un rango específico, entonces existe $E(x)$.

La **fórmula** para aplicar el cálculo de la esperanza matemática o valor esperado de una variable aleatoria discreta X se define como la suma del producto de la probabilidad de cada suceso por el valor de dicho suceso, es decir:

$$E(x) = \sum_{i=1}^N (X_i) (P_i) = X_1P(X_1) + X_2P(X_2) + X_3P(X_3) + \dots X_nP(X_n)$$

Donde:

$\sum$ = símbolo de sigma, letra griega que expresa la suma.

$E(x)$ = representa la esperanza matemática.

(X_i) = es la variable aleatoria discreta i .

(P_i) = indica la probabilidad de i eventos.



i = periodo o tiempo en el que se da dicho suceso.

N = Numero total de periodos u observaciones.

Ejemplo No. 1 – Las monedas del azar.



David participa en un juego de azar en donde tiene que lanzar dos monedas. Gana \$5 o \$10 si aparece una o dos águilas. Por otro lado, pierde \$25 si no aparece águila. Determinar la esperanza matemática y si éste es favorable.

Solución:

Se tiene como experimento aleatorio el lanzamiento de dos monedas, sea X la variable aleatoria que representan las águilas obtenidas y Ω el espacio muestral del experimento, entonces se tiene que:

X : variable aleatoria de águilas obtenidas.

$\Omega = \{(\text{águila}, \text{águila}), (\text{águila}, \text{sol}), (\text{sol}, \text{águila}), (\text{sol}, \text{sol})\}$

Las probabilidades se denotan como:

- $P(\$5) = \frac{2}{4}$
- $P(\$10) = \frac{1}{4}$
- $P(\$ - 25) = \frac{1}{4}$

Al aplicar la formula:

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum_{i=1}^3 (X_i) (P_i) = X_1 P(X_1) + X_2 P(X_2) + X_3 P(X_3) \\ &= (5) \frac{2}{4} + (10) \frac{1}{4} + (-25) \frac{1}{4} \\ &= \frac{10}{4} + \frac{10}{4} - \frac{25}{4} \\ &= -1.24 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la $E(x) = -1.24$ y es desfavorable

Interpretación del resultado.

Indica que en promedio David perderá 1.24 pesos cada vez que realice esta apuesta a largo plazo. Por lo tanto, se considera un resultado desfavorable para David, lo cual significa que el juego no es ventajoso para él, debido a que si David sigue jugando es probable que siga perdiendo más dinero de lo que pueda ganar.

Ejemplo No.- 2 – ¿Proyecto A o B?



Una empresa está considerando invertir en dos proyectos. El proyecto A tiene un 60% de probabilidad de generar una ganancia de \$10,000 y un 40% de probabilidad de generar una pérdida de \$5,000. El proyecto B tiene un 80% de probabilidad de generar una ganancia de \$5,000 y un 20% de probabilidad de generar una pérdida de \$2,000.

- **Esperanza matemática del proyecto A:**

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum_{i=1}^2 (X_i) (P_i) = X_1 P(X_1) + X_2 P(X_2) \\ &= (\$10'000)0.6 + (-\$5'000)0.4 \\ &= \$6'000 - \$2'000 \\ &= \$4'000 \text{ pesos} \end{aligned}$$

- **Esperanza matemática del proyecto B:**

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum_{i=1}^2 (X_i) (P_i) = X_1 P(X_1) + X_2 P(X_2) \\ &= (\$5'000)0.8 + (-\$2'000)0.2 \\ &= \$4'000 - \$400 \\ &= \$3'600 \text{ pesos} \end{aligned}$$

Interpretación del resultado.

En este caso, la esperanza matemática del proyecto A es mayor que la del proyecto B, por lo que la empresa podría optar por invertir en el proyecto A, considerando que a largo plazo es probable que obtenga un mayor rendimiento.

Ejemplo No.- 3 La agencia de autos.



María trabaja en una agencia de autos, sea X la variable aleatoria que representa el número de autos que vende en un día, Calcular la esperanza matemática a partir de los datos de la tabla siguiente:

X_i	0	1	2	3
$P(x)$	0.60	0.25	0.10	0.05

¿Cuántos autos vendería María en los próximos 30 días?

Solución.

Sea.

X: número de autos vendidos.

$$X_1 = 0, X_2 = 1, X_3 = 2, X_4 = 3$$

$$E(x) = \sum_{i=1}^4 (X_i) (P_i) = X_1 P(X_1) + X_2 P(X_2) + X_3 P(X_3) + X_4 P(X_4)$$

$$E(x) = 0(0.60) + 1(0.25) + 2(0.10) + 3(0.05)$$

$$E(x) = 0 + 0.25 + 0.2 + 0.15$$

$$E(x) = 0.6$$

Por lo tanto, se espera que María venda 0.6 autos por día en su trabajo en la agencia de autos.

¿Cuántos autos vendería María en los próximos 30 días?

$$\text{Autos vendidos} = E(x)(\text{días de un mes})$$

$$\text{Autos vendidos} = 0.6(30\text{días}) = 18 \text{ autos en los próximos 30 días}$$



Actividad 2 TPEI-SA3-ACT02: Problemario del cálculo de la esperanza matemática y toma de decisiones.

Propósito

- Solicita que se formen en binas (equipos de 2 integrantes).
- Una vez formados en binas realizan el Problemario donde se aplica el cálculo de la esperanza matemática y la toma de decisiones.

1. **La pérdida y la ganancia de los dados:** Imaginemos un juego donde se lanza un dado. Si sale un número par, ganas \$20.00; si sale 1, ganas \$10.00; si sale 3, pierdes \$16.00; si sale 5, pierdes \$30.00. ¿Cuál es la esperanza matemática de este caso?



2. **El dilema del contratista:** Un contratista debe elegir entre dos obras, la primera promete una ganancia de \$240'000 pesos, con una probabilidad de 0.75 o una pérdida de \$60'000 (debido a huelgas y otras demoras), con una probabilidad de 0.25; la segunda obra promete una ganancia de \$360'000 con una probabilidad de 0.5 o con una pérdida de \$90'000 con una probabilidad de 0.5.

Calcula:

- a) ¿Cuál debería elegir el contratista, si quiere maximizar la ganancia esperada?
- b) ¿Cuál sería la obra que probablemente escogería si su negocio anduviera más y quebrara, a menos que lograra una ganancia de \$300'000 en su próxima obra?



3. **El sindicato del COBATAB:** Un sindicato de los que existe en COBATAB al negociar salarios de los trabajadores intuye que las probabilidades están 0.40, 0.30, 0.20 y 0.10 que los trabajadores consigan un aumento de \$1.50 por hora, \$1 por hora, \$0.50 por hora o ningún aumento, respectivamente. ¿Cuál es su aumento esperado?

Aumento de:	1.5	1.0	0.50	0
Probabilidad:	0.40	0.30	0.20	0.10





Instrumento de evaluación

TPEI-SA3-ACT02: "Problemario"

Lista de Cotejo para evaluar Problemario de esperanza matemática y toma de decisiones.

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes	1.-	Matricula	1.-
	2.-		2.-
Producto esperado	Problemario de la esperanza matemática y toma de decisiones.		Fecha
Nombre del docente		Firma del docente	

No.	Criterio de evaluación	Si	No	Ponderación	
1	Entrega el Problemario en tiempo y en forma.			10 %	
2	Identifica correctamente las variables aleatorias en cada problema			20 %	
3	Calcula adecuadamente la esperanza matemática.			20 %	
4	Interpreta y argumenta la toma de su decisión según el valor obtenido en el cálculo de la esperanza matemática.			20 %	
5	Realiza cálculos y procedimientos de forma correcta.			20 %	
6	Trabaja de forma colaborativa con su par.			10 %	

Calificación

Aspectos para mejorar:





SESIÓN 24

Lectura: Análisis de resultados experimentales vs resultados teóricos.

Cuadro comparativo de análisis de resultados experimentales vs resultados teóricos.



Análisis de resultados experimentales:

Al trabajar con esperanza matemática, los resultados experimentales son los datos que se obtienen al realizar un experimento bajo condiciones controladas. Su propósito es comprobar o refutar una hipótesis, y son fundamentales para validar el conocimiento científico.



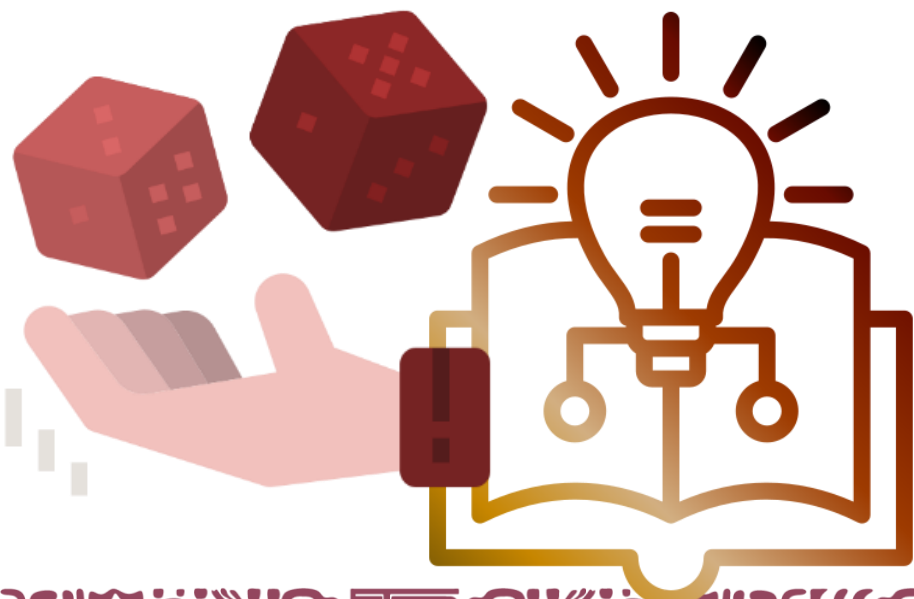
Análisis de resultados teóricos:

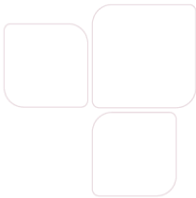
Cuando hablamos de los resultados teóricos son aquellos que se obtienen a partir del análisis lógico y matemático de un fenómeno, sin necesidad de realizar una experimentación directa. Se basan en modelos, principios y leyes previamente establecidos, y permiten anticipar lo que debería ocurrir bajo ciertas condiciones ideales.



Para que profundicemos más, revisemos el siguiente cuadro comparativa que contrasta estos dos tipos de resultados:

Aspecto	Resultados Teóricos	Resultados Experimentales
Origen	Se obtienen mediante el uso de fórmulas matemáticas y modelos probabilísticos.	Proviene de la observación directa, simulaciones o recolección de datos reales.
Condiciones	Basados en supuestos ideales: eventos independientes, distribución conocida, sin errores de medición.	Sujetos a condiciones reales: errores humanos, sesgos, variaciones aleatorias y limitaciones del entorno.
Precisión y consistencia	Precisión exacta y constante si los datos y el modelo son correctos.	Pueden variar entre repeticiones; muestran dispersión, sesgo o ruido estadístico.
Propósito	Predecir el comportamiento promedio a largo plazo y servir como referencia para la toma de decisiones.	Validar o contrastar los modelos teóricos; explorar comportamientos reales y fomentar el pensamiento crítico.
Ejemplo	Calcular el valor esperado al lanzar un dado (1,2,3,4,5,6) o al lanzar una moneda (águila o sol).	Lanzar un dado 100 veces, registrar los resultados y calcular el promedio de los valores obtenidos.
Ventajas	• Claridad, • Exactitud, • Replicabilidad; • Permiten generalizar.	• Reflejan la realidad, • Permiten detectar desviaciones y • Comprender la incertidumbre.
Limitaciones	No consideran factores externos o errores; pueden ser poco realistas en contextos complejos.	Requieren tiempo, recursos y pueden estar influenciados por el azar o errores de medición.





Progresión 6

Identifica el concepto de caminos aleatorios reconociendo su utilidad en situaciones diversas para visualizar el comportamiento de diferentes distribuciones de probabilidad favoreciendo el uso de tecnologías a su alcance por medio del trabajo colaborativo.

Metas de Aprendizaje	Categorías	Subcategorías
C2M1. Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	C2 Procesos de intuición y razonamiento.	S1. Capacidad para observar y conjeturar.
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	C3. Solución de problemas y modelación.	S1. Uso de modelos.





SESIÓN 24 (Continuación)

Lectura: Caminos aleatorios y distribuciones de probabilidad.

Concepto de caminos aleatorios.

Definición y ejemplos básicos

En muchas ocasiones se nos presenta que al ir caminando en una calle que interseca con otra tenemos hasta tres opciones de elegir para seguir nuestra trayectoria, podemos seleccionar al azar hacia dónde dirigirnos, ante esta situación estamos hablando de caminata aleatoria.

Empecemos con una de las simulaciones de movimiento más conocidas y sencillas: la caminata aleatoria. Imagina que estás parado en medio de una recta. Cada cierto tiempo, lanzas una moneda, si cae águila, da un paso adelante, de lo contrario da un paso hacia atrás. Esta es una caminata aleatoria o también llamado camino aleatorio (paseo aleatorio) abreviado en inglés como RW (Random Walks). Entonces definimos a un camino aleatorio como una ruta definida como una serie de pasos aleatorios, es decir, es una formalización matemática de la trayectoria que resulta de hacer sucesivos pasos aleatorios. Es importante considerar que para este proceso no hay reglas para la dirección, solo la probabilidad de moverse en una dirección u otra.



Ilustración Tomado de https://es.pngtree.com/freepng/man-walking-sadly-with-cloud-thinking_8650047.html en julio 2025.

Considerando el ejemplo anterior pero ahora con dos monedas, puedes realizar una caminata aleatoria en dos dimensiones lanzando esa misma moneda dos veces obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 6.1 Ejemplo de caminos aleatorios.

Primer Lanzamiento	Segundo Lanzamiento	Resultado
Águila	Águila	Un paso hacia atrás
Águila	Sol	Un paso a la derecha
Sol	Águila	Un paso a la izquierda
Sol	Sol	Un paso hacia adelante





El término caminata aleatoria fue introducido por Karl Pearson en 1905. Este concepto se usa para modelar diferentes fenómenos, desde la forma en que las moléculas se mueven hasta las fluctuaciones en el precio de las acciones, tiene muchas aplicaciones en diferentes campos como la computación, la física, la química, la biología, la ecología, la psicología, la economía, etc.

Algunos ejemplos de caminatas aleatorias son:

1. Precio de una acción fluctuante:

La fluctuación del precio de una acción a lo largo del tiempo, donde cada paso representa un cambio en el precio.

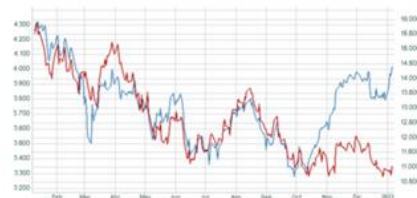


Gráfico del Eurostoxx (azul) y del Nasdaq (rojo) 100 el último año

Ilustración tomada de
<https://images.app.goo.gl/Yd5QEovPHFGiGB9Z6>,
en julio 2025

2. Algoritmos de búsqueda:

En área de la computación, se utilizan caminatas aleatorias en algoritmos como el paseo aleatorio de Markov para explorar un espacio de soluciones.



Ilustración tomada de
<https://images.app.goo.gl/7XRAsca7276rpbHh9> en julio 2025

3. Caminos aleatorios en procesos físicos:

En física, los caminos aleatorios son utilizados como modelos simplificados del movimiento browniano y difusión tales como el movimiento aleatorio de las moléculas en líquidos y gases.

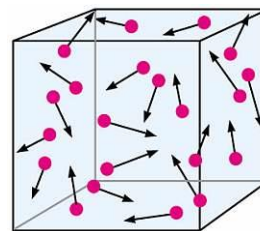


Ilustración tomada de:
<https://blmecanica.files.wordpress.com/2015/04/movimiento-browniano.jpg> en julio 2025

4. Caminos aleatorios en procesos biológicos:

En Biología los caminos aleatorios son utilizados para describir los movimientos individuales de los animales, el movimiento de moléculas en un líquido, o incluso la división celular, para apoyar

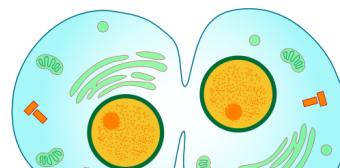


Ilustración Tomado de:
<https://cienciaybiologia.com/wp-content/uploads/2020/10/citocinesis-2-1.png> en julio 2025



empíricamente los procesos de biodifusión y en ocasiones para desarrollar la dinámica de poblaciones.

5. Búsqueda de alimento de un animal:

La trayectoria que sigue un animal mientras busca comida, donde cada paso se elige aleatoriamente.



Ilustración tomada de: <https://www.shutterstock.com/image-vector/white-hen-looking-food-laying-260nw-2157007831.jpg> en julio 2025

Distribuciones de probabilidad.

Concepto y el uso de software

Una parte muy importante en el desarrollo del cálculo de probabilidades son las distribuciones, que son fundamentales en la aplicación de la vida cotidiana y que se puede visualizar y manipular por medio de Software para mayor facilidad para la interpretación y análisis de una situación.

El uso de software para representar distribuciones se refiere a la utilización de herramientas informáticas, especialmente paquetes estadísticos, para visualizar y analizar la forma en que se distribuyen los datos. Esto implica crear gráficos, realizar pruebas de ajuste y obtener estadísticas que ayuden a comprender la naturaleza de la distribución.

La distribución de probabilidad está definida sobre el conjunto de todos los sucesos y cada uno de los sucesos es el rango de valores de la variable aleatoria.

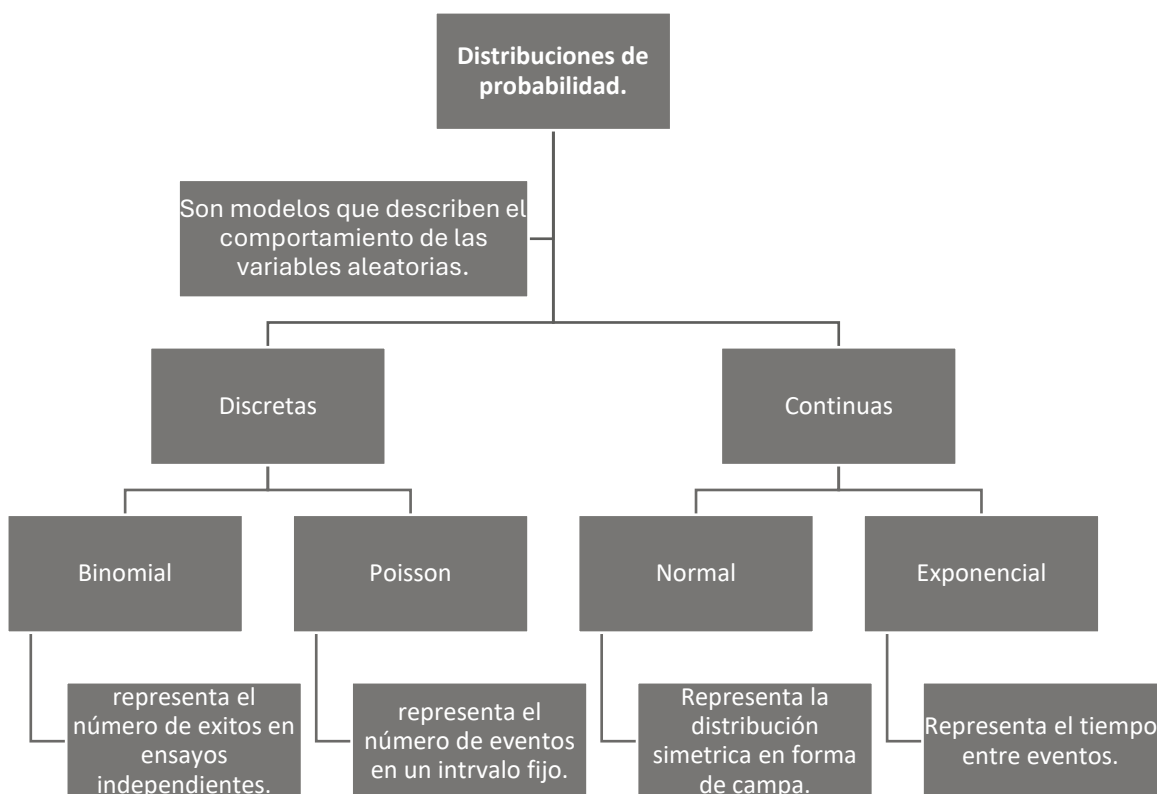
Analicemos el siguiente cuadro comparativo que habla de las distribuciones de probabilidad vs los softwares que permiten calcular este tipo de distribuciones:

Aspecto	Distribuciones de probabilidad	Uso de software
Definición	Modelos matemáticos que describen el comportamiento de variables aleatorias.	Herramientas digitales que permiten calcular, graficar y analizar distribuciones de forma rápida.
Tipos	Discretas (binomial, Poisson) y continuas (normal, exponencial, etc.)	Excel, GeoGebra, R, Python, SPSS, entre otros.
Aplicaciones	Predicción de fenómenos aleatorios y toma de decisiones basada en probabilidades.	Automatización de cálculos, simulaciones y visualización de resultados.



Ventajas	Permiten modelar incertidumbre y analizar riesgos.	Ahorro de tiempo, reducción de errores, análisis gráfico y manejo de grandes volúmenes de datos.
Limitaciones	Requieren cálculos complejos y comprensión teórica.	Dependencia tecnológica y necesidad de capacitación en el uso del software.
Ejemplos de uso	Calcular la probabilidad de obtener 3 caras al lanzar 5 monedas (binomial).	Usar Excel o GeoGebra para graficar la distribución binomial y obtener la probabilidad exacta.

Ahora analicemos las diferencias entre las distribuciones de probabilidad.

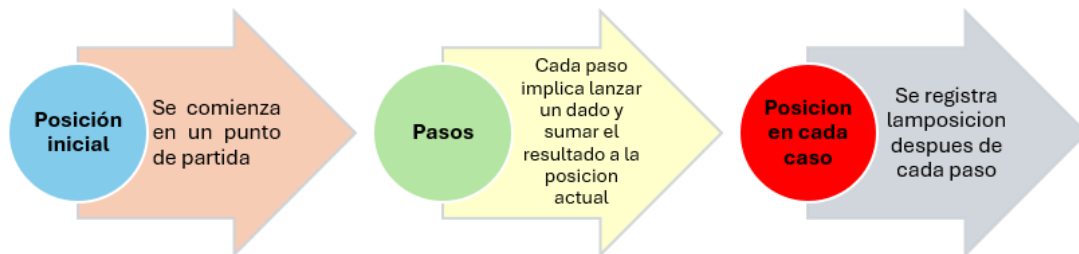


TAREA:

Coba-Nota: Recuerda traer un dado de 6 caras para la siguiente sesión de clases.

Caminata aleatoria con la suma de dados.

Otro experimento importante en el que se aplique una **caminata aleatoria** con la suma de dados, también conocida como "caminata aleatoria de suma de dados", es un proceso estocástico donde la posición en cada paso se determina sumando el resultado de un dado (o varios dados) a la posición anterior. Ejemplos de cómo se podría representar y calcular.



Esquema 6.2 Elaborado por Aversain Jiménez

Ejemplo No.- 1 Considere un dado: _____

- **Posición inicial:** 0
- **Paso 1:** Lanza el dado. Si sale 3, la posición actual es $0 + 3 = 3$.
- **Paso 2:** Lanza el dado. Si sale 1, la posición actual es $3 + 1 = 4$.
- **Paso 3:** Lanza el dado. Si sale 6, la posición actual es $4 + 6 = 10$.
- **Paso 4:** Lanza el dado. Si sale 4, la posición actual es $10 + 4 = 14$.
- ... y así sucesivamente.



Ejemplo No.- 2 Con dos dados: _____

- **Posición inicial:** 0
- **Paso 1:** Lanza dos dados. Si sale 2 y 5, la suma es 7, la posición actual es $0 + 7 = 7$.
- **Paso 2:** Lanza dos dados. Si sale 1 y 4, la suma es 5, la posición actual es $7 + 5 = 12$.
- **Paso 3:** Lanza dos dados. Si sale 3 y 6, la suma es 9, la posición actual es $12 + 9 = 21$.
- ... y así sucesivamente.





SESIÓN 25

TPEI-SA3-ACT03 “La suma de los dados”



Materiales sugeridos:

Dos dados de 6 caras.

Guía Taller de Probabilidad y Estadística I.

Libreta o un software como el Excel o Google sheets.

Lápiz, lapicero, Calculadora, borrador.

Instrucciones

Lee detenidamente las siguientes instrucciones que hacen que se pueda realizar la actividad la suma de los dados.

Objetivo:

- Comprender la distribución de probabilidad de la suma de dos dados.
- Calcular la esperanza matemática de la suma de dos dados.
- Aplicar la ley de los grandes números mediante la simulación de múltiples lanzamientos.

Procedimiento:

Lanzamientos y Registro

- o Lanza dos dados 30 veces, registrando la suma obtenida en cada lanzamiento.
- o Contar cuántas veces se obtuvo cada suma (de 2 a 12).

Suma	Registro de total de veces	Frecuencia
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		





Procedimiento

Cálculo de la frecuencia relativa

- o Calcular la frecuencia relativa de cada suma dividiendo el número de veces que ocurrió por el total de lanzamientos (30).
- o Elaborar una tabla con las sumas posibles y sus respectivas frecuencias relativas.

Calcular la esperanza matemática:

- o Multiplicar cada suma por su frecuencia relativa.
- o Sumar los resultados obtenidos.
- o La suma total es la esperanza matemática de la suma de dos dados.

Suma	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Multiplicación
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
Esperanza matemática (Suma de las multiplicaciones)			





Responde las siguientes preguntas

6. ¿Qué puedes observar de los resultados obtenidos?

7. ¿Qué diferencias encuentras entre las frecuencias relativas?

8. ¿Cuál es la esperanza matemática?

9. Reflexiona y discute sobre lo aplicado en esta actividad.



SESIÓN 26



Abordaje de la Situación de Aprendizaje 3: El dilema de la cafetería de la escuela

Estrategia didáctica: Reporte

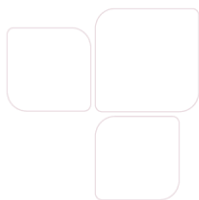
Propósito de la situación

En **equipos de 5 integrantes**, **elaborar** un reporte aplicando la metodología activa de resolución de problemas para comprender la **distribución de probabilidad, esperanza matemática y la toma de decisiones** de la venta de las frutas picadas de la cafetería en un plantel del COBATAB, **presentar** ante el grupo sus respuestas **y socializar en el aula**.

Problema del contexto

El gobierno de México ha implementado desde el 29 de marzo de 2025 un decreto que prohíbe la venta de comida chatarra en las escuelas, esto significa que queda prohibida la venta de productos ultra procesados con altos contenidos de azúcar, grasas saturadas y sodio, como refrescos, frituras, dulces y pastelillos, como parte de la estrategia nacional para combatir la obesidad infantil y promover hábitos alimenticios saludables. Es por ello por lo que el Colegio de Bachilleres de Tabasco (COBATAB) ha enviado un comunicado a los planteles EMSAD, Bachilleratos Interculturales y planteles oficiales a dejar de vender este tipo de comidas chatarra.

Juan y Diana al observar que este tipo de comidas ya no se venden en su plantel, preguntaron al vendedor de la cafetería ¿Cuál sería el nuevo menú que habría?, en respuesta a su pregunta el vendedor respondió que dentro del nuevo menú habría venta de: tacos, palomitas naturales y vasos de frutas picadas (mango, pepino y jícama) el cual tienen un costo de \$25.00 por vaso. Los estudiantes decidieron investigar cuanto saldría preparar un vaso y llegaron a la conclusión de que cada vaso incluyendo limón, frutas y chamoy le costó solo \$12.00, decidieron observar durante una semana en su receso la venta de las frutas y registraron en una tabla los vasos vendidos y la probabilidad de venta como se muestra a continuación:



Venta de vasos de frutas en una semana.	
Vasos vendidos	Probabilidad
0	5 %
5	15 %
10	30 %
15	30 %
20	20 %

Conflicto cognitivo

1. ¿Cuál es la distribución de probabilidad de las ventas de la cafetería?
2. ¿Cuál es el valor esperado (esperanza matemática) del número de vasos que la cafetería debe de vender en un día?
3. Calcula la ganancia neta esperada que venderá la cafetería si prepara y vende hasta 15 vasos por día.
4. ¿Qué pasa si la cafetería vende menos de 15 vasos? ¿Cuánto pierde por los vasos no vendidos?
5. Debería la cafetería preparar 15 o 10 vasos de frutas picadas por día (compara resultados y toma una decisión).





Instrumento de evaluación

TPEI-SA3: “El dilema de la cafetería de la escuela”

Lista de Cotejo

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes	* * *	* *	
Producto esperado	Reporte del dilema de la cafetería de la escuela.	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Criterios de evaluación	Indicadores	Si	No
20 %	Presenta introducción clara, desarrollo coherente y conclusión pertinente.		
30 %	Aplica correctamente el concepto y el cálculo de la esperanza matemática aplicado a la venta de las frutas.		
20 %	Justifica adecuadamente las respuestas al conflicto cognitivo con base en el análisis probabilístico realizado.		
15 %	Entrega el trabajo en la fecha y hora acordada y en formato adecuado.		
15 %	Participaron todos los integrantes del equipo en la solución del reporte, respetando acuerdos y aportando ideas.		

Calificación

Aspectos para mejorar:



SESIÓN 27



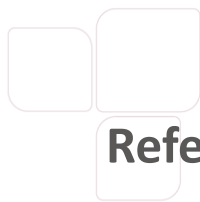
Presentación de los resultados

Estrategia didáctica: Reporte Situación de Aprendizaje 3

En plenaria, pasaran por equipo a exponer los resultados obtenidos en la resolución de la situación de aprendizaje no. 3 “el dilema de la cafetería de la escuela” para recuperar experiencias de aprendizaje.



Cierre de la Situación de aprendizaje



Referencias Bibliográficas SA3

B. Campos (2016). Bioestadística básica, Epidemiología e introducción a la investigación. Universidad de Barcelona.

Barry R. James. 1981. "Probabilidad de: un curso em nivel intermediario". IMPA. Instituto de Matemática Pura e Aplicada -CNPq. Brasil.

Devore, J. (2008). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. 7ma. Edición. Cengage Learning Editores. México

Walpole, R.E.; Myers, R.H.; Myers, S.L. & Ye, K. "Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias". Octava Edición. Pearson Prentice-Hall. México, 2007.

M.L. Maritza Loyo Sánchez. Probabilidad y Estadística 2. Editorial Nueva Imagen S.A. de C.V. México 2015.

Pearson, K. (1905). *The Problem of the Random Walk*. [Nature](#). **72**, 294

López, J. F. (2024b, agosto 14). Esperanza Matemática: Qué es, Fórmula y Ejemplos. Economipedia. <https://economipedia.com/definiciones/esperanza-matematica.html>

(Flaticon, 2025)

(Freepik, 2025)

OpenAI. (2025). imágenes generadas por inteligencia artificial. ChatGPT.





Situación de Aprendizaje 4:

“Una mirada matemática”

SESIÓN 28



Situación de Aprendizaje 4

Estrategia didáctica: Infografía

Propósito de la situación

En equipos de 5 integrantes, **elaborar una infografía explicativa de una de las situaciones de su entorno** que se puedan modelar de acuerdo con alguna de las distribuciones de probabilidad estudiadas (Binomial, Poisson, Normal y Exponencial) **y exponerlas en clase para su socialización**

Problema del contexto

En el ámbito educativo, es fundamental que los estudiantes desarrollen habilidades analíticas y de toma de decisiones basadas en datos. Las distribuciones de probabilidad no solo son conceptos matemáticos, sino herramientas clave para comprender la incertidumbre en diversos escenarios reales.

Este enfoque responde a la necesidad de una educación más aplicada, alineada con el modelo de la Nueva Escuela Mexicana (NEM), que promueve el pensamiento crítico y el aprendizaje basado en la realidad. Al modelar datos reales, los estudiantes fortalecerán su capacidad para analizar problemas, interpretar resultados y fundamentar decisiones.

Para desarrollar una conexión significativa entre el aula y el contexto, se busca que los estudiantes aprendan a observar su entorno para encontrar aquellas situaciones que se pueden modelar y calcular mediante las distribuciones de probabilidad estudiadas y que por medio de ellas calcule las probabilidades asociadas a cada tipo de evento.

Conflicto cognitivo

1. ¿Qué es un modelo matemático?
2. ¿Cómo se modela la realidad?
3. ¿En qué problemas de mi entorno se podría usar la distribución Binomial?
4. ¿En qué problemas de mi entorno se podría usar la distribución de Poisson?
5. ¿En qué problemas de mi entorno se podría usar la distribución Normal?
6. ¿En qué problemas de mi entorno se podría usar la distribución Exponencial?



Objetivos de Aprendizaje

Las Progresiones de Aprendizaje son unidades didácticas innovadoras y flexibles para la descripción secuencial de los aprendizajes asociados a la comprensión y solución de necesidades y problemáticas personales y/o sociales

Subcategorías

Conceptual (Conocimientos integradores)	Procedimental (Componentes de áreas sugeridas)	Porcentaje Actitudinal (Aprendizaje de Trayectoria)
Progresión 7 Tema: Distribuciones Discretas de Probabilidad	7.5 Distribución de Bernoulli - Definición y propiedades - Aplicaciones en experimentos con dos posibles resultados 7.6 Distribución binomial - Modelo de ensayos independientes con éxito/fracaso - Cálculo de probabilidades y su relación con la normal 7.7 Distribución de Poisson - Modelado de eventos raros en intervalos de tiempo o espacio - Aplicaciones en fenómenos como llamadas telefónicas y fallos de sistemas 7.8 Modelado y aplicaciones en contextos reales - Comparación de modelos discretos con datos observados - Elección de la distribución más adecuada para un problema	- Valora la aplicación de procedimientos automáticos y algorítmicos, así como la interpretación de sus resultados para anticipar, encontrar y validar soluciones a problemas matemáticos, de áreas del conocimiento y de su vida personal. - Adopta procesos de razonamiento matemático tanto intuitivos como formales tales como observar, intuir, conjeturar y argumentar, para relacionar información y obtener conclusiones de problemas (matemáticos, de las ciencias naturales, experimentales y tecnología, sociales, humanidades y de la vida cotidiana).
Progresión 8 Tema: Probabilidades de distribuciones continuas exponencial y normal para modelar fenómenos	8.4 Distribución exponencial - Definición y aplicaciones en tiempos de espera - Relación con la distribución de Poisson 8.5 Distribución normal - Propiedades y teorema del límite central - Uso en modelado de fenómenos naturales y sociales 8.6 Aplicaciones y herramientas tecnológicas para el análisis de datos - Uso de software estadístico para modelado - Simulación de datos y ajuste de distribuciones	- Modela y propone soluciones a problemas tanto teóricos como de su entorno, empleando lenguaje y técnicas matemáticas. - Explica el planteamiento de posibles soluciones a problemas y la descripción de situaciones en el contexto que les dio origen empleando lenguaje matemático y lo comunica a sus pares para analizar su pertinencia.



Progresión 7

Utiliza, compara y calcula las probabilidades de distribuciones discretas Bernoulli, binomial y Poisson para modelar fenómenos, apoyándose en herramientas tecnológicas a su alcance entendiendo las situaciones en donde puede aplicarlas.

Metas de Aprendizaje	Categorías	Subcategorías
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C1. Procedural	S4. Manejo de datos e incertidumbre
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	C2. Procesos de intuición y razonamiento	S1. Capacidad para observar y conjeturar
		S3. Pensamiento formal
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	C3. Solución de problemas y modelación	S1. Uso de modelos
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico



SESIÓN 29



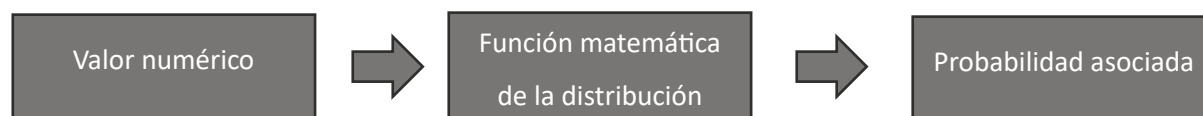
Lectura: Distribuciones de probabilidad.

Imagina que lanzas un dado. Sabes que puedes obtener un número del 1 al 6. La distribución de probabilidad te dice qué tan probable es que salga cada uno de esos resultados. Es como un mapa que te dice con qué frecuencia esperarías que ocurra cada valor posible, si repites el experimento muchas veces. Si el dado está bien balanceado, cada número tiene la misma probabilidad (1 entre 6).

Una distribución de probabilidad describe cómo se reparten o distribuyen las probabilidades de ocurrencia de los diferentes valores posibles de una variable aleatoria. Es decir, nos indica qué tan probable es que ocurra cada resultado en un experimento aleatorio. Esta herramienta matemática nos permite modelar situaciones de incertidumbre de forma cuantitativa, ya sea para fenómenos cotidianos (como lanzar un dado o contar cuántos autos pasan por una calle) o situaciones más complejas (como analizar datos médicos o financieros).

En palabras simples, la distribución de probabilidad es un puente entre el mundo de lo aleatorio y el lenguaje de los números. Por ejemplo, si lanzamos una moneda, sabemos que hay dos posibles resultados: cara o cruz. Una distribución nos diría que la probabilidad de cada uno es 0.5. Si repetimos el experimento muchas veces, podríamos ver cómo esa frecuencia se aproxima a la probabilidad teórica. Esa regularidad observable es lo que modela una distribución.

Lo que hace la distribución es asignar un valor numérico a la posibilidad de cada resultado, dándonos una herramienta para predecir y analizar lo que podría suceder. Podríamos decir que una distribución de probabilidad es una función matemática que relaciona los valores que pueden tomar una variable y la probabilidad que le corresponde.



Clasificación de las distribuciones de probabilidad

El tipo de distribución de probabilidad que se utiliza para analizar un fenómeno depende directamente del tipo de variable aleatoria que interviene en ese contexto. De forma general, existen dos grandes clases de variables aleatorias:

- Las discretas, que toman valores específicos y contables (como 0, 1, 2, 3...), y
- Las continuas, que pueden asumir infinitos valores dentro de un intervalo real.

Cada una de estas clases requiere un tratamiento distinto y, por lo tanto, se asocia con un tipo diferente de distribución de probabilidad:

- Las variables discretas se describen mediante funciones de probabilidad (también llamadas funciones de masa), que asignan una probabilidad exacta a cada valor posible.
- Las variables continuas, en cambio, se modelan mediante funciones de densidad de probabilidad, que no dan probabilidades puntuales, sino densidades. En estos casos, las probabilidades se obtienen calculando el área bajo la curva en un intervalo específico mediante integración.

Distribuciones discretas

Cuando los datos de entrada o resultados posibles pueden representarse mediante números enteros, estamos frente a una variable aleatoria discreta. Estas variables generan distribuciones de probabilidad discretas, en las cuales se asigna una probabilidad específica a cada valor individual.

Entre las distribuciones discretas más conocidas se encuentran:

- La distribución de Bernoulli, que modela experimentos con solo dos resultados posibles (éxito o fracaso).
- La distribución Binomial, que extiende la de Bernoulli a varios ensayos independientes.
- La distribución de Poisson, que describe la cantidad de eventos que ocurren en un intervalo de tiempo o espacio determinado, cuando los eventos son raros y ocurren de manera independiente.

VARIABLES DISCRETAS



Variable aleatoria discreta

Llegada de autobuses por hora

Distribución de Poisson

Tipo: Variable aleatoria

Valores: (0, 1, 2...)

Parámetros: λ p





Variable aleatoria discreta

Visitas de clientes a una tienda por día

Distribución de Poisson

Tipo: Variable aleatoria

Valores: (0, 1, 2...)

Parámetros: n p





Variable aleatoria discreta

Nacimientos de niñas y niños en un hospital

Distribución Binomial



Una variable aleatoria discreta toma valores específicos y contables, como 0, 1, 2... por ejemplo: el número de hijos de una familia o el número de caras al lanzar 5 monedas, para estas variables, usamos la función de probabilidad la cual nos dice la probabilidad exacta de que la variable tome un valor específico, cada posible resultado tiene una probabilidad entre 0 y 1 además que todas las probabilidades de los resultados posibles deben sumar 1.

Distribuciones continuas

Por otro lado, cuando los posibles valores de la variable pueden tomar cualquier número real dentro de un intervalo, incluyendo fracciones y decimales, se trata de una variable aleatoria continua. Estas variables originan distribuciones de probabilidad continuas, en las cuales la probabilidad de que la variable tome un valor exacto es cero, pero se puede calcular la probabilidad de que caiga dentro de un intervalo determinado. Algunas de las distribuciones continuas más relevantes son:

- La distribución exponencial, que modela el tiempo entre eventos que ocurren de manera continua y aleatoria (como el tiempo entre llegadas de clientes).
- La distribución normal, también conocida como la “campana de Gauss”, que representa fenómenos naturales que tienden a agruparse alrededor de un valor promedio (como la estatura, el peso, o los resultados de un examen).

Tiempo entre llegadas de autobuses
Distribución Exponencial
Tipo: Variable aleatoria dentro de un rango
Parametros: λ

Puntajes de estudiantes en un examen
Distribución Normal
Tipo: Variable aleatoria continua Reales (decimales) dentro de un rango
Parametros: $\mu \sigma$

Peso de recién nacidos
Distribución Normal
Reales (decimales) dentro de un rango

Una variable aleatoria continua puede asumir infinitos valores dentro de un intervalo, ya que no se limita a números enteros o contables. Por ejemplo, la estatura de una persona podría ser 1.70 m, 1.701 m, 1.7013 m, y así sucesivamente, con una precisión prácticamente ilimitada. En estos casos, utilizamos la función de densidad de probabilidad, la cual no nos da la probabilidad exacta de un valor específico, sino una medida de cuán probable es que la variable tome valores cercanos a ese número. Como resultado, para calcular una probabilidad real (por ejemplo, que la estatura esté entre 1.70 m y 1.80 m), es necesario integrar la función de densidad sobre ese intervalo.



SESIÓN 30.

Lectura: Distribución de Bernoulli

¿Alguna vez te has preguntado cuál es la probabilidad de ganar o perder en un juego de azar con solo dos posibles resultados, como lanzar una moneda? Este tipo de situaciones ha fascinado a matemáticos desde hace siglos. Uno de los primeros en estudiarlas fue Jakob Bernoulli, un matemático suizo del siglo XVII, quien escribió una obra revolucionaria titulada *Ars Conjectandi*. En este libro sentó las bases de lo que hoy conocemos como teoría de la probabilidad. Entre sus aportaciones más importantes se encuentra la distribución que lleva su nombre: la distribución de Bernoulli.

La distribución de Bernoulli es una de las más simples y fundamentales en estadística. Se aplica a experimentos que solo tienen dos posibles resultados: éxito o fracaso, sí o no, 1 o 0. Por ejemplo, al lanzar una moneda, podemos considerar que obtener “cara” es un éxito (1) y “cruz” un fracaso (0). Este tipo de experimento, que se realiza una sola vez, se conoce como un ensayo de Bernoulli. A pesar de su sencillez, esta distribución es la base de modelos más complejos, como la distribución binomial o incluso métodos utilizados en aprendizaje automático.

Lo sorprendente es que una idea tan simple tiene aplicaciones muy amplias. Desde evaluar la efectividad de una vacuna en una persona hasta diseñar algoritmos en inteligencia artificial, la distribución de Bernoulli permite modelar y analizar situaciones reales con claridad. También es útil en áreas como el control de calidad, la medicina (por ejemplo, una prueba que da positivo o negativo) y las encuestas (una persona está de acuerdo o no). Estudiarla ayuda a comprender conceptos fundamentales como la esperanza matemática (media) y la varianza, herramientas clave para describir el comportamiento de fenómenos aleatorios. Comprender bien esta distribución es un primer paso esencial para adentrarse en el mundo de la probabilidad.



imagen de Jakob Bernoulli
recuperado de:
https://es.wikipedia.org/wiki/Jakob_Bernoulli en julio 2025.

Jakob Bernoulli, Matemático suizo pionero en el desarrollo de la teoría de la probabilidad. En su obra *Ars Conjectandi* formuló la distribución de Bernoulli y **ley de los grandes números** que dio origen a la distribución binomial, base de la estadística moderna.

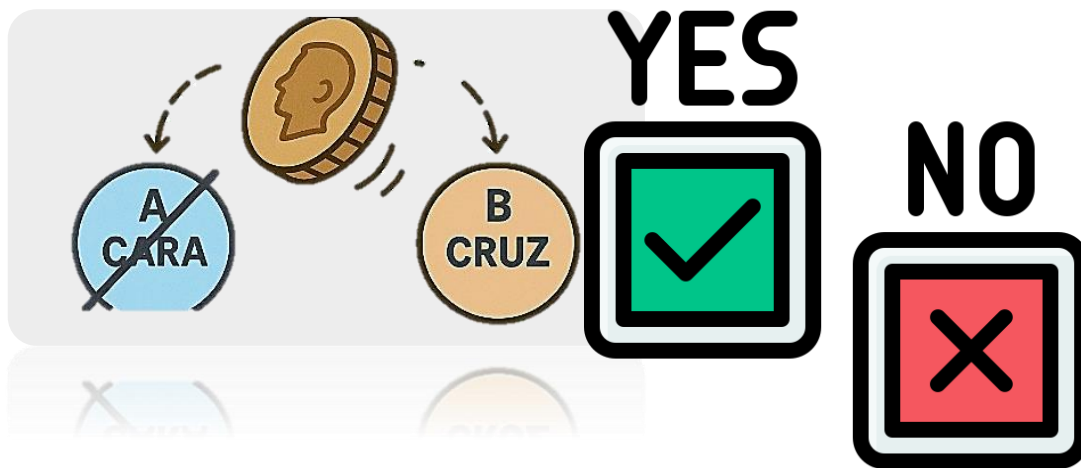
Aplicaciones de la distribución de Bernoulli

La distribución de Bernoulli se aplica en situaciones donde un experimento tiene únicamente dos posibles resultados, llamados fenómenos dicotómicos: generalmente, “éxito” y “fracaso”. Un ejemplo clásico es lanzar una moneda, donde los únicos resultados posibles son cara o cruz. También se utiliza para modelar situaciones como aprobar o reprobar un examen, que un producto esté defectuoso o no, o que un cliente compre o no un artículo. Este tipo de fenómenos, donde solo hay dos alternativas mutuamente excluyentes, se denominan dicotómicos.

Cada experimento de este tipo se llama un ensayo de Bernoulli. En estos ensayos, se asigna una probabilidad p al éxito y una probabilidad q ($1 - p$) al fracaso. La distribución de Bernoulli permite describir matemáticamente estos resultados y calcular probabilidades en eventos simples. Además, esta distribución es la base de modelos más complejos, como la distribución binomial, que considera varios ensayos de Bernoulli realizados de forma independiente.

Algunos ejemplos de ensayos de Bernoulli son:

- Lanzamiento de una moneda (cara o cruz).
- Evaluación de si un producto pasa o falla en una prueba de calidad.
- Respuesta sí/no en encuestas.
- Determinación de si un paciente responde o no a un tratamiento.



Modelo matemático de la distribución de Bernoulli

La distribución de Bernoulli es una de las más simples e importantes en la probabilidad. Se utiliza cuando tenemos un experimento que solo puede tener dos resultados posibles, como "sí o no", "éxito o fracaso", "gana o pierde", "positivo o negativo", etc. A estos resultados se les llama fenómenos dicotómicos porque solo hay dos opciones.

$$P(X = x) = p^x q^{1-x}$$

Donde:

- p es la probabilidad de éxito ($X=1$),
- q es la probabilidad de fracaso $1 - p$ ($X=0$).

Descripción de los elementos principales:

- Variable aleatoria X : toma solo dos valores, 0 o 1.
- Parámetro p : probabilidad de éxito, debe ser entre 0 y 1

Función de probabilidad:

$$P(X = 1) = p \quad y \quad P(X = 0) = 1 - p$$

Media (esperanza):

$$E[X] = p$$

Esto quiere decir que el valor promedio esperado del experimento, si lo repitiéramos muchas veces, sería igual a la probabilidad de éxito. Por ejemplo, si la probabilidad de que un foco funcione es 0.9, entonces en promedio 90 de cada 100 funcionarán.

Varianza:

La varianza nos dice qué tan dispersos o variables pueden ser los resultados.

$$Var(X) = p(1 - p)$$



Ejemplo de aplicación de la distribución de Bernoulli

Una empresa produce focos eléctricos, un estudio previo demostró que el 95% de ellos son funcionales. Al final de la línea de producción, se selecciona un foco al azar para revisar si funciona correctamente (éxito) o está defectuoso (fracaso). Analiza el problema con la distribución de Bernoulli.

En caso de analizar un éxito:

Cuando se obtiene un éxito el valor de la variable aleatoria es 1.

$$X = 1$$

$$P = 95\% = 0.95 \text{ (probabilidad de éxito)}$$

De acuerdo con la función de probabilidad se obtiene que:

$$P(X = 1) = p$$

$$P(X = 1) = 0.95$$

En caso de analizar un fracaso:

Cuando se obtiene un éxito el valor de la variable aleatoria es 0.

$$X = 0$$

$$P = 95\% = 0.95 \text{ (probabilidad de éxito)}$$

De acuerdo con la función de probabilidad se obtiene que:

$$P(X = 0) = 1 - p$$

$$P(X = 0) = 1 - 0.95 = 0.05$$

Ambos resultados son fácilmente comprobables si sustituyes los valores en el modelo matemático de la distribución de Bernoulli.

Reflexión: La distribución de Bernoulli es reconocida como el primer modelo matemático formal para representar un experimento aleatorio. Su importancia radica en que introduce, de manera simple y clara, los conceptos fundamentales de la probabilidad. Al estudiar este modelo, se avanza en la comprensión de cómo las matemáticas pueden describir fenómenos inciertos de forma precisa.





SESIÓN 31

Lectura: Distribución Binomial

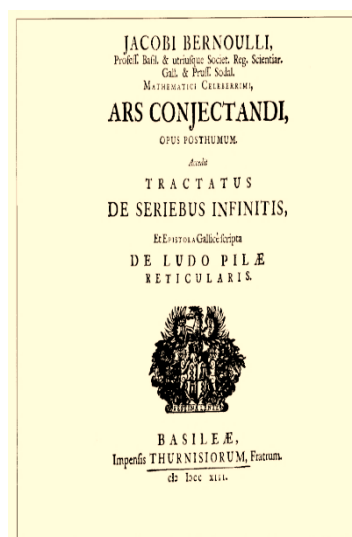
La distribución binomial es una de las herramientas más importantes y útiles en la estadística. Aunque suene compleja al principio, en realidad se basa en algo muy simple: contar cuántas veces ocurre un cierto resultado (como un “éxito”) cuando repetimos varias veces un mismo experimento, como lanzar una moneda, responder un test o revisar si un producto está defectuoso.

Esta idea fue estudiada por el matemático suizo Jakob Bernoulli en el siglo XVII. En su obra *Ars Conjectandi*, publicada después de su muerte en 1713, Bernoulli fue uno de los primeros en analizar este tipo de situaciones con dos posibles resultados: éxito o fracaso. Más adelante, otros matemáticos como Laplace ayudaron a desarrollar aún más estas ideas, que hoy forman parte de lo que se conoce como probabilidad clásica.

Esta distribución es muy útil cuando hacemos varios intentos de un experimento bajo las mismas condiciones y queremos saber la probabilidad de obtener cierto número de éxitos.

Por ejemplo, si lanzas una moneda 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que salgan exactamente 6 caras? O si una fábrica sabe que el 5 % de sus productos salen defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de encontrar 2 defectuosos en una muestra de 10?

La distribución binomial es un modelo probabilístico que describe la cantidad de éxitos obtenidos en una serie de n ensayos de Bernoulli (experimentos con solo dos posibles resultados: éxito o fracaso), realizados de forma independiente y bajo las mismas condiciones. En cada ensayo, la probabilidad de éxito es constante y se denota como p , mientras que la de fracaso es $q = 1 - p$



Portada del libro *Ars Conjectandi*
Recuperado de :
https://en.wikipedia.org/wiki/Ars_Conjectandi en julio 2025.

Aplicaciones de la distribución de Binomial

La distribución binomial es una herramienta estadística fundamental que permite modelar situaciones reales en las que se repite un mismo experimento, conocido como ensayo de Bernoulli, un número fijo de veces. Cada uno de estos ensayos tiene solo dos posibles resultados: éxito o fracaso, y la probabilidad de éxito se mantiene constante en cada repetición. Este modelo permite calcular la probabilidad de obtener exactamente x éxitos en n repeticiones del experimento, lo que la convierte en una de las distribuciones más utilizadas en la estadística aplicada.

Es especialmente útil para analizar fenómenos en contextos como encuestas, controles de calidad, estudios médicos, pruebas educativas y procesos industriales, entre otros. Por ejemplo, se puede usar para estimar la probabilidad de que al menos 3 de cada 10 productos salgan defectuosos, o de que 6 estudiantes aprueben un examen si la probabilidad individual de aprobar es conocida algunos ejemplos comunes serían:

- Número de caras al lanzar una moneda varias veces.
- Número de pacientes que responden positivamente a un tratamiento en un estudio.
- Número de llamadas atendidas en un centro de llamadas en un día.

Un experimento binomial es el que tiene estas cinco características:

1. El experimento consiste en n intentos idénticos.
2. Cada intento resulta en uno de dos resultados: éxito y fracaso.
3. La probabilidad de éxito en un solo intento es igual a p y es igual de un intento a otro.
4. La probabilidad de fracaso es igual a $q = (1 - p)$.
5. Los intentos son independientes.
6. Estamos interesados en x , el número de éxitos observado durante los n intentos, para $x = 0, 1, 2, \dots, n$

En un contexto real, la distribución binomial tiene múltiples aplicaciones que resultan especialmente cercanas a la vida diaria de los estudiantes. Por ejemplo, en el rendimiento deportivo, este modelo permite analizar la probabilidad de aciertos o fallos en acciones repetitivas, como tiros al aro, penales o saques, tanto en deportes individuales como colectivos. En el ámbito de los videojuegos, se puede usar para estudiar eventos con dos posibles resultados —éxito o fracaso— como conseguir objetos especiales, superar niveles o completar desafíos con una probabilidad fija.



También se aplica en evaluaciones tipo test, al calcular la probabilidad de acertar cierto número de respuestas cuando se responde al azar, lo cual es útil para entender la importancia de estudiar frente al simple azar. En el uso cotidiano de redes sociales o mensajería instantánea, puede ayudar a estimar con qué frecuencia se obtiene una respuesta inmediata o se cumple alguna acción esperada, como que alguien visualice o responda un mensaje en cierto tiempo.

Dentro del entorno escolar, la distribución binomial se puede utilizar para analizar la participación en campañas de salud, como vacunación o revisiones médicas, calculando la cantidad esperada de estudiantes que participan (o no). También es útil en control de calidad, por ejemplo, al evaluar qué proporción de útiles escolares o alimentos de la cafetería cumplen con ciertos estándares. Asimismo, es valiosa en encuestas escolares, donde las respuestas suelen ser dicotómicas (sí/no), y se desea estudiar hábitos como la lectura, el uso de tecnología o la práctica de actividad física. Finalmente, puede aplicarse en concursos o sorteos estudiantiles, para calcular la probabilidad de ganar bajo reglas claras y repetitivas.

Modelo matemático de la distribución de Binomial

Se representa a la distribución binomial de parámetro p , probabilidad de “éxito”, para n , número de pruebas como $B(n, p)$. La probabilidad de obtener exactamente k éxitos en n ensayos independientes, donde cada ensayo tiene una probabilidad de éxito p , se calcula con:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Donde:

n = Número total de ensayos, es la cantidad total de experimentos o pruebas.

x = Número de éxitos, la cantidad de resultados favorables que se desean calcular

p = Probabilidad de éxito, la probabilidad constante de obtener un éxito en cada ensayo.

q = Probabilidad de fracaso, la probabilidad de obtener un fracaso en cada ensayo se calcula como $q = 1 - p$



$\binom{n}{x}$ = En combinatoria es el coeficiente binomial, que calcula las formas de escoger k éxitos en n ensayos. Se calcula como: $nCx = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

Ejemplos de aplicación de la distribución Binomial

Ejemplo 1: Lanzamiento de monedas

Supón que lanzas una moneda justa 10 veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente 6 caras? Los datos serían:

- Número de ensayos, $n = 10$
- Número de éxitos deseados, $x = 6$
- Probabilidad de éxito en un ensayo, $p = 0.5$
- Probabilidad de fracaso en el ensayo, $q = 1 - p = 1 - 0.5 = 0.5$

Paso 1: Escribir la fórmula

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Paso 2: Sustituir los valores

$$P(X = 6) = \binom{10}{6} (0.5)^6 (0.5)^{10-6}$$

$$P(X = 6) = \binom{10}{6} (0.5)^6 (0.5)^4$$

Paso 3: Calcular el coeficiente binomial

$$\binom{10}{6} = \frac{n!}{x!(n-x)!} = \frac{10!}{6! * (10-6)!} = 210$$

Paso 4: Calcular la probabilidad

$$P(X = 6) = 210 * (0.5)^6 * (0.5)^4$$

$$P(X = 6) = 210 * 0.0156 * 0.0625$$

$$P(X = 6) \approx 0.2047 \approx 20.47\%$$

Por lo tanto, la probabilidad de obtener exactamente 6 caras en 10 lanzamientos es aproximadamente 0.2047 o en porcentaje serían 20.47%



La tecla "nCr" en una calculadora científica se utiliza para calcular combinaciones o el coeficiente binomial.



Ejemplo 2: Calidad en producción

En una fábrica, la probabilidad de que un producto sea defectuoso es 0.05. Si se inspeccionan 20 productos, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 5 sean defectuosos?

Datos:

- Numero de ensayos, $n = 20$
- Numero de éxitos deseados, $x = 5$
- Probabilidad de éxito, $p = 0.05$
- Probabilidad de fracaso, $q = 1 - p = 1 - 0.05 = 0.95$

Paso 1: Escribir la fórmula

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Paso 2: Sustituir los valores

$$P(X = 5) = \binom{20}{5} (0.05)^5 (0.95)^{20-5}$$

$$P(X = 5) = \binom{20}{5} (0.05)^5 (0.95)^{15}$$

$$P(X = 5) = 20C5 * (0.05)^5 (0.95)^{15}$$

Paso 3: Calcular el coeficiente binomial

$$\binom{20}{5} = \frac{n!}{x! (n-x)!} = \frac{20!}{5! * (20-5)!} = 15504$$

Paso 4: Calcular la probabilidad

$$P(X = 5) = 15504 * (0.05)^5 * (0.95)^{15}$$

$$P(X = 5) = 15504 * 0.000003125 * 0.4632$$

$$P(X = 5) \approx 0.002244 \approx 0.2244\%$$

Observa que en ocasiones la probabilidad de éxito no se refiere a algo considerado comúnmente como positivo, es mas bien lo que se desea medir u observar.

En esta distribución, se suelen manejar números muy pequeños y al mismo tiempo números muy grandes por lo que es mejor utilizar toda la notación directo en la calculadora. Puedes hacerlo cambiando $\binom{20}{5}$ con la tecla nCr.

Por lo tanto, la probabilidad de obtener exactamente 5 productos defectuosos en un lote de 20 es aproximadamente 0.002244 o en porcentaje serian 0.2244%





SESIÓN 32

Probabilidades acumuladas

Cuando escuchamos la palabra “*acumulado*”, probablemente pensamos en cosas que se van sumando: como los puntos que llevamos en un juego, el dinero que hemos ahorrado, o incluso los minutos que vamos caminando. En probabilidad, el concepto de “*acumulado*” funciona de una manera muy parecida.

Supongamos que estamos trabajando con una variable aleatoria binomial, es decir, con una situación donde contamos cuántas veces ocurre un cierto evento, por ejemplo, cuántas veces obtenemos cara al lanzar una moneda varias veces. A veces, no solo queremos saber la probabilidad de que ocurra un valor exacto, como ¿cuál es la probabilidad de obtener cara exactamente 3 veces?, sino algo un poco más amplio, como: “¿Cuál es la probabilidad de obtener cara 3 veces o menos?” (es decir, ganar 0, 1, 2 o 3 veces).

En ese tipo de preguntas estamos hablando de una probabilidad acumulada, porque acumulamos (sumamos) varias probabilidades individuales, empezando desde el valor más bajo (cero) hasta cierto número que nos interese (en este caso, tres). Matemáticamente, se expresa así:

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$

Esta es la probabilidad acumulada hasta 3.

Este tipo de probabilidades es muy útil en la vida real, porque muchas veces nos interesa saber si algo no supera cierto límite: como el número de fallas en una máquina, la cantidad de productos defectuosos, o el número de respuestas correctas que necesita un estudiante para aprobar.

Ejemplo 1: Lanzamiento de monedas

En un examen de 5 preguntas de opción múltiple (con 4 opciones cada una), un estudiante responde al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que responda como máximo 2 preguntas correctamente?

Supongamos que $p = 0.25$ (probabilidad de acertar una pregunta al azar).

Datos:

- Numero de ensayos, $n = 5$
- Numero de éxitos deseados, $x = 0, 1, 2$
- Probabilidad de éxito, $p = 0.25$
- Probabilidad de fracaso, $q = 1 - p = 1 - 0.25 = 0.75$

Para calcular la probabilidad acumulada consideramos:

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$$

Si:

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} (0.25)^0 (0.75)^5 = 1 \cdot 1 \cdot 0.2373 \approx 0.2373$$

$$P(X = 1) = \binom{5}{1} (0.25)^1 (0.75)^4 = 5 \cdot 0.25 \cdot 0.316 \approx 0.3955$$

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} (0.25)^2 (0.75)^3 = 10 \cdot 0.0625 \cdot 0.422 \approx 0.2636$$

Entonces:

$$P(X \leq 2) = 0.2373 + 0.3955 + 0.2636$$

$$P(X \leq 2) = 0.8964 = 89.64 \%$$

Por lo cual la probabilidad de que responda como máximo 2 preguntas correctamente es de aproximadamente 0.8964 o en porcentaje 89.64%



Ejemplo 2: Calidad de producción.

Un técnico inspecciona 10 dispositivos electrónicos. Según estadísticas previas, cada dispositivo tiene una probabilidad del 24% de fallar. ¿Cuál es la probabilidad de que fallen entre 4 y 8 dispositivos? Es decir, ¿cuál es la probabilidad de que el número de fallas sea 4, 5, 6, 7 u 8?

Datos:

- Numero de ensayos, $n = 10$
- Numero de éxitos deseados, $x = 4, 5, 6, 7, 8$
- Probabilidad de éxito, $p = 0.24$
- Probabilidad de fracaso, $q = 1 - p = 1 - 0.24 = 0.76$

Para calcular la probabilidad acumulada consideramos:

$$P(4 \leq X \leq 8) = P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8)$$

Calculamos cada una de las probabilidades usando la distribución Binomial:

$$P(X = 4) = \binom{10}{4} (0.24)^4 (0.76)^6 = 0.1342$$

$$P(X = 5) = \binom{10}{5} (0.24)^5 (0.76)^5 = 0.0508$$

$$P(X = 6) = \binom{10}{6} (0.24)^6 (0.76)^4 = 0.0133$$

$$P(X = 7) = \binom{10}{7} (0.24)^7 (0.76)^3 = 0.0024$$

$$P(X = 8) = \binom{10}{8} (0.24)^8 (0.76)^2 = 0.0002$$

Entonces:

$$P(4 \leq X \leq 8) = 0.1342 + 0.0508 + 0.0133 + 0.0024 + 0.0002$$

$$P(4 \leq X \leq 8) = 0.2009 = 20.09 \%$$

Hay una probabilidad de aproximadamente 0.2009 en porcentaje 20.09% de que fallen entre 4 y 8 dispositivos en una muestra de 10, si cada uno tiene una probabilidad del 24% de fallar.





Probabilidad complementaria

Cuando abordamos problemas de probabilidad, muchas veces nos enfocamos en calcular directamente la probabilidad de que ocurra un evento específico. Sin embargo, en ciertos casos, ese cálculo puede volverse complejo o tedioso, especialmente cuando existen múltiples formas en que el evento puede suceder. En estas situaciones, es más eficiente aplicar el concepto de **probabilidad complementaria**, que consiste en calcular la probabilidad de que **no** ocurra el evento deseado, y restarla de 1. Esta estrategia, simple en su formulación, resulta sumamente útil en la práctica.

Para ilustrar la idea, pensemos en un frasco con 100 canicas, de las cuales 20 son rojas y 80 son azules. Si extraemos una canica al azar, la probabilidad de que sea roja es claramente $\frac{20}{100}$. Pero si quisiéramos saber la probabilidad de que **no sea roja**, en lugar de contar todas las canicas azules, podríamos simplemente aplicar el complemento:

$$P(\text{no roja}) = 1 - P(\text{roja}) = 1 - 0.20 = 0.80$$

Este principio se basa en el hecho de que la suma de las probabilidades de un evento y su complemento siempre es igual a 1, pues entre ambos cubren todos los posibles resultados. Esto no solo reduce significativamente el tiempo de cálculo, sino que también disminuye el margen de error.

La probabilidad complementaria es una herramienta muy útil que te ayudará a resolver ejercicios de forma más rápida y sencilla. A veces, en lugar de calcular todas las formas en que algo puede pasar, es más fácil pensar en cómo no pasa, y restar esa probabilidad de 1. Esta idea no solo te ahorra tiempo, sino que también te permite organizar mejor tu forma de razonar en problemas de probabilidad. **Aprender a identificar cuándo usar el complemento y aplicarlo** correctamente te dará una ventaja importante a la hora de resolver ejercicios en clase, en exámenes o incluso en situaciones reales donde se toman decisiones basadas en datos. Por eso, es fundamental que no solo entiendas qué es, sino que practiques cómo y cuándo usarla.



Ejemplo 1: Lanzamiento de monedas

En un examen de 5 preguntas de opción múltiple (con 4 opciones cada una), un estudiante responde al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que responda al menos una de las preguntas correctamente? (acertar en 1, 2, 3 o 4 preguntas correctamente), Supongamos que $p = 0.25$ (probabilidad de acertar una pregunta al azar). Si lo intentamos resolver por la probabilidad acumulada tendríamos:

$$P(X \geq 1) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$$

Sin embargo, pero considera más eficiente calcular el valor de su probabilidad complementaria, en este caso, la probabilidad complementaria solo incluye a $x = 0$, de la manera:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$$

Paso 1: Calculamos $x = 0$ con la distribución Binomial.

- Numero de ensayos, $n=5$
- Numero de éxitos deseados, $x = 0$
- Probabilidad de éxito, $p = 0.25$
- Probabilidad de fracaso, $q = 1 - p = 1 - 0.25 = 0.75$

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} (0.25)^0 (0.75)^5 = 0.2373$$

Paso 2: Calculamos la probabilidad complementaria

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$$

$$P(X \geq 1) = 1 - 0.2373$$

$$P(X \geq 1) = 0.7627$$

Hay aproximadamente un 76.27% de probabilidad de que el estudiante acierte al menos una pregunta en un examen de 5 preguntas si responde completamente al azar. Esto también significa que hay un 23.73% de probabilidad de que no acierte ninguna pregunta.



SESIÓN 33

Problemario de distribuciones de probabilidad discretas, Sección I: Distribución Binomial

Instrucciones

Dirígete a la actividad TPE – SA4 – ACT1 en la página 204 y Resuelve paso a paso los ejercicios contextualizados, de la Sección de la Distribución Binomial aplicando la distribución de probabilidad el razonamiento matemático y los casos de probabilidades puntuales, acumuladas y complementarias.

Tiempo estimado

50 minutos



Materiales sugeridos:

Guía Taller de Probabilidad y Estadística I
Lapiz, lapicero, borrador, sacapuntas y calculadora.



SESIÓN 34

Lectura: Distribución de Poisson

¿Alguna vez te preguntaste cuántas veces llega un mensaje en cierto tiempo, cuántas llamadas entran a una central de atención por minuto o cuántos errores aparecen en una página impresa? Aunque parezca que esas cosas pasan al azar, en realidad tienden a repetirse con cierta frecuencia. La estadística tiene una herramienta especial para analizar ese tipo de situaciones: la distribución de Poisson. Esta nos ayuda a calcular la probabilidad de que algo ocurra cierta cantidad de veces en un periodo o espacio determinado, como en una hora, una hoja o un kilómetro.

Esta distribución se usa cuando queremos contar eventos que ocurren de forma aleatoria pero predecible en promedio. Un dato curioso: durante la Segunda Guerra Mundial, se usó para analizar bombardeos sobre una ciudad y se descubrió que, aunque los ataques parecían completamente al azar, en realidad seguían un patrón. Y eso es lo que hace Poisson: mostrar que, aunque no podamos predecir exactamente cuándo pasará algo, sí podemos estimar cuántas veces podría pasar.

Lo bueno de esta distribución es que se puede aplicar a muchas situaciones reales: llamadas telefónicas, llegadas de clientes, errores en un proceso, fallas en una máquina, mensajes recibidos y más. Si sabes el promedio, podrías estimar rápidamente si es común o raro que ocurra cierta cantidad de veces. Incluso puedes utilizar calculadoras, tablas o Excel para resolverlo sin complicarte demasiado.

La distribución de Poisson sirve para entender y predecir la frecuencia de cosas que parecen impredecibles. Nos permite responder preguntas como: “¿es raro que haya 0 errores en una página?”, “¿es común que entren más de 5 personas en un minuto?”, o “¿cuántas veces puede fallar una máquina en un turno?”. Una vez que aprendas a identificar cuándo usarla, te vas a dar cuenta de que está en más lugares de los que imaginabas.



Siméon Denis Poisson recuperado de: https://es.wikipedia.org/wiki/Sim%C3%A9on_Denis_Poisson en julio 2025.

Matemático francés del siglo XIX que ayudó a desarrollar una herramienta muy útil en estadística: la **distribución de Poisson**. Esta sirve para calcular la probabilidad de que algo ocurra varias veces en un periodo. Su trabajo permitió entender mejor cómo se comportan ciertos eventos que parecen aleatorios, pero que siguen



Aplicaciones de la distribución de Poisson

La distribución de Poisson es una herramienta estadística que permite **calcular la probabilidad de que un evento ocurra cierta cantidad de veces** dentro de un intervalo de tiempo, espacio o superficie, siempre que sepamos cuántas veces sucede en promedio. Se aplica cuando los eventos son **independientes**, suceden de forma **aleatoria** y **no se repiten al mismo tiempo**. A diferencia de la distribución binomial, aquí **no hay un número fijo de intentos**, sino que se cuenta cuántas veces sucede algo.

Este modelo es muy útil en situaciones reales como: calcular cuántas llamadas llegan a una oficina en una hora, cuántos errores aparecen en una página impresa o cuántas veces falla un equipo en un día. Algunos ejemplos cercanos al entorno escolar pueden ser:

- Número de alumnos que llegan tarde en una jornada.
- Cantidad de veces que suena el celular en clase.
- Mensajes recibidos en un grupo durante una hora.

En la vida diaria de un estudiante, Poisson puede ayudar a entender fenómenos que parecen impredecibles, como interrupciones en clase, consultas a la biblioteca, visitas a la enfermería o incluso cuántos compañeros hacen una misma pregunta durante una presentación. También es útil para analizar datos digitales, como notificaciones, mensajes o accesos a una plataforma educativa.

La distribución de Poisson se usa para contar cuántas veces ocurre algo que no podemos anticipar con exactitud, pero que sí sucede con cierta regularidad. Es una herramienta valiosa para comprender mejor el comportamiento de muchos eventos cotidianos en contextos escolares, personales o sociales.

Un experimento de Poisson es el que tiene estas cinco características:

1. Los eventos son aleatorios, pero con una frecuencia promedio conocida
2. Los eventos son independientes entre sí
Los eventos no ocurren al mismo tiempo
3. Se cuenta el número de veces que ocurre un evento, no su resultado
4. La probabilidad de ocurrencia es proporcional al tamaño del intervalo
5. El parámetro clave es λ (lambda)



Modelo matemático de la distribución de Poisson

La distribución de Poisson es un modelo que se usa para calcular la probabilidad de que un evento ocurra cierta cantidad de veces en un intervalo de tiempo, espacio o superficie. Se aplica cuando los eventos pasan de forma aleatoria, pero con una frecuencia promedio conocida. Por ejemplo: cuántas llamadas llegan por minuto, cuántos errores hay en una página o cuántos clientes entran en una tienda en una hora.

Lo único que necesitas es saber cuántas veces suele ocurrir el evento en promedio (eso es lo que llamamos lambda, (λ)). Con ese dato y la fórmula de Poisson, podrías calcular la probabilidad de que ocurra 0, 1, 2 o más veces en el intervalo que estás estudiando.

La función de probabilidad de la distribución de Poisson es:

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Donde:

- x = Número de ocurrencias, es la cantidad de veces que se desea calcular la probabilidad de que ocurra el evento.
- λ = Tasa promedio de ocurrencia del evento por intervalo (por ejemplo, por hora, por metro cuadrado, por página, etc.).
- e = Constante matemática conocida como número de Euler, cuyo valor aproximado es 2.71828.



La **constante de Euler** (e) es un número irracional con valor aproximado **2.71828**. Es fundamental en matemáticas, especialmente en **cálculo, estadística y fenómenos de crecimiento continuo**, y aparece en muchas fórmulas, como la de la **distribución de Poisson**.

Constante de Euler. Recuperado de
: <https://ingenieriabasica.es/el-numero-de-euler/> en julio 2025.

SESIÓN 35

Ejemplos de aplicación de la distribución de Poisson.

Ejemplo 1: Llamadas por hora

En un centro de atención recibe en promedio 5 llamadas por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen exactamente 7 llamadas?

Datos:

- $\lambda = 5$ (llamadas/hora)
- $x = 7$

Paso 1: Escribir la fórmula

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Paso 2: Sustituir los valores

$$P(X = 7) = \frac{e^{-5} 5^7}{7!}$$

Paso 3: Calcular la probabilidad

$$P(X = 7) = \frac{0.006737 * 78125}{5040}$$

$$P(X = 7) = 0.1044$$

En esta distribución también se suelen manejar números muy pequeños y al mismo tiempo números muy grandes por lo que es mejor utilizar toda la notación directo en la calculadora.

Hay un 0.1044 o en porcentaje 10.44 % de probabilidad de recibir exactamente 7 llamadas en una hora.



Ejemplo 2: Apagones

En un vecindario se registran 2 apagones eléctricos por mes en promedio. ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes ocurran exactamente 4 apagones? Los datos serían:

- $\lambda = 2$
- $x = 4$

Paso 1: Escribir la fórmula

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Paso 2: Sustituir los valores

$$P(X = 4) = \frac{e^{-2} 2^4}{4!}$$

Paso 3: Calcular la probabilidad

$$P(X = 4) = \frac{e^{-2} 2^4}{4!} \approx 0.0902$$

Hay un **0.0902** o en porcentaje 9.02 % de probabilidad de que ocurran **4 apagones** en un mes.

Ajuste de lambda λ

Uno de los pasos más importantes al aplicar la distribución de Poisson es asegurarse de que el valor de λ (el promedio de ocurrencias) corresponda al mismo intervalo de tiempo o espacio que se quiere analizar.

Muchas veces, el problema nos da un promedio por cierto intervalo (por ejemplo, 2 personas cada 30 minutos), pero nos preguntan por un intervalo diferente (por ejemplo, 4 horas). En estos casos, no podemos usar directamente el valor de λ sino que hay que ajustarlo. Para ello se hace una simple regla de tres para escalar el promedio al nuevo intervalo:

$$\lambda_{\text{nuevo}} = \lambda_{\text{original}} * \frac{\text{nuevo intervalo}}{\text{intervalo original}}$$

Siempre que el intervalo que se quiere analizar sea diferente del intervalo en que se conoce el promedio, se debe ajustar λ multiplicando por el número de veces que el nuevo intervalo contiene al original. Esto es clave para que el cálculo sea coherente y útil, y es una práctica común en estadística aplicada



Ejemplo 3: Clientes de una tienda

En una tienda llegan en promedio 3 clientes por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en 2 horas lleguen 6 clientes?

Datos:

- $\lambda = 3$
- $x = 6$

Paso 1: Ajustar lambda

$$\lambda_{nuevo} = \lambda_{original} * \frac{nuevo\ intervalo}{intervalo\ original}$$

$$\lambda_{nuevo} = 3\ clientes\ por\ hora * \frac{2\ horas}{1\ hora}$$

$$\lambda_{nuevo} = 3\ clientes\ por\ hora * 2$$

$$\lambda_{nuevo} = 6\ clientes\ en\ 2\ horas$$

Datos ajustados:

- $\lambda = 6$
- $x = 6$

Paso 2: Escribir la fórmula

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Paso 3: Sustituir los valores

$$P(X = 6) = \frac{e^{-6} 6^6}{6!}$$

Paso 4: Calcular la probabilidad

$$P(X = 6) = \frac{e^{-6} 6^6}{6!} \approx 0.1606$$

Ejemplo 4: Consultas en una biblioteca virtual

Una biblioteca recibe en promedio **5 consultas cada 10 minutos**. ¿Qué probabilidad hay de que reciba **25 consultas** en los próximos 60 minutos?

Datos:

- $\lambda = 5$
- $x = 25$

Paso 1: Ajustar lambda

$$\lambda_{nuevo} = \lambda_{original} * \frac{nuevo\ intervalo}{intervalo\ original}$$

$$\lambda_{nuevo} = 5 * \frac{60\ minutos}{10\ minutos}$$

$$\lambda_{nuevo} = 5 * 6$$

$$\lambda_{nuevo} = 30$$

Datos ajustados:

- $\lambda = 30$
- $x = 25$

Paso 2: Escribir la fórmula

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Paso 3: Sustituir los valores

$$P(X = 25) = \frac{e^{-30} 30^{25}}{25!}$$

Paso 4: Calcular la probabilidad

$$P(X = 25) = \frac{e^{-30} 30^{25}}{25!} \approx 0.0511$$



Probabilidades acumuladas

Cuando hablamos de algo “acumulado”, solemos pensar en cosas que se van sumando con el tiempo: pasos caminados, mensajes recibidos o personas que han llegado a una sala de espera. En estadística, el concepto funciona de forma similar: en lugar de calcular la probabilidad de un solo resultado, nos interesa saber la probabilidad total de que ocurran hasta cierto número de eventos.

En el caso de la distribución de Poisson, usamos este enfoque cuando queremos conocer la probabilidad de que un evento ocurra como máximo cierto número de veces dentro de un intervalo. Por ejemplo, si en promedio llegan 4 mensajes por minuto, podríamos preguntarnos: ¿Qué tan probable es que lleguen 3 o menos en el siguiente minuto?” Para resolver esto, no basta con una sola probabilidad. Se requiere sumar varias:

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$

Este tipo de cálculo es muy útil en situaciones reales donde nos interesa establecer límites o evaluar el riesgo de que algo no se exceda, como:

- Que un sistema no registre más de 2 fallas en una jornada.
- Que no se acumulen más de 5 interrupciones en una clase.
- Que lleguen menos de 4 consultas a un mostrador en media hora.

La distribución de Poisson, al basarse en un promedio constante de ocurrencias, nos da una herramienta precisa para anticipar escenarios probables, especialmente cuando los eventos suceden de forma aleatoria y no dependen entre sí.





Ejemplo 1: Llamadas en un centro de atención

En una central telefónica se reciben en promedio 4 llamadas por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen como máximo 2 llamadas en una hora?

Datos:

- $\lambda=4$
- $X = 0, 1, 2$

Para calcular la probabilidad acumulada consideramos:

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$$

Paso 1: Usamos la fórmula de Poisson para cada valor:

$$P(X = 0) = \frac{e^{-4} 4^0}{0!} = 0.0183$$

$$P(X = 1) = \frac{e^{-4} 4^1}{1!} = 0.0732$$

$$P(X = 2) = \frac{e^{-4} 4^2}{2!} = 0.1465$$

Paso 2: Sumamos las probabilidades

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$$

$$P(X \leq 2) \approx 0.0183 + 0.0732 + 0.1465$$

$$P(X \leq 2) \approx 0.2380$$

Hay una probabilidad del 23.81 % de que lleguen 2 o menos llamadas en una hora.



Ejemplo 2: Correos electrónicos en la mañana

Un trabajador recibe en promedio 2 correos electrónicos por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en una mañana de 3 horas reciba como máximo 4 correos? Los datos serían:

- $\lambda=5$
- $X = 0, 1, 2, 3, 4$

Paso 1: Ajustar lambda

$$\lambda_{\text{nuevo}} = \lambda_{\text{original}} * \frac{\text{nuevo intervalo}}{\text{intervalo original}}$$

$$\lambda_{\text{nuevo}} = 2 * \frac{3 \text{ horas}}{1 \text{ hora}} = 2 * 3 = 6$$

Datos ajustados:

- $\lambda=6$
- $X = 0, 1, 2, 3, 4$

Para calcular la probabilidad acumulada consideramos:

$$P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

Paso 2: Usamos la fórmula de Poisson para cada valor:

$$P(X = 0) = \frac{e^{-6} 6^0}{0!} = 0.0024$$

$$P(X = 1) = \frac{e^{-6} 6^1}{1!} = 0.0148$$

$$P(X = 2) = \frac{e^{-6} 6^2}{2!} = 0.0446$$

$$P(X = 3) = \frac{e^{-6} 6^3}{3!} = 0.0892$$

$$P(X = 4) = \frac{e^{-6} 6^4}{4!} = 0.1338$$

Paso 3: Sumamos las probabilidades

$$P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$P(X \leq 4) = 0.0024 + 0.0148 + 0.0446 + 0.0892 + 0.1338 \approx 0.2848$$

Hay una probabilidad del 28.48 % de que reciba como máximo 4 correos.



Probabilidades complementarias.

Cuando trabajamos con la distribución de Poisson, muchas veces buscamos saber la probabilidad de que ocurra cierto número de eventos en un intervalo de tiempo o espacio. Sin embargo, no siempre resulta práctico calcular directamente esa probabilidad, sobre todo si involucra varios valores posibles. En esos casos, una estrategia eficiente es aplicar la **probabilidad complementaria**. Este principio consiste en calcular primero la probabilidad de que el evento no ocurra, o de que ocurra de una manera diferente a la que nos interesa, y luego restarla de 1.

Para entenderlo mejor, pensemos en un ejemplo cotidiano: Supón que, en una estación de radio, en promedio, se reciben 3 llamadas cada 10 minutos. Si queremos saber cuál es la probabilidad de que lleguen más de 4 llamadas en ese tiempo, tendríamos que calcular las probabilidades de que lleguen 5, 6, 7 o más llamadas. Eso puede ser largo y tedioso.

Pero si aplicamos el complemento, podemos hacer lo siguiente:

$$P(\text{más de 4 llamadas}) = 1 - P(4 \text{ o menos llamadas})$$

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$$

Ahora solo necesitamos calcular las probabilidades de que lleguen 0, 1, 2, 3 y 4 llamadas, sumarlas, y restar ese total de 1. Así reducimos el trabajo, evitamos errores y ganamos tiempo.

Este principio se basa, como en todos los casos de probabilidad complementaria, en que la suma de la probabilidad de un evento y su complemento siempre es 1, ya que entre ambos cubren todos los posibles resultados.

Conviene aplicar esta técnica especialmente cuando te piden calcular la probabilidad de que ocurra “más de”, “al menos”, o “a partir de” cierto número de eventos. En este tipo de preguntas, el cálculo directo suele implicar sumar muchas probabilidades individuales, lo cual puede ser largo o propenso a errores. Si el cálculo se complica o se vuelve tedioso, es un buen momento para detenerte y pensar: ¿qué pasa si resuelvo lo contrario y resto de 1?

La variable aleatoria en la distribución de Poisson representa un **conteo de eventos**, por eso **solo puede tomar valores enteros no negativos**. Esto significa que:

- $X = 0, 1, 2, 3, 4, \dots \infty$
- **No** existen valores negativos ni decimales
- Aunque no hay un tope máximo, los valores muy grandes suelen tener probabilidades casi nulas



Ejemplo 1 Atención en una farmacia

Una farmacia recibe, en promedio, 4 clientes cada 20 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que en un periodo de 20 minutos lleguen al menos 4 clientes (4, 5, 6, 7, 8, o más)?

Para calcular la probabilidad complementaria consideramos:

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$$

Para calcularla necesitamos conocer la probabilidad acumulada de 3 o menos

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$

Datos:

- $\lambda=4$
- $X = 0, 1, 2, 3$

Paso 1: Usamos la fórmula de Poisson para cada valor:

$$P(X = 0) = \frac{e^{-4} 4^0}{0!} = 0.0183$$

$$P(X = 1) = \frac{e^{-4} 4^1}{1!} = 0.0732$$

$$P(X = 2) = \frac{e^{-4} 4^2}{2!} = 0.1465$$

$$P(X = 3) = \frac{e^{-4} 4^3}{3!} = 0.1953$$

Paso 2: Sumamos las probabilidades

$$P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$$

$$P(X \leq 3) \approx 0.0183 + 0.0732 + 0.1465 + 0.1953$$

$$P(X \leq 3) \approx 0.4333$$

Paso 3: Calculamos la probabilidad complementaria

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$$

$$P(X \geq 4) = 1 - 0.4333 = 0.5667$$

Hay una probabilidad de **0.5667** o **56.67 %** de que lleguen al menos 6 clientes en 20 minutos.



Ejemplo 2 Llegadas a una estación de autobuses

En una estación de autobuses, se estima que en promedio llegan 3 autobuses por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen más de 4 autobuses (5, 6, 7 o más)?

Para calcular la probabilidad complementaria consideramos:

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$$

Para calcularla necesitamos conocer la probabilidad acumulada de 3 o menos

$$P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

Datos:

- $\lambda=3$
- $X = 0, 1, 2, 3, 4$

Paso 1: Usamos la fórmula de Poisson para cada valor:

$$P(X = 0) = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = 0.0497$$

$$P(X = 1) = \frac{e^{-3} 3^1}{1!} = 0.1493$$

$$P(X = 2) = \frac{e^{-3} 3^2}{2!} = 0.2240$$

$$P(X = 3) = \frac{e^{-3} 3^3}{3!} = 0.2240$$

$$P(X = 4) = \frac{e^{-3} 3^4}{4!} = 0.1680$$

Paso 2: Sumamos las probabilidades

$$P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$P(X \leq 4) \approx 0.0497 + 0.1493 + 0.2240 + 0.2240 + 0.1680$$

$$P(X \leq 4) \approx 0.8150$$

Paso 3: Calculamos la probabilidad complementaria

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 4)$$

$$P(X \geq 4) = 1 - 0.8150 = 0.1850$$

Hay una probabilidad de 0.8150 o 81.50 % de que lleguen más de 4 autobuses en una hora.



SESIÓN 36



Actividad TPE- SA4 -ACT1: Problemario de distribuciones de probabilidad discretas.

Propósito

Aplicar las distribuciones binomial y Poisson en la resolución de problemas reales, reforzando conocimientos previos y desarrollando habilidades para calcular, analizar y comparar probabilidades discretas en diferentes contextos.

Instrucciones

Resuelve paso a paso los ejercicios contextualizados, aplicando las distribuciones de probabilidad estudiadas y el razonamiento matemático. El problemario se divide en dos secciones: la primera aborda la distribución binomial y la segunda, la de Poisson. En ambas trabajarás con probabilidades puntuales, acumuladas y complementarias.

Producto esperado

Un conjunto de ejercicios resueltos correctamente, con procedimientos claros y justificados, que evidencien el uso adecuado de las distribuciones binomial y Poisson en diferentes contextos, así como la interpretación de probabilidades puntuales, acumuladas y complementarias.

Tiempo estimado

50 minutos por sección



Materiales sugeridos:

Guía Taller de Probabilidad y Estadística I
Lapiz, lapicero, borrador, sacapuntas y calculadora.



Sección 1: Distribución Binomial.



Problema 1: Entrega de tareas, en un grupo de 10 estudiantes, la probabilidad de que un estudiante entregue su tarea a tiempo es del 80%.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 6 estudiantes entreguen su tarea a tiempo?

2. ¿Cuál es la probabilidad de que entreguen a tiempo de 6 y 9 estudiantes?

3. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 7 estudiantes entreguen a tiempo?





Problema 2: Participaciones en una clase de 15 estudiantes, se estima que cada uno tiene un 60% de probabilidad de participar al menos una vez por sesión.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 7 estudiantes participen?

2. ¿Cuál es la probabilidad de que participen de 3 a 5 estudiantes?

3. ¿Cuál es la probabilidad de que participen menos de 12?

Reflexiona sobre tres situaciones de tu contexto que se puedan modelar mediante la distribución Binomial

1. _____
2. _____
3. _____





Sección 2: Distribución de Poisson.



Problema 2: En la terminal de combis de la colonia Gaviotas, se observa que llegan en promedio 3 combis cada 10 minutos durante la hora pico.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen exactamente 5 combis en un período de 10 minutos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen como máximo 5 combis en ese período?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen más de 5 combis en ese período?

d) ¿Cuál sería la probabilidad de que lleguen exactamente 5 combis en **20 minutos**?





Problema 2: Lluvias intensas en la región de la Chontalpa, durante la temporada de lluvias, se registran en promedio 2 lluvias intensas por semana en la región de la Chontalpa.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una semana ocurra exactamente cuatro luvias intensas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran de 2 a 5 luvias intensas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran más de 2 luvias intensas?

d) ¿Cuál sería la probabilidad de que ocurran exactamente seis luvias intensas en tres semanas?

Reflexiona sobre tres situaciones de tu contexto que se puedan modelar mediante la distribución de Poisson.

1. _____
2. _____
3. _____





Instrumento de evaluación

Actividad TPE- SA4 -ACT1: Problemario de distribuciones de probabilidad discretas

Lista de Cotejo

Datos Generales			
Nombres de los estudiantes		Números de lista	
Producto esperado	Un conjunto de ejercicios resueltos correctamente, con procedimientos claros y justificados.	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Meta de aprendizaje	Indicadores	%	Si	No
C3M1 Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	Identifica correctamente los datos en el planteamiento del problema.	10 %		
	Usa correctamente la distribución que corresponde y sustituye correctamente los valores en la fórmula correspondiente a la distribución elegida	10%		
C3M3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno	Obtiene el resultado final con precisión empleando las probabilidades puntuales.	20%		
	Obtiene el resultado final con precisión empleando las probabilidades acumuladas.	20%		
	Obtiene el resultado final con precisión empleando las probabilidades complementarias.	20%		
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	Ordena el desarrollo paso a paso y presenta la solución de forma clara y comprensible.	10%		
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto	Identifica de forma correcta situaciones de su contexto donde se podrían utilizar las distribuciones discretas.	10%		
Aspectos para mejorar:		Calificación		





Progresión 8

Utiliza, compara y calcula las probabilidades de distribuciones continuas exponencial y normal para modelar fenómenos, apoyándose en herramientas tecnológicas a su alcance entendiendo las situaciones en donde puede aplicarlas.

Metas de Aprendizaje	Categorías	Subcategorías
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	C1. Procedural	S4. Manejo de datos e incertidumbre
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	C2. Procesos de intuición y razonamiento	S1. Capacidad para observar y conjeturar
		S3. Pensamiento formal
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	C3. Solución de problemas y modelación	S1. Uso de modelos
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.		
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C4. Interacción y lenguaje matemático.	S1. Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico





SESIÓN 37

Lectura: Distribución de exponencial

Introducción

La distribución exponencial nos ayuda a responder preguntas como: ¿cuánto tiempo pasará hasta que algo ocurra? Por ejemplo, si estás esperando el autobús y sabes que en promedio pasa uno cada 15 minutos, puedes usar esta distribución para calcular la probabilidad de que el siguiente llegue en menos de 10 minutos, o que tengas que esperar más de 20. A diferencia de otras distribuciones que cuentan cuántas veces pasa algo, como la binomial, esta se enfoca en **medir el tiempo entre eventos**.

La distribución exponencial se aplica a eventos que ocurren de forma continua, independiente y con una tasa constante. Esto significa que no importa cuánto tiempo haya pasado desde el último evento; la probabilidad de que ocurra el siguiente sigue siendo la misma. Por ejemplo, si una lámpara tiene una vida útil promedio de 1,000 horas, esta distribución nos puede ayudar a estimar la probabilidad de que falle antes o después de cierto tiempo. También puede aplicarse a procesos como el tiempo de espera en una fila, el tiempo entre llegadas de autobuses o el tiempo entre sismos de magnitud considerable.

Comprender esta distribución nos permite analizar y tomar decisiones en situaciones donde el tiempo y la incertidumbre juegan un papel importante. Nos ayuda a responder preguntas como: ¿es probable que algo suceda pronto, o aún falta mucho tiempo? Además, fomenta el pensamiento crítico y la capacidad para modelar fenómenos reales desde una perspectiva matemática. En este tema aprenderás cómo funciona la distribución exponencial, cómo se representa gráficamente y cómo se usa para resolver problemas aplicados a contextos cotidianos.



Aplicaciones de la distribución exponencial.

La distribución exponencial es un modelo matemático que nos permite calcular la probabilidad de que pase cierto tiempo antes de que ocurra un evento. A diferencia de otras distribuciones que se enfocan en contar cuántas veces pasa algo (como la distribución de Poisson), la exponencial se enfoca en el tiempo de espera entre dos eventos que suceden uno después del otro, de forma aleatoria. Por ejemplo, si en promedio recibes un mensaje de texto cada 10 minutos, este modelo puede ayudarte a calcular la probabilidad de que el próximo mensaje llegue en menos de 5 minutos, o de que tengas que esperar más de 15.

Este tipo de distribución se utiliza cuando los eventos no ocurren todos a la vez, sino que se presentan uno por uno, de forma independiente, pero con una frecuencia que se mantiene constante en el tiempo. Imagina, por ejemplo, que en la escuela suena un celular en clase cada 30 minutos, en promedio. La distribución exponencial puede ayudarte a saber si es probable que vuelva a sonar en los próximos 10 minutos, o si probablemente pasarán más de 40 minutos antes de que eso ocurra otra vez. También puede aplicarse para estimar cuánto tiempo pasa entre dos llegadas tarde de alumnos o entre dos visitas a la dirección.

En la vida diaria también hay muchos usos para este modelo. Supongamos que la lámpara de tu habitación suele fundirse cada 1,000 horas de uso. Con la distribución exponencial podrías estimar la probabilidad de que aguante 500 horas más, o si es probable que se funda en menos de 100. También se puede usar para analizar cuánto tiempo pasa entre dos interrupciones del servicio de internet, cuánto tarda en llegar el siguiente cliente a un negocio, o cuánto tiempo funcionará un electrodoméstico antes de fallar.

Esta herramienta no solo se usa en matemáticas, también es muy común en áreas como la ingeniería, la medicina, la informática y la economía. En contextos escolares, te puede ayudar a pensar con datos reales, hacer estimaciones y tomar decisiones informadas. Por ejemplo, si estás organizando un evento escolar y sabes que, en promedio, llega una persona cada 3 minutos, puedes usar este modelo para planear mejor los tiempos de atención. La distribución exponencial es una manera sencilla y poderosa de entender procesos que parecen impredecibles, pero que en realidad tienen patrones que se pueden estudiar con las matemáticas.



Modelo matemático de la distribución Exponencial

La distribución exponencial se representa con una función matemática que describe el tiempo que puede transcurrir hasta que ocurra un evento. Esta función depende de un solo parámetro: la tasa media de ocurrencia, que se representa con la letra griega λ (lambda) que indica cuántas veces ocurre el evento, en promedio por unidad de tiempo. Este modelo se representa con dos fórmulas diferentes, dependiendo de lo que queramos calcular:

Función de densidad de probabilidad ($f(t)$)

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Donde:

- t = El tiempo transcurrido (siempre positivo).
- λ = La tasa de ocurrencia del evento
- e = El número de Euler, una constante matemática (aproximadamente 2.718).
- $f(t)$ = El comportamiento de la curva en ese valor de t

Esta es la forma general del modelo matemático. Se usa para describir cómo se comporta el tiempo entre eventos, pero no da directamente una probabilidad como porcentaje. Es útil para graficar la distribución o para hacer cálculos más avanzados.

Función acumulada para calcular probabilidades

Para resolver problemas usamos directamente la siguiente fórmula práctica:

$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

Esta fórmula sí nos da directamente una probabilidad y se utiliza cuando queremos saber la probabilidad de que el evento todavía **no ocurra** después de cierto tiempo.

Donde:

- t = Es el tiempo que transcurre hasta que ocurra el evento.
- μ = *promedio de ocurrencias*
- $\lambda = \frac{1}{\mu}$ Es la tasa promedio de ocurrencia.
- e = La constante de Euler (aproximadamente 2.718).

El **promedio (μ)** es el tiempo que pasa entre un evento y otro, en promedio.

La **tasa promedio de ocurrencia (λ)** El número de veces que ocurre el evento por unidad de tiempo.

Ejemplos de aplicación de la distribución exponencial

Ejemplo 1: Tiempo entre llamadas

En un centro de atención telefónica, se recibe una llamada cada 12 minutos en promedio. ¿Cuál es la probabilidad de que pasen más de 15 minutos sin recibir una llamada?

Datos:

- $\mu = 12$
- $\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{12} = 0.0833$
- $t=15$

Paso 1: Escribir la fórmula

$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

Paso 2: Sustituir valores

$$P(T > t) = e^{-0.0833 \times 15}$$

Paso 3: Calcular la probabilidad

$$P(T > t) = e^{-1.25}$$

$$P(T > t) = 0.2865$$

Hay una probabilidad de 0.2865, o 28.65 %, de que pasen más de 15 minutos **sin recibir una llamada**.



Ejemplo 2: Vida útil de una batería

Una batería tiene una vida media de 20 horas antes de descargarse. ¿Cuál es la probabilidad de que dure más de 50 horas?

Datos:

- $\mu = 20$
- $\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{20} = 0.05$
- $t = 50$

Paso 1: Escribir la fórmula

$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

Paso 2: Sustituir valores

$$P(T > t) = e^{-0.05 \times 50}$$

Paso 3: Calcular la probabilidad

$$P(T > t) = e^{-2.5}$$

$$P(T > t) = 0.0820$$

Hay una probabilidad de **0.0820**, o **8.2 %**, de que la batería funcione **más de 50 horas**.

SESIÓN 38

Probabilidades acumuladas

En el estudio de la distribución exponencial, uno de los aspectos más importantes es entender cómo calcular la probabilidad acumulada, es decir, la probabilidad de que un evento ya haya ocurrido o aún no haya ocurrido en un cierto tiempo determinado. Estas probabilidades acumuladas permiten responder preguntas comunes como:

- ¿Qué probabilidad hay de que el evento ocurra después de cierto tiempo?
- ¿Qué probabilidad hay de que el evento ocurra antes o hasta cierto tiempo?

Cuando queremos calcular la probabilidad acumulada desde un tiempo t hasta infinitos, usaremos la fórmula que revisamos anteriormente la cual calcula la probabilidad de que el evento tarde **más de cierto tiempo en suceder**. Es la forma:

$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

Probabilidades complementarias

Cuando queremos calcular la probabilidad acumulada desde un tiempo 0 hasta un tiempo t , usaremos la fórmula complementaria la cual calcula la probabilidad de que el evento tarde **menos o hasta de cierto tiempo en suceder**. Es la forma:

$$P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$



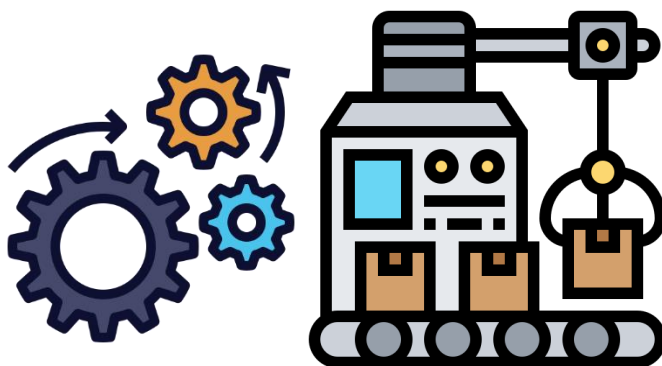
Daniel Carreón. (2020, 4 noviembre). EVENTOS COMPLEMENTARIOS Super fácil - Para principiantes [Video] tomado de YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=YiSq-8L-zYs> en julio 2025

Probabilidad entre dos tiempos

Además de calcular si el evento ya ocurrió o aún no ha ocurrido en un tiempo específico, también es posible conocer la probabilidad de que el evento ocurra en un intervalo de tiempo, es decir, entre dos momentos específicos.

Por ejemplo, podríamos querer saber:

- ¿Cuál es la probabilidad de que una máquina falle **entre las horas 10 y 15**?



- ¿Cuál es la probabilidad de recibir una llamada **entre los minutos 5 y 10**?



Para esto usamos la siguiente fórmula:

$$P(a < T \leq b) = P(T \leq b) - P(T \leq a)$$

$$P(a < T \leq b) = (1 - e^{-\lambda b}) - (1 - e^{-\lambda a})$$

Ejemplo integral Análisis del tiempo entre fallas

En una empresa de mantenimiento industrial, se sabe que un generador eléctrico tiene un tiempo promedio de funcionamiento continuo de **24 horas** antes de presentar una falla.

¿Cuál es la probabilidad de que el autobús funcione más de 30 horas sin fallar?

Datos:

- $\mu = 24$
- $\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{24} = 0.0416$
- $t=30$

$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

$$P(T > t) = e^{-0.0416 \times 30} = e^{-1.248} = 0.2870$$

¿Cuál es la probabilidad de que falle antes o hasta las 30 horas?

Datos:

- $\mu = 24$
- $\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{24} = 0.0416$
- $t=30$

$$P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$P(T \leq t) = 1 - e^{-0.0416 \times 30} = 0.7130$$

¿Cuál es la probabilidad de que falle entre la hora 25 y la hora 35?

Datos:

- $\mu = 24$
- $\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{24} = 0.0416$
- $a = 20$
- $b = 30$

$$P(T \leq 35) = 1 - e^{-0.0416 \times 35} = 1 - e^{-1.456} = 0.7669$$

$$P(T \leq 25) = 1 - e^{-0.0416 \times 25} = 1 - e^{-1.04} = 0.6466$$

$$P(20 < T \leq 30) = P(T \leq 35) - P(T \leq 25) = 0.7669 - 0.6466 = 0.1203$$



SESIÓN 39

Problemario de distribuciones de probabilidad discretas, Sección I: Distribución Exponencial

Instrucciones

Dirígete a la actividad TPE – SA4 – ACT2 en la página 233 y Resuelve paso a paso los ejercicios contextualizados, de la Sección de la Distribución Exponencial aplicando la distribución de probabilidad el razonamiento matemático y los casos de probabilidades acumuladas, en un rango y complementarias.

Tiempo estimado

50 minutos



Materiales sugeridos:

Guía Taller de Probabilidad y Estadística I
Lapiz, lapicero, borrador, sacapuntas y calculadora.



SESIÓN 40

Lectura: Distribución normal

El proceso comienza con la curva de campana, cuyo objetivo principal no es dónde apunta sino con qué error.

Peter L. Bernstein.



Carl Friedrich Gauss

Matemático alemán (1777–1855). Formalizó matemáticamente la distribución normal al aplicarla al análisis de errores en observaciones astronómicas. Su trabajo estableció la base teórica de esta curva, hoy fundamental en la probabilidad y la estadística.

¿Alguna vez te preguntaste por qué la mayoría de las personas tienen una estatura parecida, por qué casi todos dormimos entre 6 y 8 horas, o por qué tantas calificaciones de un examen se agrupan cerca del promedio? Aunque parezca que esos valores cambian mucho de persona a persona, en realidad siguen un patrón bastante predecible. Ese patrón es lo que en estadística se conoce como **distribución normal**.

Esta distribución aparece cuando los datos se agrupan cerca de un valor central y se dispersan de forma simétrica hacia los extremos. Si los representamos en una gráfica, obtenemos una curva con forma de campana, alta en el centro y más baja a los lados. Es tan común y útil que también se le conoce como la **campana de Gauss** o **distribución gaussiana**.

Los primeros estudios sobre esta distribución los realizó el matemático **Abraham de Moivre**, quien observó que, al reunir muchos datos, estos tendían a concentrarse alrededor de un valor promedio. Más adelante, **Carl Friedrich Gauss** desarrolló la fórmula matemática que describe esta curva al analizar errores en mediciones astronómicas. Así, lo que parecía aleatorio resultó seguir un patrón.

La distribución normal está presente en muchísimos fenómenos reales: **calificaciones escolares, estaturas, tiempos de espera, velocidad de reacción, resultados deportivos**, y muchos más. Aunque no predice un valor exacto, nos permite calcular qué tan probable es que un dato se encuentre dentro de cierto rango.



Aplicaciones de la distribución normal

La distribución normal es una de las más importantes en estadística, ya que describe cómo se comportan muchos fenómenos del mundo real. Su gráfica tiene forma de campana simétrica, donde los datos se agrupan en torno a un valor promedio y las desviaciones extremas son menos frecuentes. Se aplica especialmente cuando una variable continua, como estatura, peso, tiempo o calificaciones, tiende a distribuirse de manera equilibrada alrededor de la media.



En el ámbito escolar, esta distribución permite analizar resultados de exámenes, tiempos de realización de tareas o características físicas del alumnado. Por ejemplo, si el promedio de un examen es 70 puntos con una desviación estándar de 10, se puede calcular qué porcentaje de estudiantes obtuvo entre 60 y 80, o quiénes están en el 10 % superior. Este modelo también permite comparar diferentes conjuntos de datos usando puntajes estandarizados (Z).

En la vida diaria y profesional, la distribución normal se usa en situaciones como el control de calidad industrial, la duración de productos, los niveles de glucosa en medicina, o los puntajes de pruebas psicológicas. En todos estos casos, permite detectar valores fuera de lo común, hacer estimaciones y tomar decisiones basadas en datos. También es fundamental en procesos de inferencia estadística como los intervalos de confianza o las pruebas de hipótesis.

La distribución normal es aplicada comúnmente en diversos campos como la estadística, la ciencia y economía, en el campo administrativo y/o de investigación, ya que permite calcular o aproximar variables de tal manera que determine la probabilidad del éxito o fracaso de ciertas condiciones dadas, como, por ejemplo:



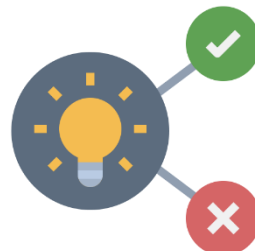
La distribución normal es una de las herramientas estadísticas más importantes que se utilizan en una amplia variedad de campos. A continuación, describimos algunas de las aplicaciones más comunes de esta distribución:





Análisis de datos: La distribución normal se utiliza para describir la forma en que se distribuyen los datos en una muestra o población, lo que permite a los analistas realizar una amplia variedad de análisis estadísticos.

Contraste de hipótesis: La distribución normal se utiliza en pruebas de contraste de hipótesis para evaluar la probabilidad de que una observación o un conjunto de observaciones provenga de una población con una media y una desviación típica conocidas.



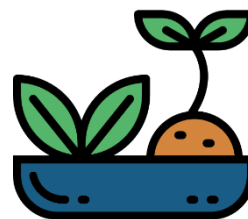
Intervalos de confianza: Los intervalos de confianza se utilizan para estimar la probabilidad de que la verdadera media de una población esté dentro de un intervalo específico. La distribución normal se utiliza para calcular los límites del intervalo de confianza.

Vida cotidiana: La distribución normal se utiliza en una variedad de situaciones cotidianas, como en el diseño de productos para garantizar que sean seguros y confiables, o para evaluar el desempeño de los estudiantes en un examen.



Economía y finanzas: La distribución normal se utiliza para modelar y analizar los rendimientos de las inversiones y otros datos financieros.

Ciencias naturales: La distribución normal se utiliza para modelar una amplia variedad de fenómenos en las ciencias naturales, como la altura de las personas, el peso de los animales, la concentración de contaminantes en el aire y el agua, y la duración de las tormentas.





Modelo matemático de la distribución normal

La distribución normal no es solo una curva con forma de campana; detrás de ella hay un modelo matemático que nos permite describir y analizar muchos fenómenos del mundo real. Este modelo nos dice cómo se distribuyen los valores de una variable continua, como la estatura, los puntajes de una prueba, o el tiempo que una persona tarda en hacer una actividad. En muchos casos, esos valores tienden a agruparse cerca del promedio y se vuelven menos comunes a medida que se alejan de él. La distribución normal es justamente una forma de representar esa regularidad.

El modelo matemático de la distribución normal se basa en una función de probabilidad que indica qué tan probable es obtener cierto valor. Esta función depende de dos elementos muy importantes: la media (μ) y la desviación estándar (σ).

- La media es el valor central o promedio. Es el punto más alto de la curva y representa donde se concentran la mayoría de los datos.
- La desviación estándar nos dice qué tan dispersos están los datos. Si es pequeña, la curva es más estrecha; si es grande, la curva es más ancha, porque los datos están más extendidos.

La fórmula que describe la curva de la distribución normal es la siguiente:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Aunque parezca complicada, esta fórmula simplemente nos da la altura de la curva en cada punto x , lo que equivale a saber qué tan probable es obtener ese valor. Lo importante es saber que esta función genera la forma de campana porque asigna una mayor probabilidad a los valores cercanos a la media y una probabilidad cada vez menor a los valores que se alejan de ella.



Distribución normal estándar

La **distribución normal estándar** es una forma especial de la distribución normal que tiene una media igual a 0 y una desviación estándar igual a 1. Esta versión simplificada permite comparar fácilmente datos de diferentes contextos y calcular probabilidades usando una única tabla, conocida como la **tabla Z**. Para trabajar con esta distribución, es necesario transformar los valores originales de una variable a una escala común, llamada **escala Z**, mediante una fórmula conocida como la del **puntaje Z** cuya formula es la siguiente:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

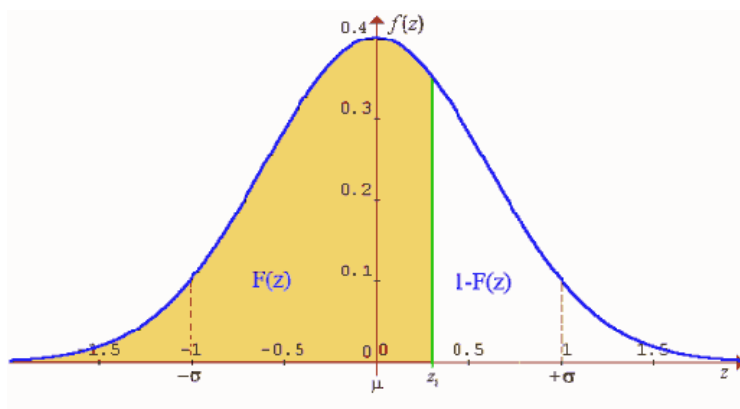
Donde:

- **X** representa el valor original que queremos analizar, como una calificación, una medida de tiempo o una estatura.
- **μ (mu)** es la **media** del conjunto de datos, es decir, el valor promedio.
- **σ (sigma)** es la **desviación estándar**, que indica cuánto se dispersan los datos respecto a la media.
- **Z** es el **puntaje estandarizado**, y nos indica cuántas desviaciones estándar está el valor X por encima o por debajo del promedio.

Este puntaje estandarizado permite ubicar fácilmente su posición dentro de la curva normal estándar y calcular la probabilidad asociada. Por eso, la distribución normal estándar es una herramienta clave en el análisis de datos y en la toma de decisiones informadas basadas en la probabilidad con ayuda de una tabla de probabilidades acumuladas

Tabla de la distribución normal acumulada (Tabla Z)

En general, el valor de **Z** se interpreta como el número de desviaciones estándar que están comprendidas entre el promedio y un cierto valor de variable **x**. En otras palabras, se puede decir que es la diferencia entre un valor de la variable y el promedio, expresada esta diferencia en cantidad de desviaciones estándar.



Una vez que comprendemos qué es la distribución normal y cómo transformar cualquier valor en una puntuación **Z**, el siguiente paso es usar una tabla **Z** para encontrar probabilidades.

La tabla **Z**, también llamada tabla de distribución normal acumulada, nos ayuda a conocer la probabilidad de que una variable aleatoria con distribución normal esté por debajo de un cierto valor (o sea, a la izquierda de ese valor en la curva normal). En otras palabras, nos dice el área bajo la curva desde el valor mínimo hasta un punto dado.

Las tablas **Z** están organizadas de la siguiente manera:

1. Las **filas** indican el valor de **Z** con un decimal (por ejemplo, 1.2).
2. Las **columnas** indican la segunda cifra decimal (por ejemplo, 0.08).
3. La intersección entre la fila y la columna te da la **probabilidad acumulada** hasta ese valor **Z**.

Ejemplo: si tu **Z** es **1.28**:

- Busca en la fila **1.2**,
- Luego en la columna **0.08**,
- El valor donde se cruzan es aproximadamente **0.8997**, lo que significa que el **89.97%** de los valores están por debajo de ese valor **Z**.



Tabla Z de probabilidades acumuladas

 $P(Z \leq z)$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247





Tabla Z de probabilidades acumuladas

$P(Z \leq z)$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Tabla de Probabilidad normal acumulada, Elaborada por el Dr. Luis Felipe Cordova Carrasco.



Ejemplo 1 Calificaciones de un examen

En un grupo de bachillerato, las calificaciones en un examen se distribuyen normalmente con una media de 70 y una desviación estándar de 10. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante obtenga una calificación **menor a 85**?

Datos:

- $\mu = 70$
- $\sigma = 10$
- $X = 85$

Paso 1: Estandarizar (Calcular Z)

Usamos la fórmula del valor Z:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{85 - 70}{10} = 1.5$$

Paso 2: Buscar la probabilidad en la tabla Z

$$P(Z \leq 1.5) = 0.9332$$

	0.00	0.01	0.02
1.5	0.9332	0.9345	0.9357

Hay una probabilidad de= **0.9332** (o **93.32 %**) de que un estudiante obtenga una calificación **menor a 85**.

Ejemplo 2: Peso de los paquetes

El peso de los paquetes enviados por una empresa de mensajería se distribuye normalmente con una media de 1.3 kg y una desviación estándar de 0.1 kg. ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete pese **menos de 1.432 kg**?

Datos:

- $\mu = 1.3$
- $\sigma = 0.1$
- $X = 1.432$

Paso 1: Estandarizar (Calcular Z)

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{1.432 - 1.3}{0.1} = 1.32$$

Paso 2: Buscar la probabilidad en la tabla Z

$$P(Z \leq 1.32) = 0.9066$$

	0.00	0.01	0.02
1.3	0.9032	0.9049	0.9066

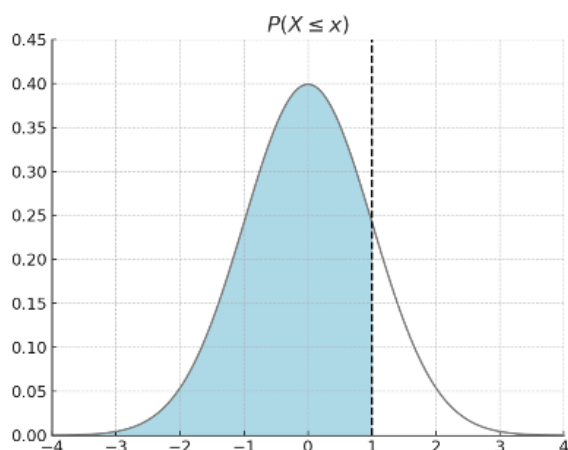
Hay una probabilidad de **0.9066** (o **90.66 %**) de que un paquete pese **menos de 1.432 kg**.



SESIÓN 41

Probabilidades acumuladas

En el estudio de la distribución normal, uno de los conceptos clave es el de **probabilidad acumulada**. Esta se refiere a la probabilidad de que una variable aleatoria continua tome un valor **menor o igual a cierto número**. Este tipo de probabilidad se calcula convirtiendo el valor original en un **valor Z** mediante una fórmula de estandarización, y luego consultando la **tabla Z**, que nos muestra el área bajo la curva normal desde el extremo izquierdo ($-\infty$) hasta ese punto. Por ejemplo, si se desea saber la probabilidad de que una persona mida menos de 1.75 m, primero se convierte ese valor a Z, y luego se consulta la tabla para obtener la probabilidad acumulada.



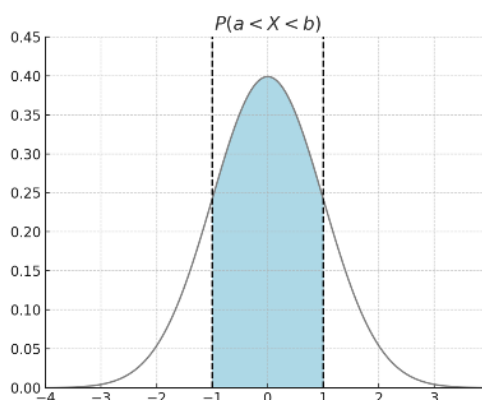
Fórmula para estandarizar:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Fórmula para la probabilidad acumulada:

$$P(X \leq x) = P(Z \leq z)$$

Probabilidades en un rango



Las **probabilidades en un rango** permiten conocer la probabilidad de que una variable aleatoria tome un valor **entre dos puntos específicos**. Para calcularlo, se obtiene la probabilidad acumulada del valor mayor y se le resta la del valor menor. Este tipo de probabilidad es común cuando se necesita analizar si un dato se encuentra dentro de un intervalo considerado como “normal” o esperado.

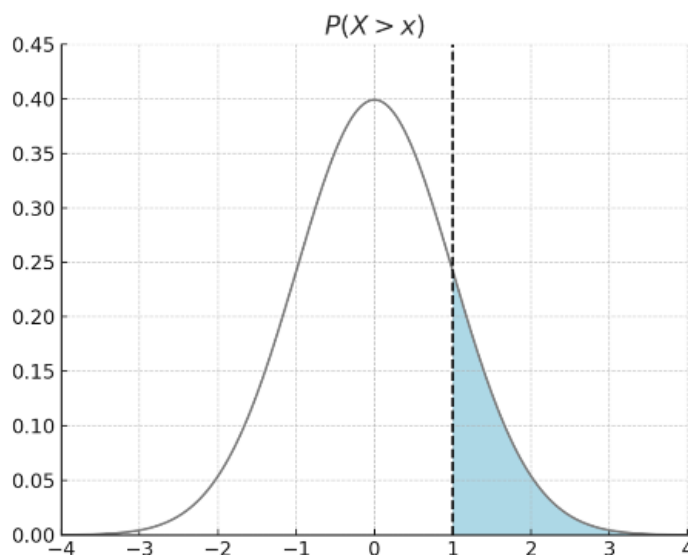


Fórmula para probabilidad en un rango:

$$P(a < X < b) = P(X \leq b) - P(X \leq a)$$

Probabilidades complementarias

Las **probabilidades complementarias** nos permiten calcular la probabilidad de que un valor sea **mayor** a cierto punto, lo cual se obtiene restando la probabilidad acumulada de 1. Es decir, si ya sabemos la probabilidad de que un evento ocurra hasta cierto valor, podemos fácilmente saber qué tan probable es que supere ese valor. Este concepto es útil cuando se quieren analizar casos extremos o eventos que rebasan un umbral determinado. Por ejemplo, si se desea saber la probabilidad de que una persona mida más de 1.75 m, primero se convierte ese valor a Z, y luego se consulta la tabla para obtener la probabilidad acumulada y luego se le resta ese valor a 1.



Fórmula para probabilidad complementaria:

$$P(X > x) = 1 - P(Z \leq Z)$$

Ejemplo: Análisis del tiempo de aplicación de un examen

Sherlyn está por presentar su **examen de ingreso a la universidad**. Según datos históricos, se sabe que el tiempo que tardan los aspirantes en completar el examen sigue una **distribución normal** y tardan en promedio 90 minutos y con una desviación estándar de 15 minutos.

- ¿Cuál es la probabilidad de que Sherlyn termine el examen en 73 minutos o menos?

Datos:

- $\mu = 90$
- $\sigma = 15$
- $X = 73$

Paso 1: Estandarizar (Calcular Z)

$$Z = \frac{73 - 90}{15} = -1.13$$

Paso 2: Buscar en tabla Z

$$P(X \leq 73) = P(Z \leq -1.13) = 0.1292$$

La probabilidad de que Sherlyn termine el examen en 73 minutos o menos es 0.1292 o 12.92%.

- ¿Cuál es la probabilidad de que Sherlyn termine el examen entre los 78 y los 102 minutos?

Datos:

- $\mu = 90$
- $\sigma = 15$
- $a = 78$
- $b = 102$

Paso 1: Estandarizar (Calcular Z) para ambos valores.

$$Z_a = \frac{78 - 90}{15} = -0.80$$

$$Z_b = \frac{102 - 90}{15} = 0.80$$



Paso 2: Buscar en tabla Z

$$P(Z \leq 0.80) = 0.7881$$

$$P(Z \leq -0.80) = 0.2119$$

Paso 3: Restar probabilidades

$$P(78 < X \leq 102) = 0.7881 - 0.2119 = 0.5762$$

La probabilidad de que Sherlyn termine el examen entre **78 y 102 minutos** es **0.5762** o **57.62%**.

- ¿Cuál es la probabilidad de que Sherlyn tarde más de 108 minutos en terminar el examen?

Datos:

- $\mu = 90$
- $\sigma = 15$
- $X = 108$

Paso 1: : Estandarizar (Calcular Z)

$$Z = \frac{108 - 90}{15} = 1.20$$

Paso 2: Buscar en tabla Z

$$P(Z \leq 1.20) = 0.8849$$

Paso 3: Restar $1 - P(Z)$

$$P(X > 108) = 1 - P(Z \leq 1.20) = 1 - 0.8849 = 0.1151$$

La probabilidad de que Sherlyn tarde **más de 108 minutos** es **0.1151** o **11.51%**.



SESIÓN 42.



Actividad TPE – SA4 - ACT2: Problemario de distribuciones de probabilidad continuas.

Propósito

Aplicar las distribuciones exponencial y normal en la resolución de problemas reales, reforzando conocimientos previos y desarrollando habilidades para calcular, analizar y comparar probabilidades continuas en diferentes contextos.

Instrucciones

Resuelve paso a paso los ejercicios contextualizados, aplicando las distribuciones de probabilidad estudiadas y el razonamiento matemático. El problemario se divide en dos secciones: la primera aborda la distribución Exponencial y la segunda, la distribución normal estándar. En ambas trabajarás con probabilidades puntuales, acumuladas y complementarias.

Producto esperado

Un conjunto de ejercicios resueltos correctamente, con procedimientos claros y justificados, que evidencien el uso adecuado de las distribuciones continuas en diferentes contextos, así como la interpretación de probabilidades puntuales, acumuladas y complementarias.

Tiempo estimado

50 minutos por sección



Materiales sugeridos:

Guía Taller de Probabilidad y Estadística I
Lapiz, lapicero, borrador, sacapuntas y calculadora.



Sección 1: Distribución Exponencial.



Problema 1: Tiempo entre entregas de tareas en plataforma digital, en un grupo de clase del COBATAB los estudiantes suelen enviar sus tareas de Teams, y se ha registrado que, en promedio, se recibe una entrega cada **10 minutos** en la última hora del plazo, si ya es la última hora, determine:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una tarea se entregue en más de 6 minutos

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tarde menos de 5 minutos en recibirse la siguiente tarea?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se entregue entre 5 y 12 minutos después?





Problema 2: Se realizó un estudio del tiempo de atención de llamadas al 911 en Villahermosa, el tiempo promedio en que una llamada es atendida por un operador es de **30 segundos**.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada sea atendida en menos de 20 segundos?

Area for student response to question a).

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tarde más de 20 segundos?

Area for student response to question b).

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la llamada sea atendida entre 15 y 45 segundos?

Area for student response to question c).

Reflexiona sobre tres situaciones de tu contexto que se puedan modelar mediante la distribución Exponencial

1. _____
2. _____
3. _____





Sección 2: Distribución normal estándar.



Problema 1: Temperaturas máximas en Villahermosa, Villahermosa, la capital de Tabasco, es conocida por su clima cálido. En los registros climáticos del mes de mayo, la temperatura máxima diaria sigue una distribución aproximadamente normal, con una media de 33.0°C y una desviación estándar de 2.0°C . Estas mediciones son útiles para planear actividades al aire libre, prever riesgos por calor extremo, o calcular el consumo de energía en hogares.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un día tenga una temperatura de hasta 35.1°C ?

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un día supere los 31.1°C ?

- c) ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura esté entre 32.5°C y 36°C ?





Problema 2: Altura de plantas de plátano, en una plantación de plátano ubicada en Comalcalco, se mide la altura de las plantas para controlar la fertilización y el riego. Se sabe que las alturas siguen una distribución normal con una media de 2.8 metros y desviación estándar de 0.3 metros.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una planta mida hasta 3.0 metros?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que mida más de 3.2 metros?

c) ¿Qué proporción mide entre 2.5 y 3.15 metros?

Reflexiona sobre tres situaciones de tu contexto que se puedan modelar mediante la distribución Normal

1. _____
2. _____
3. _____





Instrumento de evaluación

Actividad TPE – SA4 - ACT2: Problemario de distribuciones de probabilidad continuas

Lista de Cotejo

Datos Generales			
Nombre de los estudiantes		Números de lista	
Producto esperado	Un conjunto de ejercicios resueltos correctamente, con procedimientos claros y justificados.	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Meta de aprendizaje	Indicadores	%	Si	No
C3M1 Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	Identifica correctamente los datos en el planteamiento del problema.	10 %		
	Usa correctamente la distribución que corresponde y sustituye correctamente los valores en la fórmula correspondiente a la distribución elegida	10%		
C3M3 Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno	Obtiene el resultado final con precisión empleando las probabilidades acumuladas.	20%		
	Obtiene el resultado final con precisión empleando las probabilidades en un rango.	20%		
	Obtiene el resultado final con precisión empleando las probabilidades complementarias.	20%		
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	Ordena el desarrollo paso a paso y presenta la solución de forma clara y comprensible.	10%		
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto	Identifica de forma correcta situaciones de su contexto donde se podrían utilizar las distribuciones continuas.	10%		
Aspectos para mejorar:		Calificación		



SESIÓN 43



Abordaje de la SA4: Una mirada matemática

Propósito de la Situación de Aprendizaje

En equipos de 5 integrantes, **elaborar una infografía explicativa de una de las situaciones de su entorno** que se puedan modelar de acuerdo con alguna de las distribuciones de probabilidad estudiadas (Binomial, Poisson, Normal y Exponencial) **y exponerlas en clase para su socialización**

Instrucciones

1. **Formen equipos de cinco integrantes**, organizados con apoyo del docente.
2. **Identifiquen una situación real de su entorno** que sea relevante y pueda analizarse mediante una distribución de probabilidad. Puede estar relacionada con temas escolares, comunitarios, familiares, de salud, transporte, deportes, medios digitales, entre otros.
3. **Redacten un enunciado claro del problema**, contextualizado y con datos pertinentes (reales o simulados). Planteen una pregunta concreta que se pueda resolver aplicando probabilidad.
4. **Justifiquen la elección de la distribución**, explicando por qué es adecuada para el caso y qué características del problema se ajustan a esa distribución. Además, argumenten por qué es importante abordar esa problemática desde el espacio escolar.
5. **Incluyan una breve descripción de la distribución** seleccionada: qué es, para qué se usa, cuáles son sus parámetros principales y, si lo desean, una representación gráfica o ejemplo que facilite su comprensión.
6. **Resuelvan el problema paso a paso**, aplicando la fórmula correspondiente, tablas o herramientas digitales. Expliquen con claridad cada paso e interpreten el resultado dentro del contexto planteado.
7. **Diseñen su infografía** con una estructura clara, visualmente atractiva y bien organizada. Puede elaborarse con herramientas digitales como Canva, Google Slides, PowerPoint, Genially, entre otras.
8. **Preparen una presentación breve (5 a 7 minutos)** en la que todos los miembros del equipo participen. Expliquen el contexto, la distribución utilizada, la resolución del problema y lo



que aprendieron. Esta actividad busca fortalecer la comprensión colectiva y el vínculo entre estadística y vida cotidiana.

Producto esperado

1. Una infografía descriptiva, la cual debe incluir:

- I. La infografía debe incluir un **título atractivo** que identifique el tema y una **situación real del entorno** explicada brevemente.
- II. El **enunciado del problema** con los datos necesarios y una **pregunta concreta** que se resuelva con probabilidad.
- III. La **distribución de probabilidad elegida**, con una **justificación clara** de por qué es adecuada para el caso.
- IV. Una **descripción breve de la distribución**, incluyendo para qué se usa y cuáles son sus parámetros principales.
- V. La **resolución del problema paso a paso**, con cálculos y explicación clara de cada etapa, así como la **interpretación del resultado** en el contexto original.
- VI. Debe estar bien organizada, con **diseño visual claro**, **texto breve**, imágenes o gráficos que ayuden a la comprensión, y una pequeña **conclusión o reflexión** final sobre lo aprendido.

2. Una presentación breve (5 a 7 minutos) donde todos los miembros del equipo participen y expongan el trabajo realizado.

Tiempo estimado

100 minutos (puede extenderse a una fase de presentación en la siguiente sesión)





Instrumento de evaluación

SA4: Una mirada matemática.

Lista de Cotejo TPE – SA4 – LC03

Datos Generales			
Nombres de los estudiantes			Números de lista
Producto esperado	Exposición de una infografía explicativa de una de las situaciones de su entorno	Fecha	
Nombre del docente		Firma del docente	

Metas de aprendizaje	Indicadores	%	Si	No
C1M3. Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	Se aplican correctamente los procedimientos matemáticos, se utilizan recursos tecnológicos de forma pertinente y se evidencia trabajo colaborativo en la solución del problema.	20 %		
C2M4. Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	Se justifica de manera clara y coherente la elección de la distribución de probabilidad en función del problema planteado.	20%		
C3M1. Selecciona un modelo matemático por la pertinencia de sus variables y relaciones para explicar una situación, fenómeno o resolver un problema tanto teórico como de su contexto.	Se selecciona un modelo adecuado, se identifican correctamente sus variables y parámetros, y se establece una relación coherente con la situación contextual.	20%		
C3M3. Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del pensamiento matemático, de áreas de conocimiento, recursos sociocognitivos, recursos socioemocionales y de su entorno.	Se emplean correctamente fórmulas, conceptos y notación matemática, y se demuestra comprensión del procedimiento realizado.	20%		
C4M2. Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	Se comunican con claridad el proceso de trabajo y los resultados, se participa activamente en la exposición y se responde con respeto a los aportes del grupo.	20%		
	Calificación			





SESIÓN 44



Presentación de los resultados

Estrategia didáctica: Infografía

Situación de Aprendizaje 4

En plenaria, pasaran por equipo a exponer la infografía obtenida de la resolución de la situación de aprendizaje no. 4 “Una mirada Matemática” para recuperar experiencias de aprendizaje.



Cierre de la Situación de aprendizaje



SESIÓN 45



EVALUACIÓN DE ENTRENAMIENTO SEGUNDO PARCIAL

TPE-EC02: Preguntas tipo CENEVAL

Lee cuidadosa e individualmente elige la opción de respuesta correcta

- En un experimento binomial con $n = 4$ y $p = 0.5$ ¿cuál es la probabilidad de obtener exactamente 2 éxitos?
 - 0.25
 - 0.375
 - 0.5
 - 0.75
- En una distribución normal estandarizada, ¿qué representa una puntuación Z de 0?
 - Está una desviación estándar arriba de la media
 - Es el valor máximo
 - Coincide con la media
 - Es el mínimo
- ¿Qué representa el parámetro n en una distribución binomial?
 - La probabilidad de éxito
 - El número de éxitos esperados
 - El número total de intentos
 - El promedio de fallas
- Se lanza un dado 5 veces. ¿Qué distribución se aplica si se quiere saber la probabilidad de obtener exactamente un "6"?
 - Binomial
 - Poisson
 - Normal
 - Exponencial
- ¿Qué representa la media en una distribución exponencial?
 - La tasa de eventos por unidad de tiempo
 - El número total de eventos
 - El tiempo promedio entre eventos
 - La cantidad máxima de eventos posibles
- Si el tiempo entre llegadas de autos a una gasolinera es de 2 minutos en promedio, ¿cuál es la probabilidad de que el próximo auto llegue en más de 2 minutos?
 - 0.135
 - 0.368
 - 0.500
 - 0.632
- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la distribución normal es FALSA?
 - Tiene forma simétrica
 - Se usa para variables continuas
 - La media, la mediana y la moda son iguales
 - Se aplica solo a números enteros
- Si en promedio llegan 3 personas por hora a una oficina, ¿cuál es la probabilidad de que llegue exactamente 0 personas en una hora?
 - 0.049
 - 0.100
 - 0.223
 - 0.500
- Si el tiempo promedio entre ventas es de 10 minutos, ¿cuál es la tasa λ de la distribución exponencial?
 - 0.01
 - 0.1
 - 10
 - 1
- ¿Cuál de estas situaciones puede modelarse con una distribución de Poisson?
 - Número de alumnos aprobados
 - Número de llamadas que recibe un centro por hora
 - Tiempo de vida de una lámpara
 - Estatura de personas



Mapa de aprendizaje TPE-MA2 (Autoevaluación) SEGUNDO PARCIAL

UAC:	Taller de Probabilidad y Estadística I	Progresiones	5, 6, 7, 8	Fecha:	
Nombre					
Semestre y grupo		Turno:			

Mapa de aprendizaje

1: Necesito ayuda

2: Puedo hacerlo solo

3: Puedo ayudar a otros

Progresión de Aprendizaje	Nivel			Que debo hacer para mejorar:
	1	2	3	
Conozco e interpreto la esperanza matemática comparando de forma colaborativa diversos resultados de experimentos y situaciones con los obtenidos analíticamente, para identificar su importancia en la toma de decisiones sobre eventos probabilísticos diversos.				
Identifico el concepto de caminos aleatorios y reconozco su utilidad en situaciones diversas para visualizar el comportamiento de diferentes distribuciones de probabilidad, favoreciendo el uso de tecnologías a mi alcance por medio del trabajo colaborativo.				
Utilizo, comparo y calculo las probabilidades de distribuciones discretas Bernoulli, binomial y Poisson para modelar fenómenos, apoyándome en herramientas tecnológicas a mi alcance y entendiendo las situaciones en donde puedo aplicarlas.				
Utilizo, comparo y calculo las probabilidades de distribuciones continuas exponencial y normal para modelar fenómenos, apoyándome en herramientas tecnológicas a mi alcance y entendiendo las situaciones en donde puedo aplicarlas.				

POR UNA EDUCACIÓN QUE GENERA CAMBIO

Nombre y Firma del estudiante:	Firma del Facilitador





Referencias Bibliográficas SA4

COBATAB (2021) Guía del estudiante de probabilidad y estadística II.

Sánchez Corona, O. (2021). Probabilidad y estadística (4.ª ed.). México: McGraw-Hill.

Sánchez, O. (2017). Probabilidad y estadística con aplicaciones (Ed. revisada). México: Trillas.

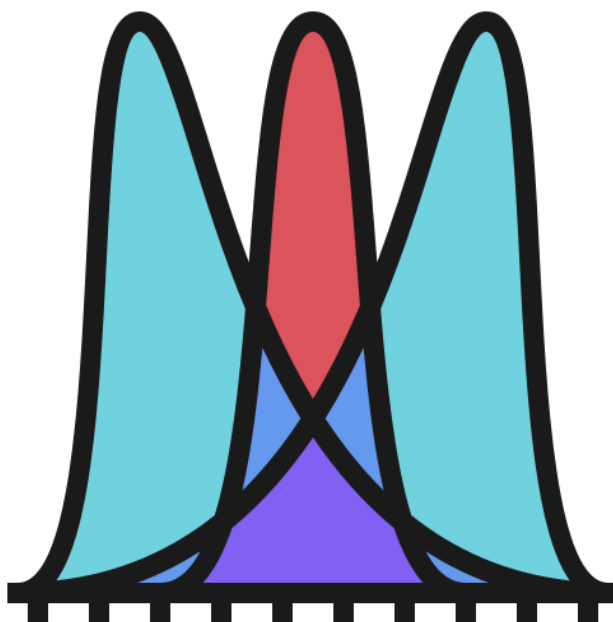
Spiegel, M. R., Schiller, J., & Srinivasan, R. A. (2014). Probabilidad y estadística (3.ª ed., Serie Schawm). México: McGraw-Hill.

Wikimedia Commons. (s.f.). *Repositorio multimedia de contenido libre*. Recuperado de <https://commons.wikimedia.org>

(Flaticon, 2025)

(Freepik, 2025)

OpenAI. (2025). imágenes generadas por inteligencia artificial. ChatGPT.





Reforzamiento académico

ANEXO Progresión 6:

Identifica el concepto de caminos aleatorios reconociendo su utilidad en situaciones diversas para visualizar el comportamiento de diferentes distribuciones de probabilidad favoreciendo el uso de tecnologías a su alcance por medio del trabajo colaborativo.

Caminos Aleatorios y Distribuciones de Probabilidad

Concepto de caminos aleatorios

Definición y ejemplos básicos

En muchas ocasiones se nos presenta que al ir caminando en una calle que interseca con otra tenemos hasta tres opciones de elegir para seguir nuestra trayectoria, podemos seleccionar al azar hacia dónde dirigirnos, ante esta situación estamos hablando de **caminata aleatoria**.

Empecemos con una de las simulaciones de movimiento más conocidas y sencillas: la caminata aleatoria.

Imagina que estás parado en medio de una recta. Cada cierto tiempo, lanzas una moneda, si cae águila, da un paso adelante, de lo contrario da un paso hacia atrás. Esta es una **caminata aleatoria** o también llamado **camino aleatorio** (paseo aleatorio) abreviado en inglés como **RW (Random Walks)**

Entonces definimos a un **camino aleatorio** como una ruta definida como una serie de pasos aleatorios, es decir, es una formalización matemática de la trayectoria que resulta de hacer sucesivos pasos aleatorios. Es importante considerar que para este proceso no hay reglas para la dirección, solo la probabilidad de moverse en una dirección u otra.

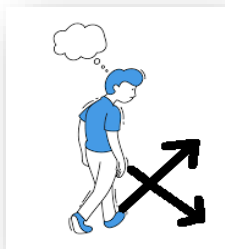


Imagen tomada de:
https://es.pngtree.com/freepng/man-walking-sadly-with-cloud-thinking_8650047.html en julio 2025.

Considerando el ejemplo anterior pero ahora con dos monedas, puedes realizar una caminata aleatoria en dos dimensiones lanzando esa misma moneda dos veces obteniéndose los siguientes resultados:





Primer Lanzamiento	Segundo Lanzamiento	Resultado
Águila	Águila	Un paso hacia atrás
Águila	Sol	Un paso a la derecha
Sol	Águila	Un paso a la izquierda
Sol	Sol	Un paso hacia adelante

El término **caminata aleatoria** fue introducido por **Karl Pearson** en 1905. Este concepto se usa para modelar diferentes fenómenos, desde la forma en que las moléculas se mueven hasta las fluctuaciones en el precio de las acciones, tiene muchas aplicaciones en diferentes campos como la computación, la física, la química, la biología, la ecología, la psicología, la economía, etc.

Algunos ejemplos de caminatas aleatorias son:

Precio de una acción fluctuante:

La fluctuación del precio de una acción a lo largo del tiempo, donde cada paso representa un cambio en el precio.

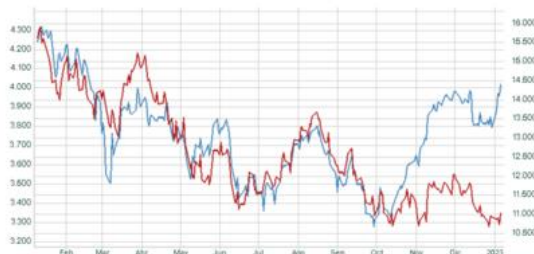


Gráfico del Eurostoxx (azul) y del Nasdaq (rojo) 100 el último año

Imagen tomada de: <https://images.app.goo.gl/Yd5QEovPHFGiGB9Z6>

Algoritmos de búsqueda:

En área de la computación, se utilizan caminatas aleatorias en algoritmos como el paseo aleatorio de **Markov** para explorar un espacio de soluciones.



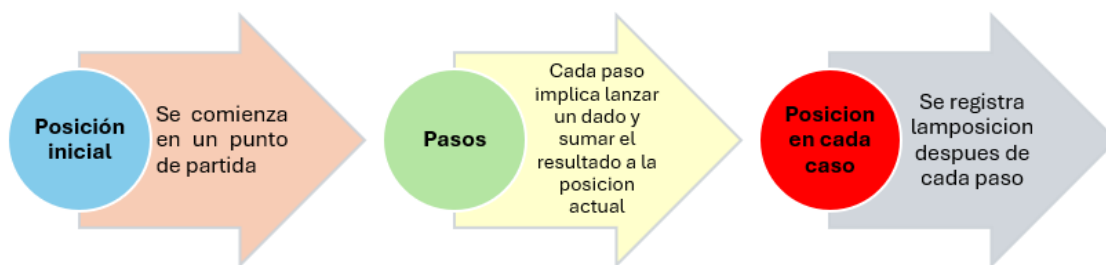


Las caminatas aleatorias también se usan en finanzas para modelar el comportamiento de los precios en los mercados financieros

Caminata aleatoria con la suma de dados.

Otro experimento importante en el que se aplique una **caminata aleatoria** con la suma de dados, también conocida como "caminata aleatoria de suma de dados", es un proceso estocástico donde la posición en cada paso se determina sumando el resultado de un dado (o varios dados) a la posición anterior. Ejemplos de cómo se podría representar y calcular.

Representación



Ejemplo. Considere un dado

- **Posición inicial:** 0
- **Paso 1:** Lanza el dado. Si sale 3, la posición actual es $0 + 3 = 3$.
- **Paso 2:** Lanza el dado. Si sale 1, la posición actual es $3 + 1 = 4$.
- **Paso 3:** Lanza el dado. Si sale 6, la posición actual es $4 + 6 = 10$.
- **Paso 4:** Lanza el dado. Si sale 4, la posición actual es $10 + 4 = 14$.
- ... y así sucesivamente.

Ejemplo con dos dados:

- **Posición inicial:** 0
- **Paso 1:** Lanza dos dados. Si sale 2 y 5, la suma es 7, la posición actual es $0 + 7 = 7$.





- **Paso 2:** Lanza dos dados. Si sale 1 y 4, la suma es 5, la posición actual es $7 + 5 = 12$.
- **Paso 3:** Lanza dos dados. Si sale 3 y 6, la suma es 9, la posición actual es $12 + 9 = 21$.
- ... y así sucesivamente.

Caminos aleatorios en procesos físicos y biológicos

En física, los caminos aleatorios son utilizados como modelos simplificados del movimiento browniano y difusión tales como el movimiento aleatorio de las moléculas en líquidos y gases.

En Biología los caminos aleatorios son utilizados para describir los movimientos individuales de los animales, el movimiento de moléculas en un líquido, o incluso la división celular, para apoyar empíricamente los procesos de biodifusión y en ocasiones para desarrollar la dinámica de poblaciones.

Búsqueda de alimento de un animal:

La trayectoria que sigue un animal mientras busca comida, donde cada paso se elige aleatoriamente.



Imagen tomada de: <https://images.app.goo.gl/SSHvx2oNwnxkhxsdA> en julio 2025.

Movimiento de moléculas en un líquido:

Las moléculas en un líquido se mueven de manera aleatoria, chocando con otras moléculas y cambiando de dirección constantemente. Este movimiento se puede modelar como un camino aleatorio.



Imagen tomada de: <https://images.app.goo.gl/qmU8jZR2tDKBz6CA> en julio 2025.





División celular:

En la división celular, las moléculas pueden moverse de manera aleatoria, buscando sitios específicos donde se puedan adherir y llevar a cabo la división celular.

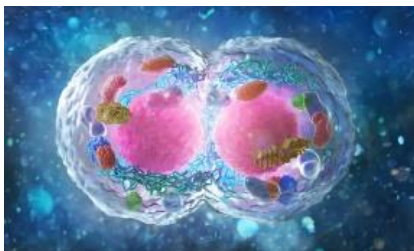


Imagen tomada de: <https://images.app.goo.gl/fcZzf91SWEPeA47W7> en julio 2025.

Sin embargo, en física, los caminos aleatorios son utilizados como modelos simplificados del movimiento browniano y difusión tales como el movimiento aleatorio de las moléculas en líquidos y gases.

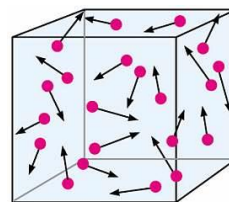


Imagen tomada de: <https://images.app.goo.gl/2nSP4bVp6v3WgdfA8> en julio 2025.

6.5 Visualización de distribuciones de probabilidad

Uso de software para representar distribuciones

Una parte muy importante en el desarrollo del cálculo de probabilidades son las distribuciones, que son fundamentales en la aplicación de la vida cotidiana y que se puede visualizar y manipular por medio de Software para mayor facilidad para la interpretación y análisis de una situación.

El uso de software para representar distribuciones se refiere a la utilización de herramientas informáticas, especialmente paquetes estadísticos, para visualizar y analizar la forma en que se distribuyen los datos. Esto implica crear gráficos, realizar pruebas de ajuste y obtener estadísticas que ayuden a comprender la naturaleza de la distribución.

La distribución de probabilidad está definida sobre el conjunto de todos los sucesos y cada uno de los sucesos es el rango de valores de la variable aleatoria.



Distribución de Normal

La distribución normal también llamada distribución Gaussiana en honor a Carl Friedrich Gauss, es un modelo de probabilidad que nos permite calcular la aproximación de una variable aleatoria, sin embargo, es importante destacar que quien inicio los estudios referentes a la distribución normal fue el francés Abraham de Moivre señalando que está podría llevarse a acabo con ayuda de una fórmula que permitiera encontrar el área bajo la curva, no obstante, fue Gauss quien llevo a cabo estudios más específicos y logró determinar la fórmula que se presenta a continuación:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

La fórmula anterior permite determinar el área establecida bajo la campana de Gauss de una variable aleatoria X en base al valor de la media (μ) y la desviación estándar (σ) y se denota como:

$$N(\mu, \sigma)$$

Se lee: Variable aleatoria X aproximada a una distribución normal

Donde:

N = distribución normal

μ = media o valor central

σ = desviación estándar

X = Variable aleatoria

Si el valor de la variable aleatoria X no está estandarizada se calcula la distribución normal, transformando la variable aleatoria $N(\mu, \sigma)$, en la variable estandarizada $Z \sim N(0,1)$, la cual sigue representando la distribución normal y utilizando la tabla de áreas bajo la curva normal estandarizada.

Para ello se utilizará la fórmula:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



Condiciones de la Distribución Normal

Para que la distribución normal pueda ser aplicada a una función de probabilidad de una variable aleatoria debe cumplir con ciertas condiciones:

- El valor de la media, mediana y moda deben de ser iguales, de tal manera que origine una simetría respecto del centro en su representación gráfica.
- La distribución de probabilidad debe ser unimodal, es decir, los valores más frecuentes deben estar alrededor de la media de tal manera que cuando se alejen de ella su valor y su frecuencia disminuyan.
- El comportamiento de la gráfica dependerá del valor de la media y de la desviación estándar.
- El área bajo la curva debe ser igual a la unidad.

¿Cómo usar la tabla de la Distribución Normal?

Ejemplo:

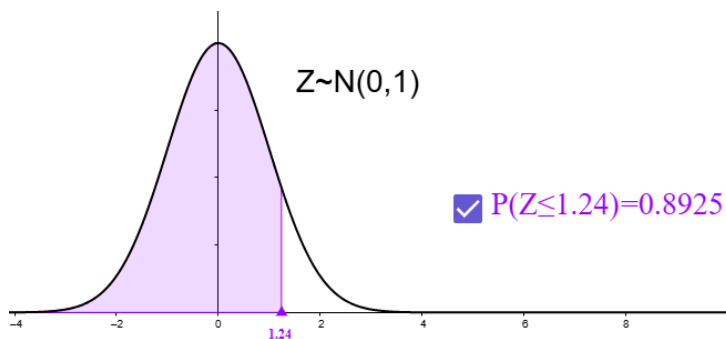
Tomando en cuenta que Z representa una variable aleatoria, que tiene una distribución normal estándar, calcula:

a) El área a la izquierda de $Z = 1.24$

solución:

El área que se desea calcular está a la izquierda del valor de Z , por lo tanto, el valor se toma directamente de la tabla. Ubicando en la tabla el renglón en donde se encuentra el **1.2** y en la parte superior la columna con el **0.04**. En la intersección de ambos valores se encuentra el dato que se busca.

Haciendo uso de GeoGebra se tiene que:

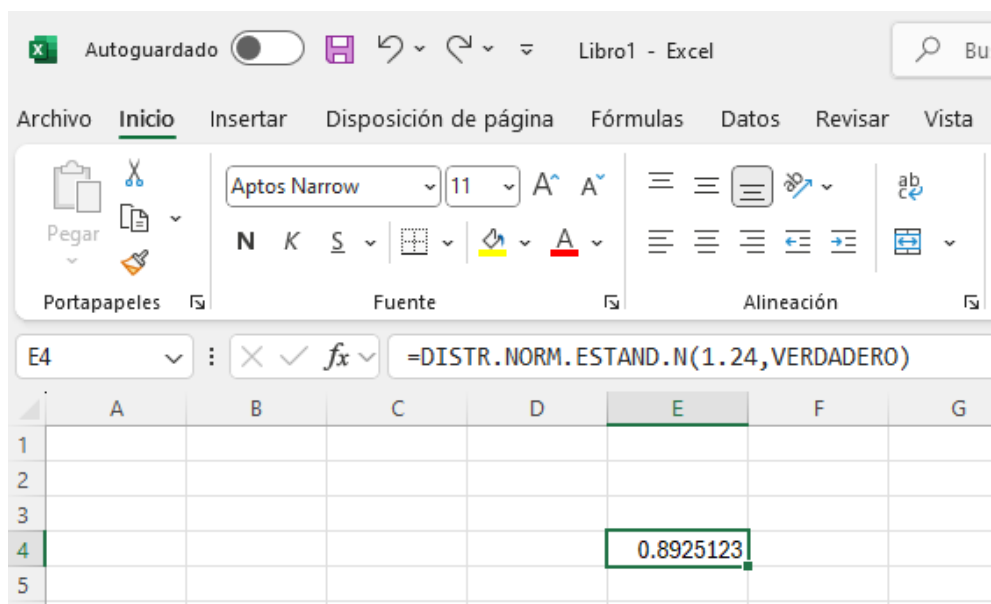


Enlace para manipular el valor de Z en Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/qT2mAa4D>





Haciendo uso de Excel



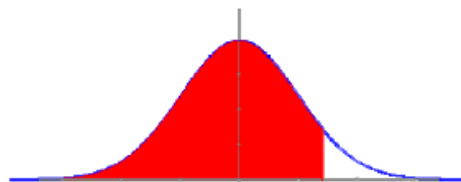
El argumento **VERDADERO** indica que el valor que proporciona la función es el valor de la distribución acumulada, es decir $P(Z < z)$.



Usando la tabla de la distribución normal estándar

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

$$P(Z \leq z) = F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319

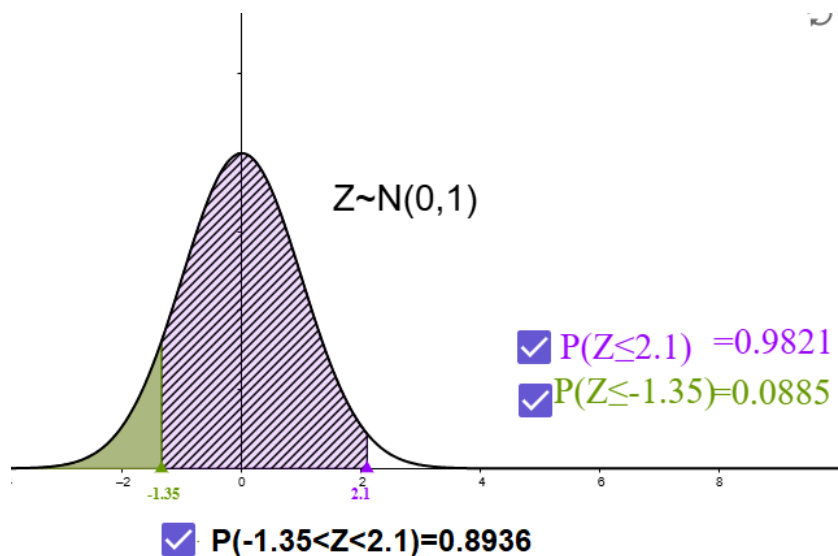
B) El área que se encuentra entre $z = -2.35$ y $z = 2.1$

Aunque en este caso Z tome valores a la izquierda de la media (Valores negativos), el procedimiento que se lleva a cabo para encontrar el área entre los dos valores de Z es:

$$P(-1.35 < Z < 2.1) = P(Z < 2.1) - P(Z < -1.35) = 0.9821 - 0.0885 = 0.8936$$



Usando Geogebra



Aplicación de la distribución Normal

Ejemplo.

La selección de aspirantes para ocupar cargos directivos en una institución importante como el COBATAB, es a través de un examen de conocimientos que en promedio los aspirantes obtienen una puntuación de 75 con una desviación estándar de 5. Si el COBATAB selecciona un aspirante al azar, cuál sería la probabilidad de que resuelva el examen y obtenga. (Guía COBATAB, 2021)

a) Una puntuación entre 75 y 80.

Solución

Datos

$$\begin{aligned}\mu &= 75 \\ \sigma &= 5\end{aligned}$$

Donde el estadístico es

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$





Estandarizando

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

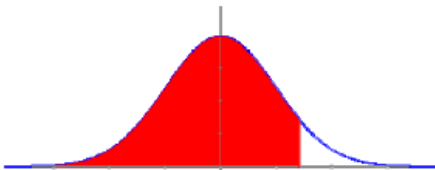
Sustituyendo en la fórmula para $x = 80$

$$Z = \frac{80 - 75}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

Buscando en la tabla de la distribución se tiene que:

$$P(X = 80) = 0.8413$$

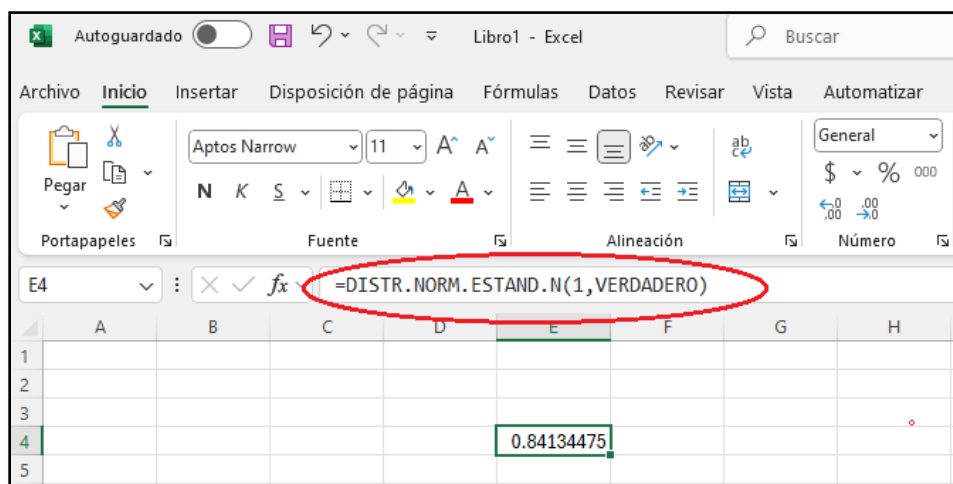
TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

$$P(Z \leq z) = F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$


z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319

Mediante el software Excel se tiene:



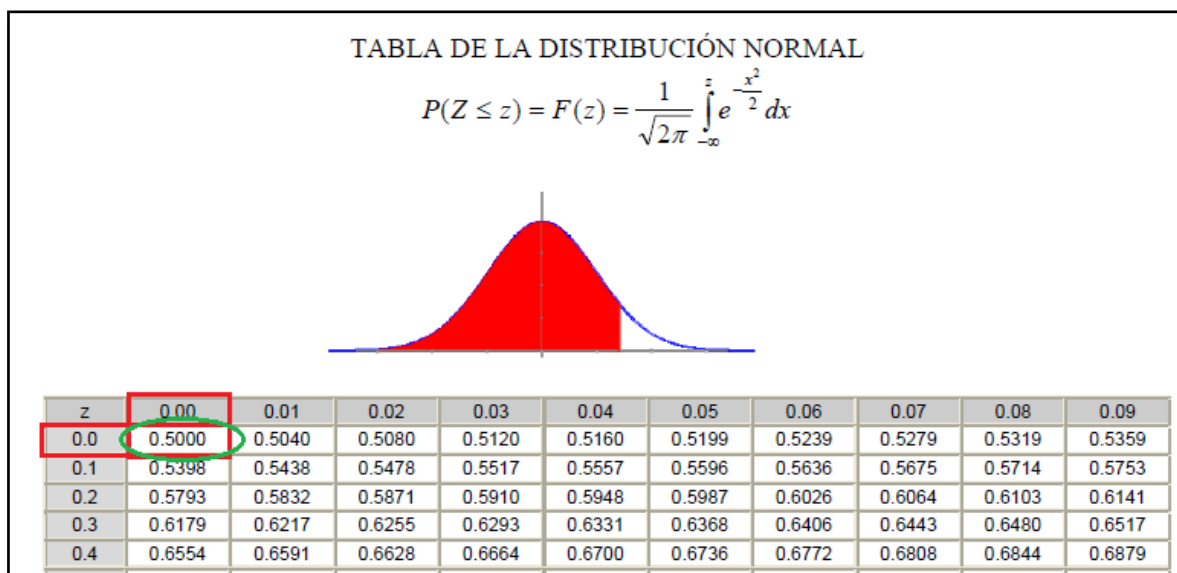


Ahora para $x = 75$

$$Z = \frac{75 - 75}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

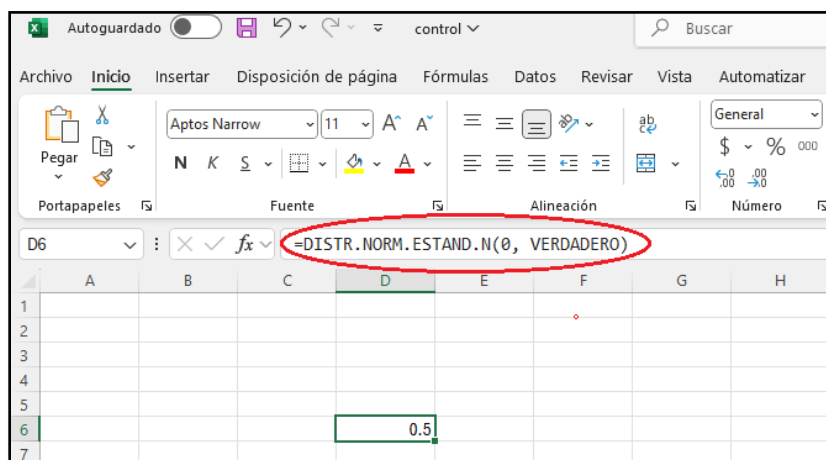
Buscando en la tabla de la distribución (**Anexo A**) se tiene que:

$$P(X = 75) = 0.5$$





Mediante el software Excel se tiene:



De los cálculos realizados por separados se tiene:

$$P(X = 80) = 0.8413$$

$$P(X = 75) = 0.5$$

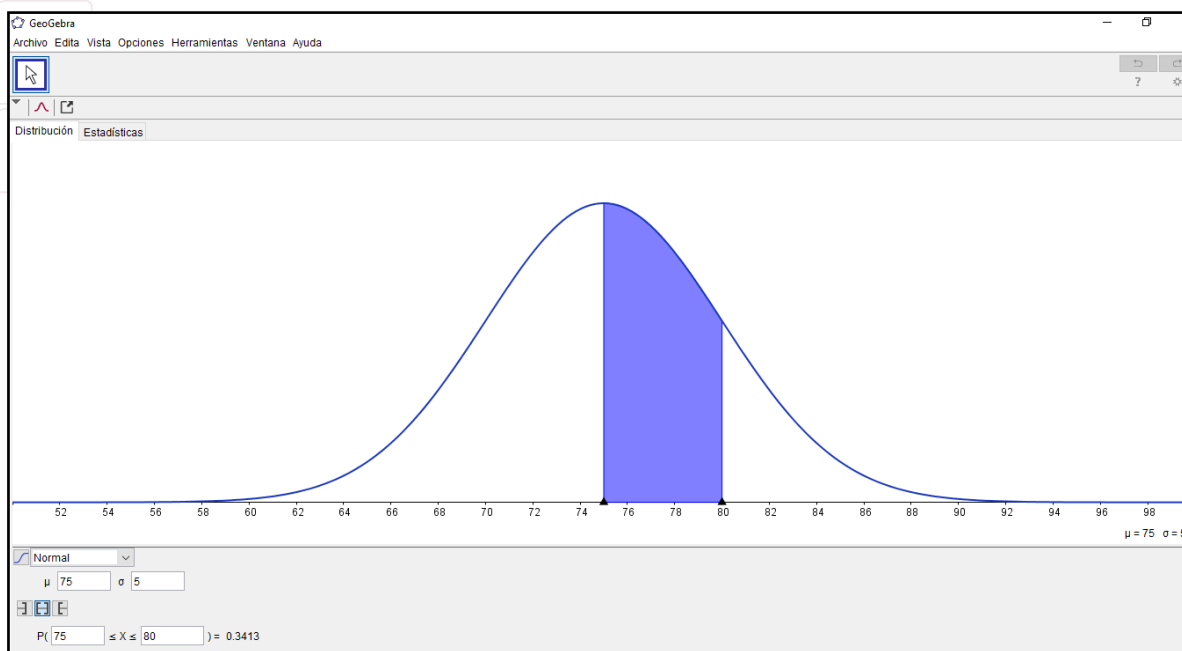
En general considerando los cálculos se procede a calcular

$$P(75 \leq X \leq 80) = P(X \leq 80) - P(X \leq 75)$$

$$P(75 \leq X \leq 80) = 0.8413 - 0.5 = 0.3413$$

Se comprueba usando Geogebra





Distribución Binomial

La distribución binomial es una distribución de probabilidad discreta que describe el número de éxitos en n experimentos independientes sobre una variable aleatoria.

En esta sección estudiaremos un fenómeno aleatorio que tiene únicamente 2 resultados (los cuales llamaremos éxitos o fracasos) y que se repite n veces. este tipo de fenómenos son llamados binomiales, fue Jacob Bernoulli quién escribió la expresión matemática que se conoce como distribución binomial. Para poder aplicar la fórmula Jacob Bernoulli consideremos un experimento aleatorio que cumple lo siguiente:



Cada prueba tiene sólo 2 posibles resultados (éxito o fracaso).

El experimento consiste en n pruebas que se repiten

Las pruebas que se repiten son independientes, es decir, el resultado de una de ellas no depende de resultados anteriores

La probabilidad de tener éxito es una sola prueba, se denota como p y la del fracaso con la q

X es la variable aleatoria discreta la cual representa el número de éxitos en n ensayos

La probabilidad de cada posibilidad no puede ser más grande que 1 y no puede ser negativa

La probabilidad de éxito y fracaso, p y q respectivamente se relacionan por la expresión:
 $q = 1 - p$.

La fórmula que se usa en esta distribución es:

$$P(X = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} (p)^x (q)^{n-x} \quad \text{con } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Ejemplo _____

En un proceso de fabricación de una empresa se sabe que en promedio 2% de los artículos producidos están defectuosos. Los artículos son empacados en cajas de 10. Si X representa el número de artículos defectuosos por caja.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ningún artículo defectuoso en una caja?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que la caja tenga al menos un artículo defectuoso?

Solución:

De acuerdo con el planteamiento del problema se sabe que en promedio el 2% de los artículos producidos están defectuosos, lo que significa que la probabilidad de éxito (encontrar artículos defectuosos) es: $P = 0.02$



Datos:

$$P = 0.02$$

$$q = 1 - 0.02 = 0.98$$

$$n = 10 \text{ artículos}$$

$$B(10, 0.02)$$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ningún artículo defectuoso en una caja?

En este caso se quiere calcular $P(X = 0)$, sustituyendo los valores en la fórmula se tiene:

$$P(X = 0) = \frac{10!}{0!(10 - 0)!} (0.02)^0 (0.98)^{10-0}$$

$$P(X = 0) = \frac{10!}{1(10)!} (0.02)^0 (0.98)^{10}$$

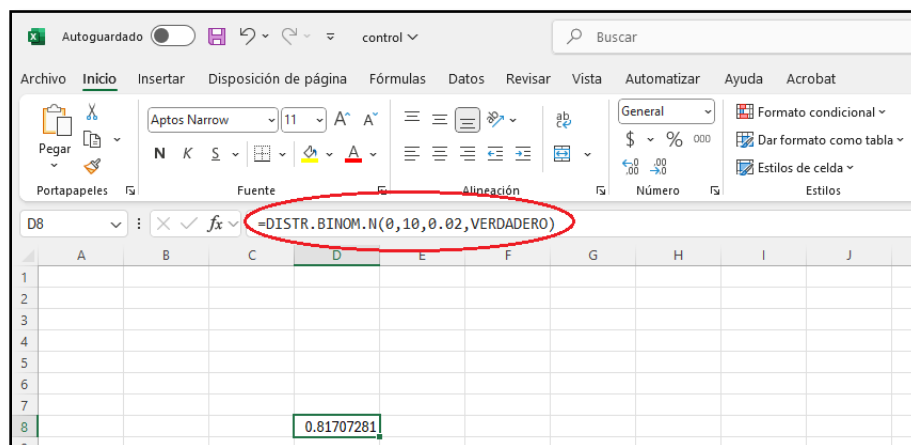
$$P(X = x) = \frac{10!}{1(10)!} (1)(0.8170) = (1)(1)(0.8170) = 0.817$$

Recuerde que:

$$0! = 1$$

Por lo tanto $P(X = 0) = 0.817$

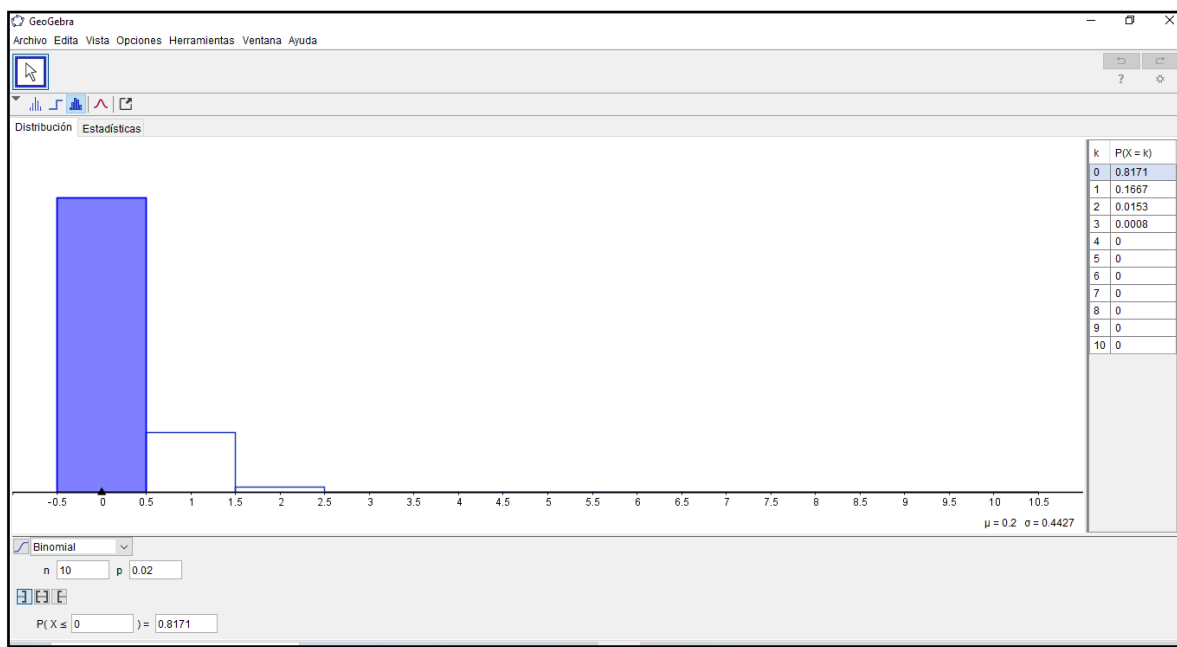
Usando el software **Excel** se introduce el valor de $X = 0$, $n = 10$, $p = 0.02$ y se escribe el argumento VERDADERO que indica la probabilidad acumulada.





$$P(X = 0) = 0.81707$$

Ahora usando **Geogebra**



b) ¿Cuál es la probabilidad de que la caja tenga al menos un artículo defectuoso?

En este caso se quiere calcular $P(X = 1)$, sustituyendo los valores en la fórmula se tiene:

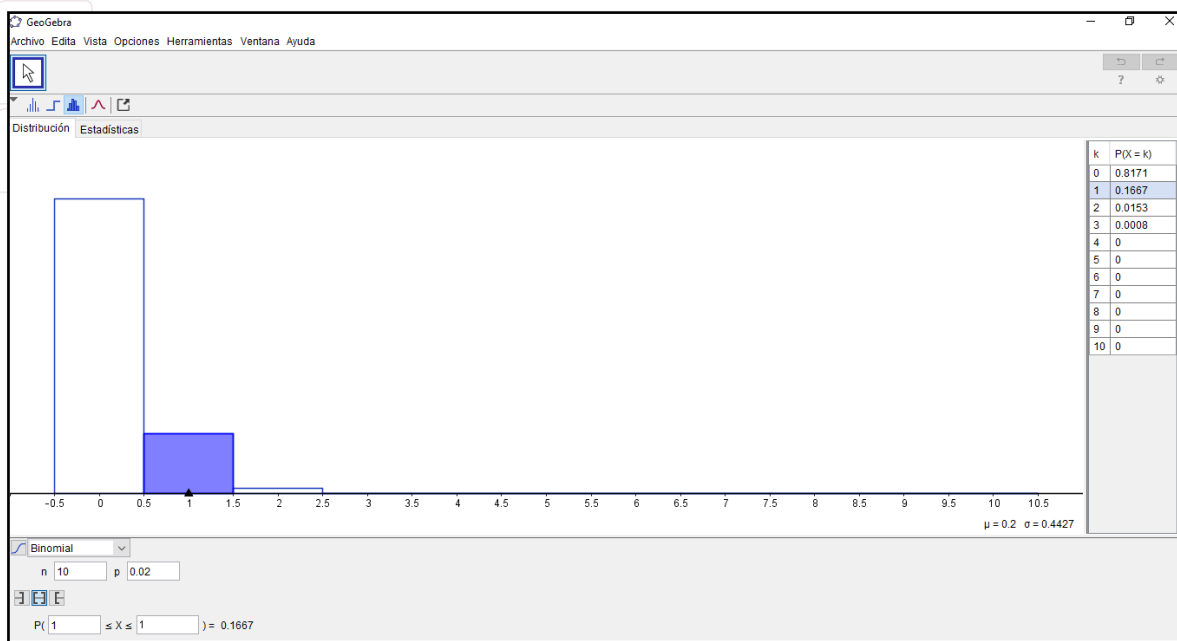
$$P(X = 0) = \frac{10!}{1!(10-1)!} (0.02)^1 (0.98)^{10-1}$$

$$P(X = 0) = \frac{10!}{1!(9)!} (0.02)^1 (0.98)^9$$

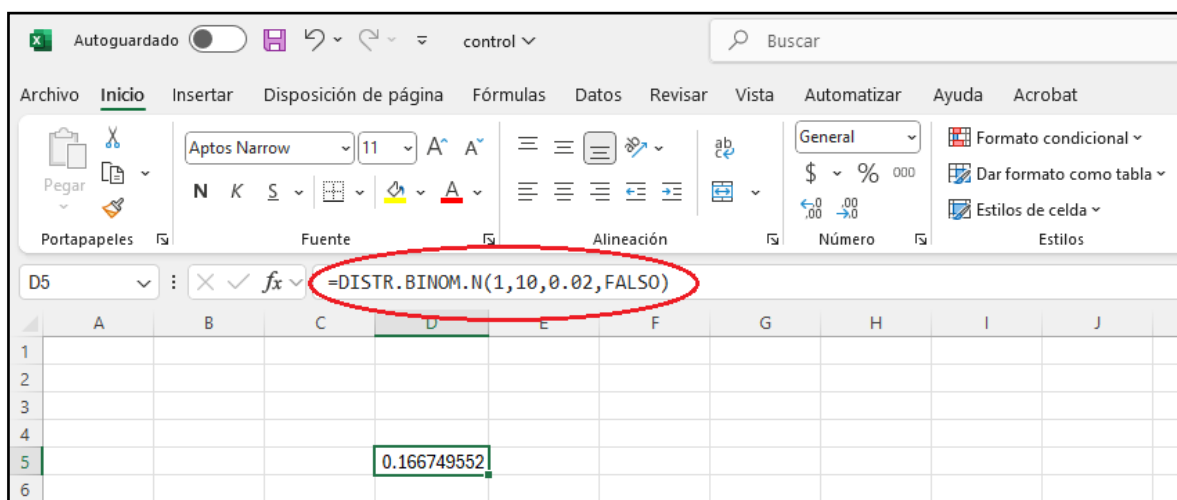
$$P(X = x) = \frac{10(9!)}{1!9!} (0.02)(0.8337) = (10)(0.02)(0.8337) = 0.1667$$

Por lo tanto $P(X = 0) = 0.1667$

Usando **Geogebra**



Usando el software **Excel** se introduce el valor de $X = 1$, $n = 10$, $p = 0.02$ y se escribe el argumento **FALSO** que indica la probabilidad no acumulada, es decir, solo para la probabilidad exacta.





Comparación de distribuciones experimentales y teóricas

Es importante mencionar que las distribuciones experimentales y teóricas son dos enfoques para comprender la probabilidad de un evento. La distribución teórica, también conocida como probabilidad teórica, se calcula basándose en la lógica y la estructura del evento, sin necesidad de realizar experimentos.

Sin embargo, la distribución experimental, por otro lado, se obtiene a través de la realización de experimentos y la observación de los resultados. En esencia, la distribución teórica predice qué esperar, mientras que la experimental refleja lo que realmente ocurre.

Distribución Teórica

Una distribución teórica, en el contexto de la estadística, se refiere a un modelo matemático que describe la distribución de probabilidad de una variable aleatoria. No depende de la realidad experimental, sino de la estructura del evento mismo. La distribución teórica se calcula utilizando la teoría de la probabilidad.

Probabilidad teórica es lo que se predice que suceda, dados el número posible de resultados y el espacio muestral. Es una relación que expresa las formas de tener éxito en comparación con el total de eventos en un experimento.

Matemáticamente:

$$P(\text{exito}) = \frac{\text{numero de forma de tener exito}}{\text{numero total de resultados posibles}}$$

Ejemplo: Si lanzas una moneda, la probabilidad teórica de que salga cara es $\frac{1}{2}$ porque hay dos resultados posibles (cara o cruz) y uno de ellos es favorable (cara).

Imagen tomada de: <https://images.app.goo.gl/LCBLu2sGwZ7wMiVQ7>



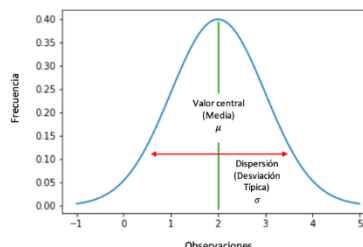


Algunos ejemplos de distribuciones teóricas son:

- ✓ **Distribución normal:** Describe la distribución de datos simétrica alrededor de la media, donde la mayoría de los valores se concentran cerca del centro y la frecuencia disminuye simétricamente a medida que nos alejamos de la media.

Imagen tomada de:

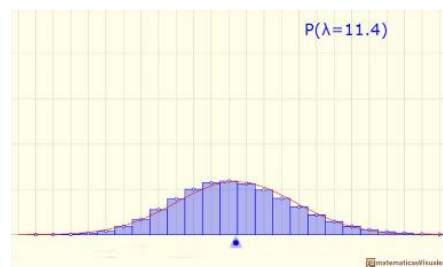
<https://images.app.goo.gl/n1fC1T5Dfo4ZG2APA>



- ✓ **Distribución de Poisson:** Describe la probabilidad de que ocurra un cierto número de eventos en un intervalo de tiempo o espacio específico.

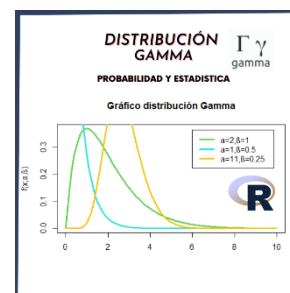
Imagen tomada de:

<https://images.app.goo.gl/HGASimdm9FKUY7D7>



- ✓ **Distribución gamma:** Describe la probabilidad de tiempo hasta que ocurra un cierto número de eventos.

Imagen tomada de: <https://images.app.goo.gl/zBp6gDQD3UfiebP27>



Distribución Experimental

La distribución experimental se calcula a partir de los resultados de un experimento.

Probabilidad experimental es lo que realmente sucede después de realizar un experimento. Es la proporción del resultado propuesto al número de ensayos del experimento, es decir,

$$P(\text{exito}) = \frac{\text{numero que ocurrio el evento}}{\text{numero total de ensayos del experimento}}$$

Ejemplo

Si lanzas una moneda 20 veces y obtienes 8 caras. La probabilidad experimental de que salga cara es:

$$P(\text{cara}) = \frac{8}{20} = 0.6$$

Comparación





En conclusión, la distribución teórica es una predicción, mientras que la experimental es una observación. La comparación de ambas ayuda a entender la probabilidad en la práctica y a validar los modelos teóricos.

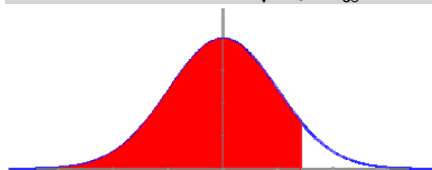
Bibliografía

1. Pearson, K. (1905). *The Problem of the Random Walk*. *Nature*. **72**, 294

Anexo A

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

$$P(Z \leq z) = F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998



ANEXO Progresión 8:

Lectura: Herramientas digitales para aprender distribuciones de probabilidad

Para reforzar el aprendizaje de las distribuciones binomial, Poisson, exponencial y normal, es importante contar con herramientas tecnológicas accesibles que permitan explorar los conceptos de forma práctica. A continuación, te presentamos tres opciones educativas que puedes utilizar de forma autodidacta: una desde la computadora, otra desde navegadores web o apps multiplataforma, y una tercera pensada especialmente para dispositivos Android. Cada una te ayudará a calcular, graficar y comprender mejor las propiedades de estas distribuciones.

Microsoft Excel es una herramienta muy conocida en el ámbito escolar y profesional. A través de funciones estadísticas integradas, permite calcular directamente probabilidades de distintas distribuciones sin necesidad de consultar tablas. Las funciones más útiles son `=DISTR.BINOM.N()` para la binomial, `=DISTR.POISSON()` para la Poisson, `=DISTR.EXPON()` para la exponencial y `=DISTR.NORM.N()` para la normal. Esta versatilidad convierte a Excel en una excelente opción para realizar ejercicios, verificar resultados y crear gráficos con datos reales. Si no cuentas con la versión instalada, puedes usar Excel Online de forma gratuita con una cuenta Microsoft.

- Accede a Excel Online: <https://www.office.com/launch/excel>
- Tutorial en español: [Distribución binomial en Excel – Función DISTR.BINOM.N](#)
- Guía de funciones estadísticas: [support.microsoft.com - Funciones estadísticas en Excel](https://support.microsoft.com/es-es/office/funciones-estadisticas-en-excel)

GeoGebra – Calculadora de Probabilidades es una plataforma gratuita muy útil para estudiantes de estadística, ya que permite visualizar el comportamiento de distintas distribuciones de probabilidad de forma gráfica e interactiva. Solo necesitas ingresar los parámetros (como media, desviación estándar o número de ensayos), seleccionar la distribución deseada, y automáticamente podrás observar la curva o barras que representan la probabilidad. Esta visualización ayuda a comprender mejores conceptos como la probabilidad acumulada o los valores extremos. GeoGebra está





disponible tanto en navegador como en aplicación para Android o iOS, y es completamente gratuita.

Descarga GeoGebra Calculator Suite:

- Android: <https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android>
- iOS: <https://apps.apple.com/app/geogebra-calculator-suite/id1536267372>
- Tutorial en español: [Distribución normal en GeoGebra – Ejercicio resuelto](#)
- Usa GeoGebra en línea: <https://www.geogebra.org/calculator>

Probability Distributions (App Android) es una aplicación gratuita diseñada específicamente para calcular y representar gráficamente distintas distribuciones de probabilidad desde dispositivos móviles. Ofrece soporte para distribuciones binomial, Poisson, normal, exponencial, uniforme, entre otras. Su interfaz es intuitiva: basta con elegir la distribución, ingresar los parámetros solicitados (como media, probabilidad o número de ensayos) y seleccionar el tipo de cálculo deseado (probabilidad puntual, acumulada, complementaria). También puedes observar el gráfico asociado, lo cual facilita la interpretación de los resultados. Esta app es ideal para estudiar en cualquier lugar, revisar tus ejercicios o preparar evaluaciones.

- Descarga en Google Play:
<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.mbognar.probdist>
- Tutorial en español: [Distribución normal con la app Probability Distributions](#)
- Manual breve (en inglés pero intuitivo):
<https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/applets/normal.html>

Estas tres herramientas representan una forma accesible, práctica y actualizada de reforzar el aprendizaje de las distribuciones. Lo ideal es que las explores acompañado por tu docente, las pruebes con distintos valores y las uses como complemento a los ejercicios trabajados en clase.

Aprender a utilizar tecnología aplicada a la estadística no solo mejora tu rendimiento académico, sino que también desarrolla habilidades clave para estudios posteriores y para la vida profesional.





Himno AL COBATAB



¡Oh!, Colegio de Bachilleres, impetuosa y querida

institución casa fiel del conocimiento,

hoy te canto este himno con amor,

eres rayo de esperanza del mañana,

eres la voz de la verdad.

¡Oh!, Colegio de Bachilleres, eres

luz en medio de la oscuridad.

//Colegio de bachilleres conducta

clara y firme decisión

Colegio de bachilleres tu misión

para siempre es ser mejor.//

En Tabasco se ha sembrado

la semilla que un día germinara,

el impulso de la vida modernista

en progreso de toda la sociedad,

es tu memorable historia gran

orgullo para toda la región,

educación que genera cambio,

ejemplo digno en cada generación.





Porra

Institucional

¡Somos!

¡Somos!

Jóvenes Bachilleres

Jóvenes Bachilleres

Con Valor y Lealtad

De Norte a Sur

De Este a Oeste

Somos líderes Bachilleres del Sureste

COBATAB Unido, COBATAB Fortalecido.

Este encuentro lo gano porque lo gano

Como dijo el Peje, me canso ganso.

¡Somos!

¡Somos!

Jóvenes Bachilleres

Jóvenes Bachilleres

¡Somos!

¡Somos!

Jóvenes Bachilleres

Jóvenes Bachilleres

COBATAB Unido, COBATAB Fortalecido



POR UNA EDUCACIÓN QUE GENERA CAMBIO



Cobachito

El Manatí

Mascota institucional



Colegio de Bachilleres,
Está de fiesta señores
Pues todos sus estudiantes
Hoy celebran con honores.

Que ya llegó la alegría
Es hora de motivar
Bailemos con algarabía
Cobachito nos guiará.

Allá por el acahual
En los ríos de Tabasco
Aconchado en unas ramas
O nadando sin parar.

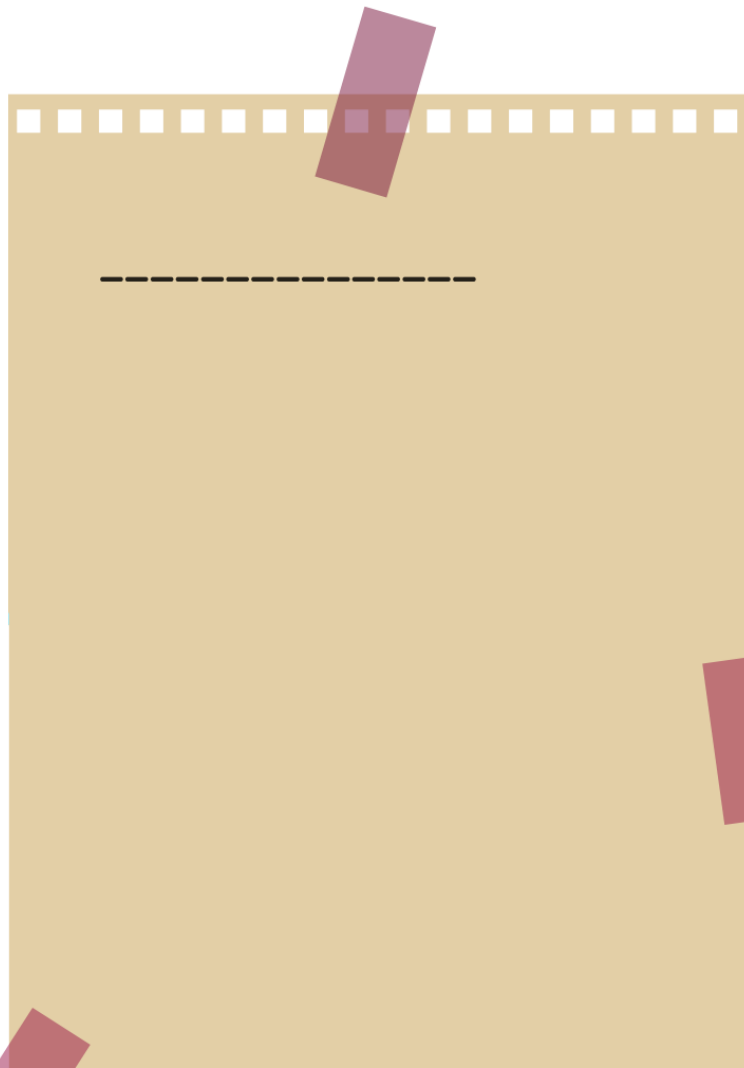
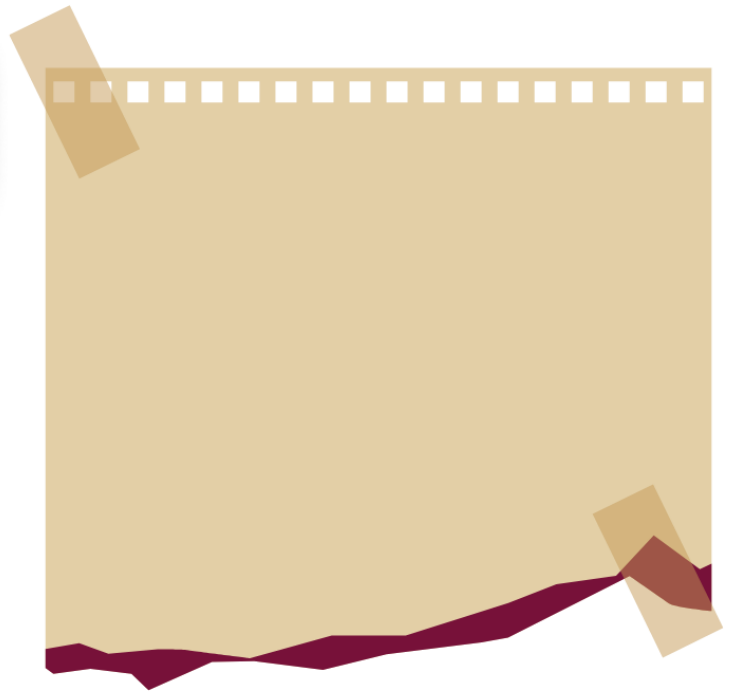
Un manatí se ha ganado
El cariño de la gente
Cobachito le han llamado
Y no para de bailar.

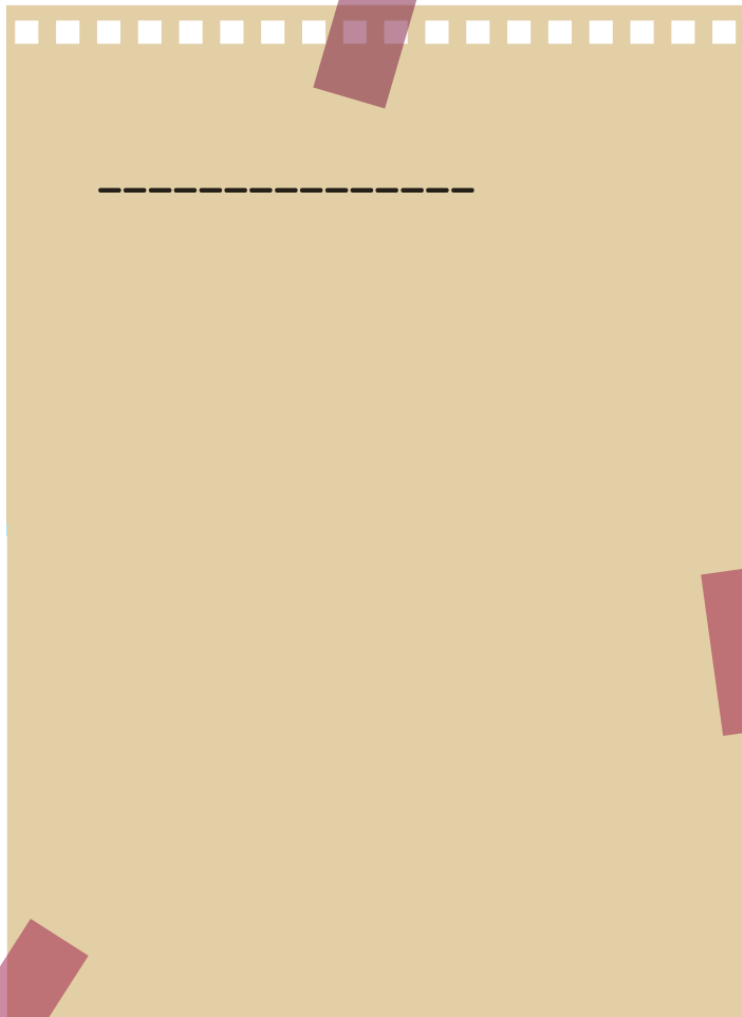
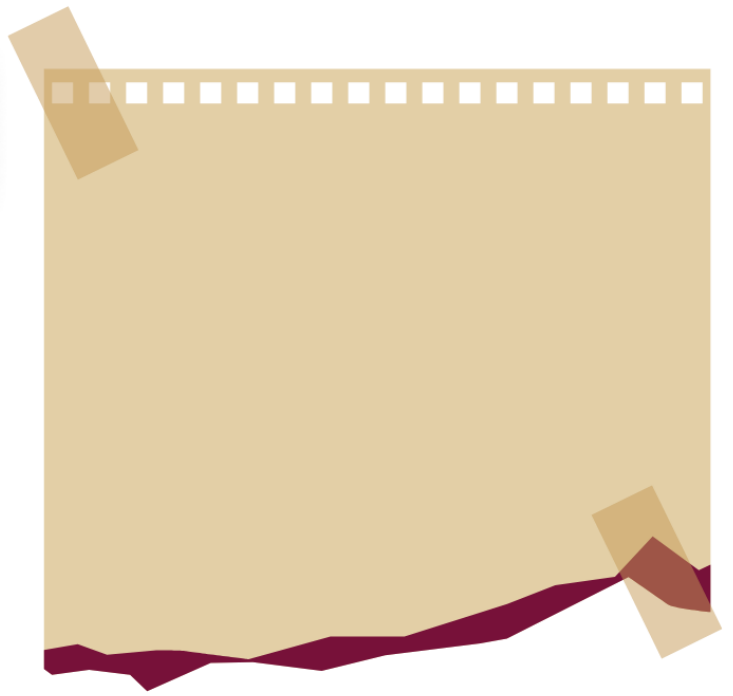
Cobachito, con él vamos a ganar
Cobachito, eres espectacular
Cobachito, respetamos tu hábitat
Cobachito, mascota del COBATAB.

Mientras la orquesta se escucha
Y la porra se emociona
Los jóvenes bachilleres
A una voz ovacionan.

Con orgullo representan
A una gran institución
COBATAB está presente
Y Cobachito ya llegó.









COBA-Notas de hoy



COBA-Notas de hoy

Guía didáctica de

Taller de Probabilidad y Estadística I



¡Felicidades! Has completado la guía y estás un paso más cerca de dominar las matemáticas, ahora que has repasado estos conceptos, te invitamos a explorar más allá y aplicar tus conocimientos en situaciones reales. Esperamos que esta guía te haya sido útil y te motive a seguir aprendiendo sobre la Probabilidad y la Estadística con entusiasmo.

Recuerda que la práctica constante es clave para el éxito en matemáticas,
¡Sigue practicando!

¡No dudes en consultar esta guía si necesitas repasar o reforzar algún tema!



COBA-Notas de hoy

GUÍA DE ESTUDIANTES

Estimada comunidad estudiantil del Colegio de Bachilleres de Tabasco: Reciban un cordial saludo. Como Director General, me complace dirigirme a ustedes a través de esta guía de estudios, una herramienta diseñada para acompañarlos en su formación académica y personal.

En esta etapa de su vida, el aprendizaje autónomo es clave para descubrir sus talentos, fortalecer sus habilidades y construir un futuro con propósito. Cada actividad, cada lectura y cada reto que encuentren en esta guía está pensado para impulsar su desarrollo integral.

Les invito a asumir con responsabilidad su proceso de aprendizaje, a colaborar con sus compañeros y a mantener siempre una actitud de respeto y apertura. En el Colegio de Bachilleres de Tabasco promovemos la equidad y creemos firmemente en el potencial de cada uno de ustedes.

Esta guía busca ser clara y accesible, con objetivos definidos y contenidos relevantes para su contexto. Les animo a aprovecharla al máximo, a preguntar, reflexionar y aplicar lo aprendido en su vida diaria.

Confío en su capacidad para superar desafíos, alcanzar metas y contribuir positivamente a su comunidad. Cuentan con el apoyo de sus docentes y de toda la institución.

Con entusiasmo y compromiso, sigamos construyendo juntos una educación de calidad y calidez, que genera cambio.

Con aprecio y confianza,

Fernando Yrys Hernández

Director General

Colegio de Bachilleres de Tabasco

